УДК 620.9

М.М. КУЛИК, академік НАН України,
Інститут загальної енергетики НАН України, м. Київ

МЕТОДИ УЗГОДЖЕННЯ ПРОГНОЗНИХ РІШЕНЬ

Розроблені нові математична модель та аналітичні методи для визначення показників прогнозного розвитку на макрорівні (верхній рівень: країна, економіка, соціальна сфера) та на рівні секторів (нижній рівень: види економічної діяльності, галузь). Знайдені аналітичні рішення для розрахунку прогнозів верхнього і нижнього рівнів. Розроблена ітераційна процедура та встановлені аналітичні залежності, які забезпечують узгодження прогнозів верхнього та нижнього рівнів. Виявлена багатозначність рішень та віднайдені найкращі прогнози, що мінімізують суму квадратів нев'язок на множині можливих рішень. Виконаний співставний аналіз та надані рекомендації з переважного використання розроблених методів. Наведено приклад узгодження прогнозів попиту на електричну енергію в Україні на рівні 2030 року.

К л ю ч о в і с л о в а: прогноз, показник, математична модель, прямокутна матриця, ітераційний процес, узгодження, попит.

Людство в усіх сферах своєї діяльності постійно стикається з необхідністю її планування, першою стадією якого є прогнозування. Прогнозування в економіці та техніці, як правило, провадиться на коротку, середню та довгострокову перспективи. Із зростанням періоду (глибини) прогнозування зростають його похибки, які при реалізації прогнозних рішень можуть призвести до відчутних або навіть значних втрат. Тому методи прогнозування постійно удосконалюються, що особливо важливо для економіки та енергетики, функціонування та розвиток яких пов'язані з необхідністю провадження великих капіталовкладень.

Серед розмаїття методів прогнозування (виявлення залежностей, прямий рахунок, оптимізація за певними критеріями і ін.) в останні десятиліття велика увага приділяється ітераційним методам. В класі цих методів важливою групою є методи, що поєднують підходи прогнозування зверху-вниз (TOP-DOWN) та знизу-вверх (BOTTOM-UP) [1, 2] і ін. Ці методи застосовуються для прогнозування показників, при обчисленні яких є можливість використовувати як інтегральні, так і диференційовані дані (обсяги виробництва валового внутрішнього продукту, викидів парникових газів, споживання всіх видів енергоресурсів і ін.). При цьому на першому етапі з використанням певних методів (виявлення залежностей, прямий рахунок чи ін.) прогнозуються показники на макрорівні (країна в цілому) та на рівні секторів (види економічної діяльності). Як правило, показник, визначений на макрорівні, не співпадає із показником, отриманим шляхом підсумовування секторальних показників. Для забезпечення такої збіжності на другому етапі (ітерації) шляхом експертних оцінок чи формалізованих операцій провадять зміни у вихідних даних як в моделях макрорівня, так і в секторальних моделях. Це можуть бути, зокрема, зміни на етапах прогнозного періоду в структурі виробництва, цінах і тарифах, показниках енергоефективності та обсягах енергозбереження і ін. З використанням таких вихідних даних провадяться розрахунки нових значень прогнозних показників на макро- та секторіальному рівнях. У разі розбіжності нових значень ітерації продовжуються до їх співпадіння із заданою точністю.

Не обговорюючи важливе питання збіжності описаної ітераційної процедури (немає гарантій, що процес буде збігатись), відзначимо її трудомісткість, оскільки навіть при наявності збіжності вона за певних умов може потребувати великої кількості ітерацій.

В даній роботі представлені методи, що забезпечують безітеративне узгодження прогнозів, отриманих на рівнях TOP (T) та DOWN (D).

Сутність методів полягає в тому, що із прогнозів, отриманих на T- та D- рівнях, формується певна система алгебраїчних рівнянь, рішення якої забезпечує співпадіння показника T-рівня та суми показників D-рівня.

Вихідна система рівнянь та її наближене рішення. Вважаємо, що з використанням одного чи сукупності методів прогнозування на періоді $\overline{0,T}$ сформований вектор прогнозних функцій

$$f(t)=\begin{bmatrix} f_1(t) & f_2(t) & \cdot & f_i(t) & \cdot & f_n(t) \end{bmatrix}', \tag{1}$$

де змінна t означає час закінчення певного інтервалу на цьому періоді, $f_1(t)$ – прогноз T-рівня, а $f_i(t)$, $i=\overline{2,n}$ – прогнози рівня DOWN,

причому $f_1(t) \neq \sum_{i-2}^{n} f_i(t)$.

Потрібно віднайти рішення системи

$$\begin{aligned} Y_T(t) &= f_1(t), \\ Y_2(t) &= f_2(t), \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ Y_i(t) &= f_i(t), \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ Y_n(t) &= f_n(t), \end{aligned} \tag{2}$$

в якій $Y_T(t)$ є рішенням для T-рівня, а $Y_i(t)$, $i=\overline{2,n}$ – рішення рівня DOWN, причому вони зв'язані між собою рівнянням

$$Y_T(t) - \sum_{i=2}^{n} Y_i(t) = 0. \tag{3}$$

У векторно-матричному записі система (2), (3) має вигляд

$$AY(t) = F(t), \tag{4}$$

або

$$\begin{bmatrix} 1 & & \cdot & & \cdot & \\ & 1 & \cdot & & \cdot & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ & & \cdot & 1 & \cdot & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ & & \cdot & & \cdot & 1 \\ 1 & -1 & \cdot & -1 & \cdot & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} Y_a \\ Y_2 \\ \cdot \\ Y_i \\ \cdot \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \cdot \\ f_i \\ \cdot \\ f_n \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{5}$$

Алгебраїчна система (4), (5) є перевизначеною, оскільки має $n+1$ рівняння та n невідомих. Тому для знаходження наближеного рішення проведемо її перетворення множенням зліва на транспоновану матрицю A'

$$A'AY(t) = A'F(t), \tag{6}$$

або

$$\begin{bmatrix} 1 & & \cdot & & \cdot & & 1 \\ & 1 & \cdot & & \cdot & & -1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ & & \cdot & 1 & \cdot & & -1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ & & \cdot & & \cdot & 1 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & & \cdot & & \cdot & \\ & 1 & \cdot & & \cdot & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ & & \cdot & 1 & \cdot & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ & & \cdot & & \cdot & 1 \\ 1 & -1 & \cdot & -1 & \cdot & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} Y_T \\ Y_2 \\ \cdot \\ Y_i \\ \cdot \\ Y_n \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & & \cdot & & \cdot & & 1 \\ & 1 & \cdot & & \cdot & & -1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ & & \cdot & 1 & \cdot & & -1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ & & \cdot & & \cdot & 1 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \cdot \\ f_i \\ \cdot \\ f_n \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{7}$$

Матрично-векторне рівняння (6) може бути представлене у вигляді

$$BY(t) = f(t);\ B = A'A;\ A'F(t) = f(t), \tag{8}$$

або у розгорнутій формі

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & \cdot & -1 & \cdot & -1 \\ -1 & 2 & \cdot & 1 & \cdot & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ -1 & 1 & \cdot & 2 & \cdot & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ -1 & 1 & \cdot & 1 & \cdot & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} Y_T \\ Y_2 \\ \cdot \\ Y_i \\ \cdot \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \cdot \\ f_i \\ \cdot \\ f_n \end{bmatrix}. \tag{9}$$

Матриця B у системах (8), (9) є квадратною, симетричною та повною з розмірністю n, вектори $Y(t)$ та $f(t)$ також мають розмірність n, тому система (8), (9) має одне рішення. Воно було визначено аналітично та представлено у вигляді

$$Y_T(t) = f_1(t) - \frac{1}{n+1}R(t),$$
$$Y_i(t) = f_i(t) + \frac{1}{n+1}R(t),$$
$$R(t) = f_1(t) - \sum_{i=2}^{n} f_i(t), \tag{10}$$
$$i = \overline{2,n},$$

що перевіряється прямою підстановкою залежностей (10) в (9).

Однак підстановка рішень (10) в рівняння (3) не задовольняє останнє і надає похибку

$$Y_T(t) - \sum_{i=2}^{n} Y_i(t) = \frac{R(t)}{n+1}. \tag{11}$$

Ітераційна процедура отримання узгодженого рішення. Разом з тим звертає увагу те, що похибка $R(t)$ в прогнозах $f_i(t)$, $i = \overline{1,n}$ завдяки перетворенням (6)–(9) в рівнянні (10) зменшується згідно з (11) в $n+1$ разів, тобто перетворення (6)–(9) є стискуючим. У зв'язку з цим видається доцільним для забезпечення рівняння (3) організувати ітераційний процес

$$BY^{(1)}(t) = f(t),\ BY^{(2)}(t) = Y^{(1)}(t), \ldots,$$
$$BY^{(m)}(t) = Y^{(m-1)}(t),\ \left\|Y^{(m)}(t)\right\| - \left\|Y^{(m-1)}(t)\right\| \le \varepsilon, \tag{12}$$

де ε – прийнятна похибка.

Рішення $Y^{(1)}(t)$ після першої ітерації (10) вже знайдене. Після другої ітерації воно має вигляд

$$Y_T^{(2)}(t) = f_1(t) - \left(\frac{1}{n+1} + \frac{1}{(n+1)^2}\right)R(t),$$
$$Y_i^{(2)}(t) = f_i(t) + \left(\frac{1}{n+1} + \frac{1}{(n+1)^2}\right)R(t),\ i = \overline{2,n}. \tag{13}$$

Використовуючи повну індукцію, визначимо рішення ітераційного процесу (12) для m-ї ітерації. З огляду на (13), є підстави стверджувати, що після m-ї ітерації процес (12) надасть рішення

$$Y_T^{(m)}(t) = f_1(t) - S(m)R(t), \tag{14}$$

$$Y_i^{(m)}(t) = f_i(t) + S(m)R(t), \tag{15}$$

$$S(m) = \sum_{k=1}^{m} \frac{1}{(n+1)^k},\ i = \overline{2,n}. \tag{16}$$

Покажемо, що рішення після $m+1$-ї ітерації мають такий самий вигляд, але з тією різницею, що в (14)–(16) замість величини m фігуруватиме $m+1$, як повинно бути згідно з методом повної індукції.

Згідно з (10) та використовуючи (12), (14)–(16) рішення після $m+1$-ї ітерації представляємо у формі

$$Y_T^{(m+1)}(t) = Y_T^{(m)}(t) - \frac{1}{n+1}\left[Y_T^{(m)}(t) - \sum_{i=2}^{n} Y_i^{(m)}(t)\right], \tag{17}$$

$$Y_i^{(m+1)}(t) = Y_i^{(m)}(t) + \frac{1}{n+1}\left[Y_T^{(m)}(t) - \sum_{i=2}^{n} Y_i^{(m)}(t)\right],\quad i = \overline{2,n}. \tag{18}$$

Зробимо перетворення для залежності (17)

$$\begin{aligned} Y_T^{(m+1)}(t) &= f_1(t) - S(m)R(t) - \\ &- \frac{1}{n+1}\Big[f_1(t) - S(m)R(t) - \\ &- \sum_{i=2}^{n}\big(f_i(t) + S(m)R(t)\big)\Big] = \\ &= f_1(t) - \frac{1}{n+1}R(t) - \\ &- \left(1 - \frac{1}{n+1} - \frac{n-1}{n+1}\right)S(m)R(t). \end{aligned} \tag{19}$$

Враховуючи те, що

$$1 - \frac{1}{n+1} - \frac{n-1}{n+1} = \frac{1}{n+1}$$

та

$$\frac{S(m)}{n+1} = \sum_{k=2}^{m+1} \frac{1}{(n+1)^k},$$

залежність (19) перетворюється у форму

$$Y_T^{(m+1)}(t) = f_1(t) - S(m+1)R(t),$$

що повинно бути згідно з методом повної індукції та підтверджує справедливість (14). Правильність залежності (15) доводиться аналогічно.

Для подальшого використання рішень (14), (15) потрібно визначити суму (16) при необмеженому зростанні числа ітерацій m, тобто, необхідно встановити величину

$$C(n)=\lim_{m\to\infty}S(m)=\lim_{m\to\infty}\sum_{k=1}^{m}\frac{1}{(n+1)^k}. \qquad (20)$$

Ряд $\sum_{k=1}^{m}\frac{1}{(n+1)^k}$ збігається за всіма ознаками.

Припустимо, що він збігається до величини

$$C(n)=\frac{1}{n}. \qquad (21)$$

Для доведення справедливості (21) утворимо різницю між $C(n)$ та частинною сумою $S(m)$ згідно з (16)

$$P(m) = C(n) - S(m), \qquad (22)$$

яка при $m = 1$ дорівнює $P(1)=\frac{1}{n(n+1)}$

та при $m = 2$ $P(2)=\frac{1}{n(n+1)^2}$.

Згідно з методом повної індукції припускаємо, що

$$P(m)=\frac{1}{n(n+1)^m} \qquad (23)$$

та доведемо, що цей вираз справедливий для ряду із m+1 члена, тобто,

$$P(m+1)=\frac{1}{n(n+1)^{m+1}}. \qquad (24)$$

Позначимо $n+1=a$, тоді згідно з (22)

$$P(m+1)=\frac{1}{a-1}-\frac{1}{a}-\frac{1}{a^2}-\cdots-\frac{1}{a^m}-\frac{1}{a^{m+1}}=$$

$$=\frac{a^{m+1}-(a-1)\sum_{S=0}^{m}a^S}{(a-1)a^{m+1}}=$$

$$=\frac{a^{m+1}-a^{m+1}-\sum_{S=1}^{m}a^S+\sum_{S=1}^{m}a^S+1}{(a-1)a^{m+1}}=$$

$$=\frac{1}{(a-1)a^{m+1}}=\frac{1}{n(n+1)^{m+1}}.$$

Таким чином, залежність (23) є справедливою для всіх цілих позитивних m. Тоді $\lim_{m\to\infty}P(m)=\lim_{m\to\infty}\frac{1}{n(n+1)^m}=0$ за всіх цілих позитивних n та m, і залежність (21) є вірною.

Результатом цього є те, що залежності (14), (15) набувають вигляду

$$Y_T(t)=f_1(t)-\frac{1}{n}R(t), \qquad (25)$$

$$Y_i(t)=f_i(t)+\frac{1}{n}R(t), \quad i=\overline{2,n}. \qquad (26)$$

Пряма підстановка залежностей (25), (26) у рівняння (3) показує, що воно задовольняється.

Багатозначність рішень процесу (12). Процес (12) надає однозначне рішення (25), (26) при визначеній кількості зроблених прогнозів $f_i(t)$, $i=\overline{1,n}$. Видається, що спроба об'єднання двох чи більшої кількості рівнянь системи (2) із групи рівнянь $i=\overline{2,n}$ не повинна змінювати рішення (25). Проте при зазначеному еквівалентуванні величини $f_i(t)$ та $R(t)$ в (25) залишаються незмінними, а кількість рівнянь в (2) буде змінюватись від n–1 до 2 з відповідними змінами рішення (25), які утворять наступну групу рішень

$$\begin{aligned}
&Y_T^{(1)}(t)=f_1(t)-\frac{1}{n}R(t),\\
&Y_T^{(2)}(t)=f_1(t)-\frac{1}{n-1}R(t),\\
&Y_T^{(3)}(t)=f_1(t)-\frac{1}{n-2}R(t),\\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\
&Y_T^{(k)}(t)=f_1(t)-\frac{1}{n-k+1}R(t),\\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\
&Y_T^{(n-1)}(t)=f_1(t)-\frac{1}{2}R(t).
\end{aligned} \qquad (27)$$

При наявності багатозначності рішень (27) необхідно, як відомо, сформувати нове, найкраще за даних умов рішення $Y_T^*(t)$, яке мінімізує суму квадратів відхилень від кожного з рішень (27)

$$\sum_{k=1}^{n-1}\left[Y_T^*(t)-Y_T^k(t)\right]^2 \to \min,$$

звідки отримуємо

$$Y_T^*(t)=\frac{1}{n-1}\sum_{k=1}^{n-1}Y_T^k(t),$$

або

$$Y_T^*(t)=f_1(t)-S(n)R(t), \qquad (28)$$

де

$$S(n)=\frac{C(n)}{n-1}, \quad C(n)=\sum_{l=2}^{n}\frac{1}{l}. \qquad (29)$$

Залежність для $Y_T^*(t)$, $i=\overline{2,n}$ знаходимо у вигляді

$$Y_i^*(t)=f_i(t)+a(n)R(t). \qquad (30)$$

З використанням (28) та (30) рівняння (3) набуває вигляду

$$f_1(t)-S(n)R(t)-\sum_{i=2}^{n}f_i(t)-a(n)R(t)=0,$$

звідкіля з урахуванням залежності для $R(t)$ в (10) отримуємо формулу для

$$a(n)=\frac{1-S(n)}{n-1}. \qquad (31)$$

Константи (29) та (31) протабульовані і наведені в табл. 1 до $n = 20$ включно.

Агрегування. Секторальні прогнози $f_i(t)$, $i=\overline{2,n}$ за своїми значеннями можуть суттєво відрізнятися, іноді на порядок. Разом з тим згідно з (28), (30) поправки до прогнозних рішень $f_i(t)$ не залежать від їх значень, що може призвести до суттєвих розбіжностей між прогнозними значеннями $Y_T^*(t)$ та їх майбутніми фактичними даними. Більше співпадіння можуть забезпечити залежності, в яких поправки до прогнозних даних є пропорційними значенням $f_i(t)$. Така можливість забезпечується формуванням суми

$$P_{down}(t)=\sum_{i=2}^{n}f_i(t) \qquad (32)$$

з подальшим її розподілом на k однакових діапазонів

$$k(t)=\left[\frac{P_{down}(t)}{f_{i\max}(t)}\right], \qquad (33)$$

де знак $[\cdots]$ означає округлення до цілого. Це надає можливість обчислити кількість рівнянь в агрегованій системі

$$n(t) = k(t) + 1 \qquad (34)$$

з наступним визначенням із табл. 1 констант $C(n)$ та $a(n)$. Для всіх k груп визначається величина

$$f_S^{(k)}(t)=\frac{P_{down}(t)}{k(t)}, \qquad (35)$$

з подальшим обчисленням показників $Y_T(t)$ та $Y_S^{(k)}(t)$ згідно з (28), (30).

Величини $Y_i(t)$ визначаються відповідно до залежності

$$Y_i(t)=\frac{Y_S^{(k)}(t)}{f_S^{(k)}(t)}f_i(t), \qquad (36)$$

яка задовольняє рівняння (3) з урахуванням (32) – (35) та рівностей

$$Y_S^{(k)}(t)=\sum_{i=1}^{C^{(k)}}Y_i(t),$$

$$f_S^{(k)}(t)=\sum_{i=1}^{C^{(k)}}f_i(t),$$

де $C^{(k)}$ – кількість секторів (або їх частин) в k-му діапазоні.

Вираз (36) з урахуванням (3), (32) та (35) остаточно перетворюється до вигляду

$$Y_i(t)=\frac{Y_T(t)}{P_{down}(t)}f_i(t), \quad i=\overline{2,n}, \qquad (37)$$

де

$$Y_T(t)=f_1(t)-S\big(k(t)+1\big)R(t). \qquad (38)$$

Таблиця 1 **– Константи *C* (*n*), *S* (*n*), *a* (*n*)**

Кількість прогнозів (n) / Константа	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
$C(n)$	-	0,5	0,8333	1,0833	1,3333	1,5333	1,7	1,825	1,9361	2,0361
$S(n)$	-	0,5	0,41667	0,3611	0,3332	0,3067	0,2833	0,2607	0,242	0,2262
$a(n)$	-	0,5	0,29166	0,213	0,1667	0,1387	0,1194	0,1056	0,0948	0,086

Кількість прогнозів (n) / Константа	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
$C(n)$	2,127	2,21	2,2873	2,3587	2,4254	2,4879	2,5477	2,6022	2,6549	2,7049
$S(n)$	0,2127	0,2009	0,1906	0,1814	0,1732	0,1659	0,1592	0,1531	0,1475	0,1424
$a(n)$	0,0787	0,0726	0,0674	0,063	0,0591	0,0556	0,0521	0,0498	0,0474	0,0451

Залежності (28), (30) та (37), (38) надають можливість практичного застосування розробленої методики для узгодження суперечливих TOP- та DOWN прогнозів. В табл. 2 наведені результати уточнення прогнозу попиту на електричну енергію в Україні на рівні 2030 року. Попит прогнозувався з використанням макропоказників (електроємність та обсяги виробництва валового внутрішнього продукту, Т-рівень) та шляхом визначення попиту в секторах економіки на основі електроємності секторального виробництва та його обсягів. Зазначені показники визначались шляхом використання методів виявлення залежностей. Для секторів «Комунально-побутові споживачі» та «Населення» попит визначався із застосуванням методів екстраполяції відповідних рядів електроспоживання. Прогнозні дані в табл. 2 наведені у стовпчику «До узгодження», який містить макропрогноз для країни в цілому (рівень TOP) та прогнози для 11 секторів і їх суму (рівень DOWN). Розбіжність в показниках Т- та D-рівнів є досить значною і становить R = 71,11 ТВт·год.

З використанням описаних методів були проведені розрахунки обсягів попиту на електроенергію, що забезпечують співпадіння показників Т- та D-рівнів. По одному з них в моделі були представлені всі сектори, тобто, загальна кількість невідомих в системі становила $n = 12$ з відповідними коефіцієнтами $S\,(12) = 0{,}2009$ та $a\,(12) = 0{,}0726$.

Згідно з другим варіантом розрахунки провадились з використанням методу агрегування. При цьому $f_{i\max} = 77{,}64$; $n = 4$; $f_S^{(3)} = 90{,}91$; $S\,(4) = 0{,}3611$; $a\,(4) = 0{,}21297$; $R = 71{,}11$.

Таблиця 2 **– Попит на електроенергію в Україні на рівні 2030 року, млрд кВт · год**

Показник / Сектор	До узгодження*)	Після узгодження	
		n=12	n=4
Рівень TOP	343,83	329,544	318,15
Рівень DOWN:	272,72	329,523	318,15
1. Паливна промисловість	14,66	19,823	17,17
2. Металургійна промисловість	57,93	63,093	67,86
3. Хімічна та нафтогазова промисловість	9,64	14,803	11,29
4. Машинобудівна промисловість	9,91	15,073	11,61
5. Промисловість будівельних матеріалів, харчова і переробна	11,32	16,483	13,26
6. Інша промисловість	8,85	14,013	10,37
7. Сільське господарство та будівництво	17,00	22,163	19,92
8. Транспорт	21,98	27,143	25,75
9. Комунально-побутові споживачі	29,22	34,383	34,23
10. Інші непромислові споживачі	14,58	19,743	17,08
11. Населення	77,64	82,803	90,96

*) Розроблений Д.П. Сас.

Аналіз отриманих даних підтверджує висновки щодо поведінки рішень, отриманих за зазначеними методами. Відповідно до методу із персональним представленням кожного сектору в моделі (n = 12) відносне зростання секторальних обсягів споживання є максимальним для секторів з мінімальним попитом («Інша промисловість» – 58%) і мінімальним – для секторів з максимальним споживанням («Населення» – 6,7%).

Відносне зростання попиту внаслідок використання методу з агрегуванням секторів є однаковим для усіх секторів і становить 17,2%.

Аналіз. Обидва методи (з персоніфікованим (повним) представленням секторів (рішення (28), (30)) та з їх агрегуванням (рішення (37), (38)) забезпечують співпадіння показників $Y_T(t)$ та $P_{down}(t)$. Рішення (28) та (38) відрізняються між собою, оскільки $n = 12 \neq k + 1 = 4$. В наведеному прикладі розбіжність прогнозних показників Т-рівня становить 3,6%, що може бути прийнятним. В секторальних показниках найбільша розбіжність спостерігається в секторі «Інша промисловість» і дорівнює 35%, що не може задовольнити вимоги практики. Максимальне співпадіння показників прогнозування, отриманих згідно з повною та агрегованою системами, буде спостерігатись для випадків, коли $f_{i\max} / f_{i\min} \to 1$, $i = \overline{2,n}$. В іншому разі розбіжність в секторальних показниках може сягати неприйнятних значень, і є підстави стверджувати, що перевагу потрібно віддавати методу з агрегуванням секторів. Однак потрібно враховувати, що метод з повним відображенням секторів має теоретичне значення як апарат можливого аналітичного формування прогнозних рішень, в яких є необхідним або доцільним персоніфіковане відображення певного сектору або їх сукупності.

Розроблені методи відрізняються від відомих TOP-DOWN (TD) та BOTTOM-UP (BU), оскільки в них у вихідну систему рівнянь відразу вводяться всі прогнози, які сформовані як для верхнього, так і нижнього рівнів, чого немає в TD- та BU-методах. Таке об'єднання збагачує вихідну інформаційну базу, що повинно підвищувати точність та надійність прогнозування.

Наведені методи забезпечують узгодженість прогнозних рішень, отриманих для TOP- та DOWN-рівнів. Однак часто це не означає, що ці розв'язки є остаточними. Все залежить від того, якими методами були отримані вихідні прогнози (1) для системи (2), (3). Якщо при цьому використовувались, зокрема, методи виявлення залежностей, а прогнозування провадиться на глибоку перспективу, треба очікувати, що після отримання рішень у відповідності з наведеними методами з'явиться необхідність в уточненні вихідних прогнозів (1). Основним фактором, що зумовлює таку ситуацію, є те, що залежності, виявлені в ретроспективних даних, як правило, лише частково проявляються у віддаленій (20–30 років) перспективі, а натомість з'являються нові важливі чинники. Це стосується національної та енергетичної безпеки, структури економіки, цін і тарифів, науково-технічного прогресу, енергетичної ефективності, соціального розвитку, рівня життя населення і ін. З використанням рішень, отриманих із застосуванням наведених методів, потрібно формалізовано чи експертно зформувати новий вектор вихідних прогнозів (1) і при виявленні значних розбіжностей в Т- та D-рівнях провадити нову ітерацію з обчислення рішень згідно з наведеними методами, використання яких повинно суттєво збільшити швидкість збіжності зазначеної ітераційної процедури в порівнянні з методикою, що наведена, зокрема, в [1].

У разі, коли вихідні прогнози (1) розроблені з використанням методів без виявлення залежностей (наприклад, прямий рахунок [3]), зазначені вище чинники значною мірою можуть бути враховані вже при формуванні цього вектора вихідних прогнозів. Тоді використання наведеної ітераційної процедури може не знадобитись, і залежності (37), (38) нададуть остаточне рішення.

1. *Jacobsen H.K.* Integrating the bottom-up and top-down approach to energy-economy modelling; the case of Denmark / Energy Economics 20 (1998) p. 443–461.
2. *Wanke P., Saliby E.* TOP-DOWN OR BOTTOM-UP FORECASTING? Pesqusia Operacional, v. 27, n. 3, p. 591–605, Setembro a Dezembro de 2007.
3. *Кононов Ю.Д., Гальперова Е.В., Мазурова О.В., Посекалин В.В.* Динамика энергоемкости экономики России на фоне глобальных тенденций. – Иркутск, 2000. – 45 с. – (Препринт Института систем энергетики им. Л.А. Мелентьева СО РАН).

Надійшла до редколегії 24.04.2014