УДК 621.316.1.017

А.П. ЛЕВЧУК, канд. техн. наук (Институт общей энергетики НАН Украины, Киев)

АППРОКСИМАЦИЯ ГРАФИКА НАГРУЗКИ РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНОЙ СЕТИ В СООТВЕТСТВИИ С НОРМАЛЬНЫМ ЗАКОНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Приведено обоснование и основные аналитические зависимости для методики определения потерь в распределительных сетях при аппроксимации графика нагрузки распределительной сети в соответствии с нормальным законом распределения вероятностей. Приведен пример расчета.

Как правило, предприятия электрических сетей (ПЭС) имеют достаточную и точную информацию о схеме сети, изменение которой происходит на продолжительных отрезках времени. Что касается режимной информации, то последняя предоставляется недостаточно полной и точной по ряду причин, которые достаточно хорошо освещены в литературе [1].

В связи с большим числом элементов в распределительных сетях используют упрощенные модели, полученные на основе эквивалентирования последующих (рис. 1) по критерию равенства потерь мощности.

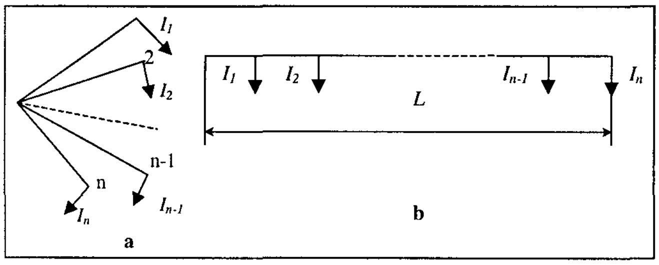

Рис. 1

В цепных схемах рис. 1(б) для расчета потерь более предпочтительными являются методики, в которых детальнее учитывается характер распределения нагрузок вдоль линии, выделением участка с равномерно распределенной нагрузкой [2] и мощной сосредоточенной [3]. Но в тех случаях, когда нагрузка линии неравномерна, представляется обоснованным использовать эквивалентирование такой нагрузки в соответствии с нормальным законом распределения вероятностей. Подобные предположения встречались и ранее [1, 4]. В данной работе обоснован математический аппарат для построения модели сети с упомянутым распределением (рис. 2). При этом приняты следующие предположения: нагрузка распределительной сети – активная, сеть включает в себя участок длиной L, с входным током I и удельным линейным сопротивлением проводника z_0.

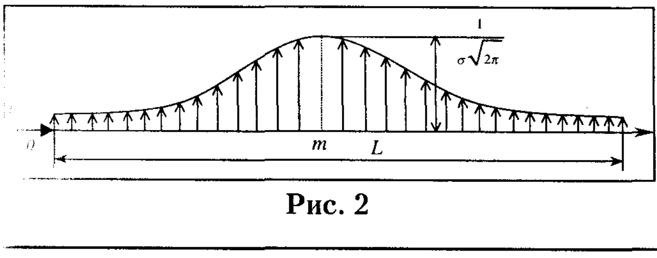

Рис. 2

Тогда входной ток является суммой токов нагрузок, которые в соответствии с основной зависимостью для нормального закона [5] будут получены из формулы:

$$I = I_0\left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_0^{mL} e^{-\frac{(x-mL)^2}{2\sigma^2}}dx + \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{mL}^{L} e^{-\frac{(x-mL)^2}{2\sigma^2}}dx\right),$$

где m, σ – математическое ожидание и дисперсия нормального распределения, I_0 – максимальное, x = m, значения тока. Целесообразно ввести новую систему с центром в точке m, т.е. $m = 0$; $x_1 = xL$; $x_2 = (1-x)L$. Тогда:

$$I = I_0\left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_0^{x_1} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}dx + \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_0^{x_2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}dx\right) = \frac{1}{2}I_0 A,$$

где $$A = erf\left(\frac{x_1}{\sigma\sqrt{2}}\right) + erf\left(\frac{x_2}{\sigma\sqrt{2}}\right).$$

Здесь $erf\left(\frac{1}{\sqrt{2}}x\right) = 2\Phi_0(x)$, причем $\Phi_0(x)$ – функция нормированного и центрированного нормального распределения [5]. В таком случае потери мощности ΔP_1 на участке x_1 равняются:

$$\Delta P_1 = 3z_0\int_0^{x_1}\left[\frac{I}{A}erf\left(\frac{x_2}{\sigma\sqrt{2}}\right) + \frac{2I}{A\sigma\sqrt{2\pi}}\int e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}dx\right]^2 dx =$$

$$= \frac{3I^2}{A^2}z_0\int_0^{x_1}\left[erf^2\left(\frac{x_2}{\sigma\sqrt{2}}\right) + 2\frac{1}{\sigma}\sqrt{\frac{2}{\pi}}erf\left(\frac{x_2}{\sigma\sqrt{2}}\right)\int e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}dx + \right.$$

$$\left. + \frac{2}{\pi\sigma^2}\left(\int e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}dx\right)^2\right]dx.$$

Учитывая соотношения $z=z_0L$ и $\rho = \sigma / L$, получаем окончательно:

$$\Delta P_1 = \frac{3I^2 z}{A^2}\left[x erf^2\left(\frac{1-x}{\rho\sqrt{2}}\right) + 2x erf\left(\frac{1-x}{\rho\sqrt{2}}\right) erf\left(\frac{x}{\rho\sqrt{2}}\right) - \right.$$

$$- 2\rho\sqrt{\frac{2}{\pi}}\left(1 - e^{-\frac{x^2}{2\rho^2}}\right) erf\left(\frac{1-x}{\rho\sqrt{2}}\right) + x erf^2\left(\frac{x}{\rho\sqrt{2}}\right) +$$

$$\left. + 2\rho\sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\rho^2}} erf\left(\frac{x}{\rho\sqrt{2}}\right) - 2\frac{\rho}{\sqrt{\pi}} erf\left(\frac{x}{\rho}\right)\right].$$

Аналогично определяются потери во всех x-овых точках участка, $0 - x_2$:

$$\Delta P_2 = \frac{3I^2 z}{A^2}\left[(1-x) erf^2\left(\frac{1-x}{\rho\sqrt{2}}\right) - 2(1-x) erf^2\left(\frac{1-x}{\rho\sqrt{2}}\right) + \right.$$

$$+ 2\rho\sqrt{\frac{2}{\pi}}\left(1 - e^{-\frac{(1-x)^2}{2\rho^2}}\right) erf\left(\frac{1-x}{\rho\sqrt{2}}\right) + (1-x) erf^2\left(\frac{1-x}{\rho\sqrt{2}}\right) +$$

$$\left. + 2\rho\sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-\frac{(1-x)^2}{2\rho^2}} erf\left(\frac{1-x}{\rho\sqrt{2}}\right) - 2\frac{\rho}{\sqrt{\pi}} erf\left(\frac{1-x}{\rho}\right)\right].$$

Потери в линии равняются:

$$\Delta P = \Delta P_1 + \Delta P_2 = 3I^2 z\left\{ x + 2\frac{\rho}{A\sqrt{\pi}}\left[\sqrt{2} e^{-\frac{x^2}{2\rho^2}} - \frac{erf\left(\frac{x}{\rho}\right) + erf\left(\frac{1-x}{\rho}\right)}{A}\right]\right\}. \quad (1)$$

При дискретном задании токов потребителей, которые питаются от линии (рис. 1), математическое ожидание m и дисперсию σ можно получить из следующих выражений [5]:

$$m = \sum_{j=1}^{n}\left(I_j \cdot x_j\right) \Big/ L\sum_{j=1}^{n} I_j \ , \quad (2)$$

$$\sigma = \sqrt{\sum_{j=1}^{n}\left(x_j - mL\right)^2 I_j^{"}} \ , \quad (3)$$

где

$$I_j^{"} = I_j \Big/ \sum_{j=1}^{n} I_j \quad (4)$$

нормированное значение токов нагрузок, x_j – длины участков от 0 до ответвлений с током I_j.

Пример того, как представленный математический аппарат может быть эффективно применен, можно описать при использовании ситуации, когда частично известны отдельные токи в линии. Для сети (рис. 3) проведен анализ погрешностей, которые возникают при замещении данного участка либо нагрузкой, распределенной в соответствии с нормальным законом распределения вероятностей, либо равномерно распределенной нагрузкой. Параметры сети в основном взяты из [6].

Для обоих случаев результаты сравниваются с истинными, а выводы формулируются по процентным соотношениям.

а) Определение истинных значений. В связи с разными сопротивлениями отрезков линии r_{0i} для удобства расчетов примем $r_{0ср}$ (удельное линейное сопротивление линии сети) постоянным и равным среднему от реальных удельных сопротивлений, а также соответственно увеличим длины отрезков. Таким образом, имеем:

r_{01} = 0,23/0,5 = 0,46 Ом/км; r_{02} = 0,64 Ом/км;
r_{03} = 0,92 Ом/км; r_{04} = 1,3 Ом/км.

Среднее значение удельного сопротивления равно:

$r_{0ср}$ = (0,46.0,5 + 0,64.2,0 + 0,92.0,5 + 1,3.1,0) / (0,5 + 2,0 + 0,5 + 1,0) = 0,8175 Ом/км.

Тогда эквивалентные длины соответствующих отрезков линии равны:

x_1 = 0,23/0,8175 = 0,28135 км; x_2 = 1,566 км;
x_3 = 0,563 км; x_4 = 1,59 км.

Токи в ветвях находятся из известного соотношения: $P = \sqrt{3}U_л I_л$, где $U_л$ = 10 кВ – линейное напряжение трехфазной сети; $I_л$ – искомый линейный ток сети.

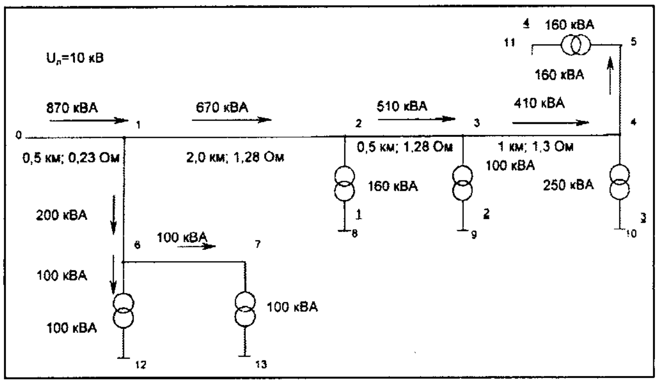

Рис. 3

С учетом вышеприведенного получим следующую модель линии сети:

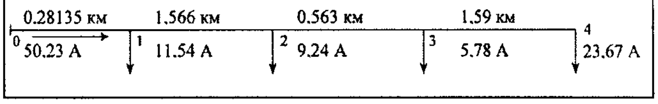

Рис. 4

Реальные потери в рассматриваемой линии равняются:

$$\Delta P_p = 3 \cdot r_{0cp} \sum_{i=1}^{n} I_j^2 x_j = 10\,872 \text{ Вт.}$$

Относительные потери составляют:

$$\Delta P'_p = \Delta P_p \,/\, Pн.\ 100\% = 1{,}24\%,$$

где $P_н = 870$ ква – мощность, потребляемая сетью.

б) Аппроксимация нагрузки по нормальному закону. Для этого математическое ожидание и дисперсию можно получить из выражений (2-4)

$$m = \sum_{j=1}^{n} \left(I_j \cdot x_j\right) \Big/ L \cdot \sum_{j=1}^{n} I_j = 0{,}642\,.$$

Математическое ожидание, умноженное на длину линии, равно:

$$m \cdot L = 0{,}642 \cdot 4{,}00035 = 2{,}567 \text{ км.}$$

Нормированные значения токов нагрузок:

$$I_1^{''} = I_1 \Big/ \sum_{i=1}^{n} I_j = 11{,}54 / 50{,}23 = 0{,}23;$$

$$I_2^{''} = 0{,}184;\ I_3^{''} = 0{,}115;\ I_4^{''} = 0{,}471.$$

Квадрат дисперсии, дисперсия и коэффициент ρ равны:

$$\sigma^2 = \sum_{j=1}^{n} \left(x_j - mL\right)^2 I_j^{''} = 2{,}266 \text{ км}^2,$$

$$\sigma = 1{,}505 \text{ км},\ \rho = \sigma / L = 0{,}376.$$

Полученные значения используются в основной расчетной с учетом ранее принятой замены, x=m.

$$\Delta P = 3I^2 z \left\{ m + 2\frac{\rho}{A\sqrt{\pi}} \left[\sqrt{2}e^{-\frac{m^2}{2\rho^2}} - \frac{erf\left(\frac{m}{\rho}\right) + erf\left(\frac{1-m}{\rho}\right)}{A} \right] \right\} = 3 \cdot 50{,}23^2 \cdot 4{,}00035 \times$$

$$\left\{ 0{,}642 + 2 \cdot \frac{0{,}376}{1{,}571\sqrt{\pi}} \left[\sqrt{2}e^{-\frac{0{,}642^2}{2 \cdot 0{,}376^2}} \right] - \frac{erf\left(\frac{0{,}642}{0{,}376}\right) + erf\left(\frac{1-0{,}642}{0{,}376}\right)}{1{,}571} \right\} = 10408 \text{ Вт.}$$

Относительные потери составляют:

$$\Delta P\% = \frac{\Delta P}{\Delta P_н} \cdot 100\% = 1{,}2\%\,.$$

Ошибка в определении потерь с использованием нормального распределения:

$$\Delta P'\% = \frac{\Delta P - \Delta P_p}{\Delta P_p} \cdot 100\% = -4{,}26\%\,.$$

в) Аппроксимация нагрузки в виде равномерно распределенной. При этом потери в прямой и относительной форме будут равны:

$$\Delta P_{pp} = r_{0cp} I^2 \sum_{i=1}^{n} x_i = 8251 \text{ Вт},$$

$$\Delta P_{pp}\% = \frac{\Delta P_{pp}}{\Delta P_н} \cdot 100\% = 0{,}95\%\,,$$

и ошибка составит значительно большую величину:

$$\Delta P_{pp}\% = \frac{\Delta P_{pp} - \Delta P_p}{\Delta P_p} \cdot 100\% = -24\%.$$

Сравнение полученных результатов (24 и 4,26%) достаточно убедительно. Вместе с тем, вопросы обоснования сферы использования предложенного математического аппарата в общем случае являются отдельной задачей, которая выходит за рамки данной статьи. Однако несомненна полезность такой аппроксимации, особенно в тех случаях, когда в определенной мере известны значения токов в сети и математического их ожидания, т.е. значения дисперсии могут быть также получены достаточно точно.

Выводы

1. Обоснован математический аппарат построения модели линии распределительной сети, использующей аппроксимацию распределенной вдоль линии нагрузки в соответствии с нормальным законом распределения вероятностей, получены расчетные формулы для определения потерь в зависимости от математического ожидания, дисперсии и входного тока.

2. Целесообразность предложенного математического аппарата значительно возрастает, если, в достаточной мере, известны токи в отдельных ответвлениях линии.

1. *Потери электроэнергии в электрических сетях энергосистем / В.Э. Воротницкий, Ю.С. Железко, В.Н. Казанцев и др.; Под. ред. В.Н.Казанцева. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 368 с.*

2. *Поспелов Г.Э., Сыч Н.М. Потери мощности и энергии в электрических сетях / Под. ред. Поспелова Г.Э. – М.: Энергоатомиздат, 1981. – 16 с.*

3. *Зорин В.В., Цыганова Л.Н. Универсальные математические модели распределительных электрических сетей // Техническая электродинамика. – 2000. – №1.-С. 59-62.*

4. *Казанцев В.Н., Комлев Ю.М. Расчет потерь энергии в распределительной сети при неполной информации в ее режиме // Электричество. – 1978. – №1. – С. 20-25.*

5. *Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для учащихся втузов. – Г.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1981. – 720 с.*

6. *Железко Ю.С. Выбор мероприятий по снижению потерь в электрических сетях. Руководство для практических расчетов. – Г.: Энергоатомиздат, 1989. – 176 с. – (Экономия топлива и энергии).*