

ЗАСТОСУВАННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ ПОТЕНЦІАЛУ СОНЯЧНОЇ ЕНЕРГІЇ В УМОВАХ СУЧАСНОЇ МІСЬКОЇ ЗАБУДОВИ

Отримано 07 лист. 2025 р.; рекомендовано до публікації 23 бер. 2026 р.
Доступно онлайн 31 бер. 2026 р.

Решетняк І. Л.¹, Ковальов С. В.²,
Козлов Я. М.³, Павлюс С. Г.⁴, Шкрабець Ф. П.⁵

Автор для кореспонденції: Решетняк Ірина,
e-mail: iresh390@gmail.com

¹ канд. техн. наук
<https://orcid.org/0000-0001-6900-7428>

² канд. техн. наук
<https://orcid.org/0000-0001-8839-2392>

³ канд. техн. наук
<https://orcid.org/0000-0002-6987-3753>

⁴ канд. техн. наук
<https://orcid.org/0000-0002-6654-2529>

⁵ д-р. техн. наук
<https://orcid.org/0000-0003-1650-6017>

^{1, 2, 3, 4, 5} Український державний університет науки і технологій, ННІ «Український державний хіміко-технологічний університет», м. Дніпро, Україна

Анотація. Серед відновлюваних джерел енергії сонячна енергія вважається однією з найефективніших та найзастосовніших у масштабах міст, районів та окремих будівель. Використання сонячного випромінювання має високий потенціал. Для розвитку багатьох систем вкрай важливо вимірювати або прогнозувати інтенсивність сонячного випромінювання для максимального використання сонячної енергії. У роботі досліджується потенціал сонячного випромінювання в умовах сучасного житлового комплексу. Такі дані в перспективі можуть стати основою для подальшого масового використання сонячних систем в умовах середніх та великих міст. Це може істотно зменшити вартість обладнання та питомі витрати для кожного окремого домогосподарства. Для визначення потенціалу сонячної енергії в умовах сучасної міської забудови використовували математичну модель. Вона розраховує потоки сонячної енергії на дахи та фасади будинків житлового комплексу протягом дня з урахуванням пори року, хмарності, затінення, кута нахилу поверхні відносно горизонту. З метою врахування впливу хмарності застосовували архівні дані гідрометеоцентру для міста Дніпро, які були оцифровані. Отримані результати дають можливість визначити оптимальні місця для встановлення сонячних систем на фасади міських будівель, а також дають практичну інформацію для галузей сонячної енергетики. Отримані дані можуть бути використані для обґрунтування за-провадження інвестицій у відновлювану енергетику.

Ключові слова: сонячний потенціал, випромінювання, енергоефективність, математичне моделювання, житловий комплекс.

Перелік використаних позначень та скорочень

α – кут висоти сонця

β – годинний сонячний кут

τ_s – сонячний час

S_m – стандартний меридіан місцевого часового поясу

L_m – довгота розташування

δ – сонячне схилання, кутове положення Сонця відносно площини екватора

φ – широта місця розташування

I – потік повного сонячного випромінювання, що падає на довільну тверду поверхню

I_s – пряме сонячне випромінювання

I_d – розсіяне (дифузне) випромінювання

I_0 – сонячне випромінювання, що досягає зовнішнього кордону земної атмосфери

θ – кут падіння сонячного випромінювання на довільну поверхню

ξ – кут нахилу поверхні до горизонту

γ – азимутальний кут повороту поверхні від напрямку на південь

K_a – коефіцієнт пропускання атмосфери

Вступ. Використання відновлюваних джерел енергії в більшості регіонів земної кулі щороку зростає. Серед них сонячна енергія вважається основною енергією, оскільки інші джерела є похідними прямої й непрямої дії від неї, а саме енергія вітру, енергія біомаси, гідроенергія, хвильова енергія та ін. Використання сонячних систем в умовах середніх та великих міст сприяє декарбонізації

електроенергетичної системи, оскільки вони генерують електроенергію без викидів парникових газів, що сприяє збільшенню частки відновлюваної енергії в енергобалансі країни [1, 2]. Використання сонячної енергії в міських забудовах може бути перспективним і в умовах України. Це допоможе зміцнити стійкість цих районів, знижуватиме експлуатаційні витрати, сприятиме енер-

гетичній незалежності, а також зменшенню шкідливих викидів.

Сонячна енергія є основним фактором, що визначає ефективність сонячних систем. Отже, оцінка потенціалу сонячного випромінювання може стати в перспективі основою для подальшого масового використання сонячних систем в умовах середніх та великих міст, для оцінки теплового та електричного навантаження, яке далі використовується для розробки енергоефективних будівель. Це може істотно зменшити вартість обладнання та питомі витрати для кожного окремого домогосподарства.

Системи, що використовують сонячну енергію за допомогою сонячних панелей на дахах і фасадах, мають високий потенціал у Західній Європі [3, 4]. Фотоелектричні панелі генерують електричну енергію для освітлення та побутових потреб, а сонячні колектори – теплову енергію у вигляді гарячої води для домогосподарств, а також нагріву та охолодження будинків.

В Україні такі системи поки що не мають широкого розповсюдження. Це обумовлено необхідністю відносно високих інвестицій для окремих домогосподарств та значним терміном окупності [5]. Але в умовах війни альтернативна енергетика отримала новий імпульс розвитку як засіб забезпечення енергетичної незалежності. Сонячні електростанції виявилися менш вразливими до масштабних атак завдяки розгалуженості та можливості швидкого відновлення після пошкоджень. Приватні сонячні станції забезпечують енергетичну автономію для окремих будівель, домогосподарств та підприємств, знижуючи навантаження на центральну енергосистему. Розвиток сонячної енергетики сприяє зменшенню залежності від імпорتنих енергоносіїв та підвищує загальну енергетичну незалежність країни в умовах воєнного стану.

Перспективним напрямом вирішення цієї проблеми є перехід до масового використання сонячних систем в умовах середніх та великих міст. Це може істотно зменшити вартість обладнання та питомі витрати для кожного окремого домогосподарства.

Наприклад, у різних регіонах Європи здійснено проекти з оцінки потенціалу сонячної енергії в міських умовах, як підготування для практичної реалізації використання сонячної енергії. Глибоко такі дослідження були проведені для міста Женева (Швейцарія) [4], міста Тронхейм (Норвегія) [3] та інших. Результатами цих досліджень є детальні характеристики потенціалу сонячної енергії для окремих будинків, вулиць та великих житлових районів у цілому. Для наочності результати представляють у вигляді кольорових мап для плоских та об'ємних моделей міської забудови.

Під час проектування нових чи модернізації існуючих систем тепло- та енергопостачання промислового чи приватного сектору необхідно визначити термодинамічну ефективність сонячних систем: сонячних колекторів чи фотоелектричних перетворювачів. А для цього необхідно мати відомості про кількість сонячного випромінювання,

яке надходить на їх поверхню. Це можна зробити декількома методами: прямими вимірами, аналітичними методами та за допомогою довідників або відповідних баз даних [6]. Перші вимагають специфічного обладнання (піргеліометри, актіометри, піранометри або соляриметри) та можливості безпосереднього встановлення на об'єкті та можливості моніторингу з функцією передачі даних на ПЕОМ чи сервер. Зазвичай вартість такого устаткування досить велика. Довідники чи сучасні бази даних мають обмежену інформацію за роками або обмеження за територіями, а світові комп'ютерні бази даних, що мають доволі точні та інформативні дані, надають доступ до своїх ресурсів на платній основі. Отже, зважаючи на витрати й точність наведених даних з потенціалу сонячного випромінювання, що падає на поверхню проєктованих сонячних систем, доцільною є розробка математичної моделі, яка б урахувала кут нахилу до горизонту геліосистеми, орієнтацію відносно півдня, затінення, хмарність, відбивну здатність навколишніх предметів, пору року та ін. Це дасть змогу оптимізувати розташування сонячних систем на заданій місцевості [7].

Виходячи з вищенаведеного, можна зробити висновок, що дослідження сонячного потенціалу для середніх і великих міст може бути перспективним і в умовах України. Отримані дані можуть бути використані для обґрунтування запровадження інвестицій у відновлювану енергетику. Для практичного визначення потенціалу сонячного випромінювання сучасних міст застосовують методи математичного моделювання [3, 4, 8–10].

Постановка завдання та мета роботи. У роботі вирішується задача визначення потенціалу сонячної енергії в умовах міста Дніпра протягом року з урахуванням розташування, орієнтації поверхні, затінення та хмарності неба. Для цього застосовано підхід, заснований на спільному використанні математичного та фізичного моделювання для практичного визначення потенціалу сонячного випромінювання. Метою роботи є визначення потенціалу сонячного випромінювання поверхні з визначеною орієнтацією.

Завданням роботи є розробка математичної моделі для визначення потоків сонячної енергії на фасади будинків житлового комплексу протягом дня з урахуванням пору року, хмарності та затінення, зважаючи на розташування будинку відносно сторін горизонту та кута нахилу поверхні (фасаду).

У роботі використовували методи математичного та фізичного моделювання для практичного визначення потенціалу сонячного випромінювання. З метою врахування впливу хмарності застосовували архівні дані гідрометеоцентру для міста Дніпра, які були оцифровані.

Математична модель визначення потенціалу сонячної енергії в умовах сучасної міської забудови. Для визначення параметрів потоку сонячного випромінювання, що падає на поверхню землі з заданим нахилом та

орієнтацією, користуємось співвідношеннями, наведеними в [11]. Положення Сонця відносно певного місця на поверхні землі визначається кутом висоти Сонця α і годинним сонячним кутом β (рис. 1). Висота Сонця α – це кут між напрямком на Сонце і горизонтальною

поверхнею в певному місці на Землі. Годинний сонячний кут β – це відхилення Сонця від полудня, визначається кутом між горизонтальною проекцією сонячного променя і лінією, направленою на південь у північній півкулі.

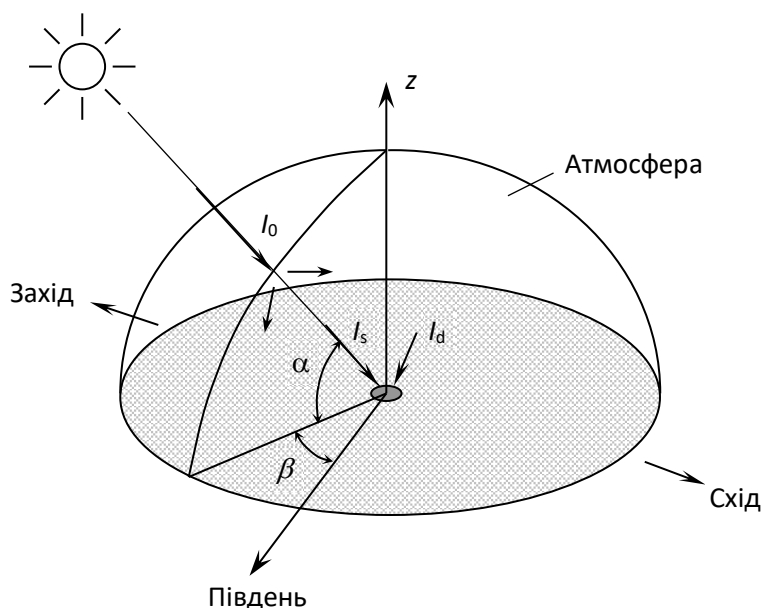


Рис. 1. Схема сонячного випромінювання на горизонтальну поверхню

Годинний кут є функцією від сонячного часу, дорівнює нулю опівдні й представляє зміщення Сонця від полудня, виражається в кутових одиницях у такий спосіб:

$$\beta = 15 \cdot (12 - \tau_s) \quad (1)$$

$$\tau_s = \tau + (S_m - L_m) / 15 \quad (2)$$

де τ – місцевий час, год; τ_s – сонячний час, год; S_m – стандартний меридіан місцевого часового поясу, град.; L_m – довгота розташування, град.

Для заданого географічного положення кут висоти Сонця над горизонтом визначається як:

$$\sin \alpha = \cos \varphi \cos \delta \cos \beta + \sin \varphi \sin \delta, \quad (3)$$

де δ – сонячне схилення, кутове положення Сонця відносно площини екватора; φ – широта місця розташування.

$$\begin{aligned} \cos \theta = & \sin \delta \cdot \sin \varphi \cdot \cos \xi - \sin \delta \cdot \cos \varphi \cdot \sin \xi \cdot \cos \gamma + \\ & + \cos \delta \cdot \cos \varphi \cdot \cos \xi \cdot \cos \beta + \cos \delta \cdot \sin \varphi \cdot \sin \xi \cdot \cos \gamma \cdot \cos \beta + \\ & + \cos \delta \cdot \sin \xi \cdot \sin \gamma \cdot \sin \beta \end{aligned} \quad (7)$$

де ξ – кут нахилу поверхні до горизонту, γ – азимутальний кут повороту поверхні від напрямку на південь.

Пряме сонячне випромінювання знаходиться як:

$$I_s = I_0 k_a, \quad (8)$$

$$I_0 = 1367 \cdot [1 + 0.033 \cos(2\pi \cdot n / 365)] \quad (9)$$

Сонячне схилення для заданого дня року n розраховується як:

$$\delta = 23.5 \sin(p), \quad (4)$$

$$p = (360 / 365)(n - 81) \quad (5)$$

Потік повного сонячного випромінювання I , що падає на довільну тверду поверхню, визначається як сума прямого випромінювання I_s і розсіяного атмосферою (дифузного) випромінювання I_d :

$$I = I_s \cos \theta + I_d, \quad (6)$$

де θ – кут падіння сонячного випромінювання на довільну поверхню (рис. 2), косинус цього кута визначається за формулою:

де I_0 – сонячне випромінювання, що досягає зовнішнього кордону земної атмосфери, k_a – коефіцієнт пропускання атмосфери.

Для знаходження коефіцієнта пропускання атмосфери в умовах міста Дніпра застосовуємо модель Мейнеля [12]:

$$k_a = 0.7^\omega, \quad (10)$$

$$\omega = (1/\sin \alpha)^{0,678} \quad (11)$$

Потік дифузного випромінювання визначаємо за допомогою моделі [13]

$$I_d = 120g \cdot \exp[-1/(0.4511 + \cos \alpha)] \quad (12)$$

$$g = 0.796 - 0.01 \cdot \sin[0.986(n + 284)] \quad (13)$$

Тут g – фактор мутності атмосфери.

Розглянута модель дає змогу знаходити потік падаючого сонячного випромінювання на поверхню в умовах ясного неба. Для врахування хмарності та можливого затінення поверхні будемо використовувати таку формулу:

$$I_Z = I \cdot (1 - 0.01 \cdot \delta_C) \cdot d, \quad (14)$$

де δ_C – поточний ступінь хмарності, %, d – поточна частка освітленості поверхні, що визначається експериментально.

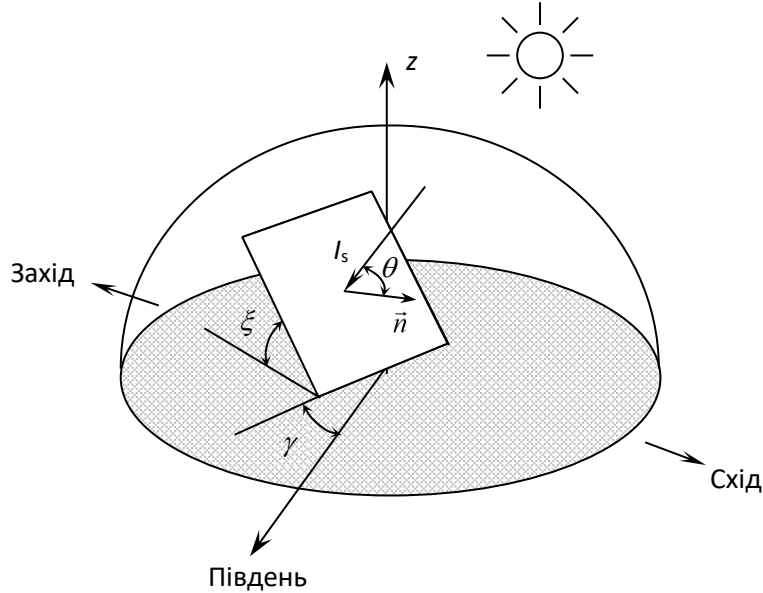


Рис. 2. Схема сонячного випромінювання на довільно розташовану плоску поверхню

Таким чином, модель дає змогу знаходити потік падаючого на поверхню сонячного випромінювання, враховуючи стан хмарності неба та затінення поверхні.

Практичні дані параметрів сонячного випромінювання на поверхню Землі та хмарність неба зазвичай представлені в довідкових матеріалах погодинно, тому по моделі розрахунки виконуємо у визначені періоди з постійним інтервалом $\Delta \tau = 1$ год:

$$\tau_k = \tau_0 + \Delta \tau \cdot k, \quad k = 0, 1, \dots, K, \quad (15)$$

де τ_0 – початковий час; K – число розрахункових інтервалів.

Розраховуємо потік сонячного випромінювання I_{Znk} , що падає на поверхню у визначений день року n в інтервалі часу k для кожного значення часу τ_k за формулами (1) – (14). Після закінчення розрахунків для всіх значень K можна визначити сумарну питому енергію сонячного випромінювання Q_n , кВт*год/(м²*день), яка надходила на поверхню за весь день:

$$Q_n = \sum_{k=0}^K I_{Znk} \cdot (1 - 0.01 \delta_{Cnk}) \cdot d_{nk} \cdot \Delta \tau \quad (16)$$

У такий же спосіб можемо розрахувати усереднену щоденну енергію сонячного випромінювання для кожного місяця, кВт*год/(м²*день):

$$Q_M = \frac{1}{N} \sum_{n_1}^{n_2} Q_n \quad (17)$$

де n_1 і n_2 визначають перший і останній день місяця, що розраховується, від початку року, N – кількість днів на місяць.

Потенціал сонячної енергії E_M (кВт*год) кожної поверхні будинку за місяць визначаємо за формулою:

$$E_M = F \cdot N \cdot Q_M, \quad (18)$$

де F – доступна площа поверхні.

Потенціал сонячної енергії E_P (кВт*год) кожної поверхні будинку за рік знаходимо як суму потенціалів за всі місяці. Аналогічно можна визначити річні потенціали окремого будинку та всього житлового комплексу.

Представлена математична модель дає змогу визначати величину потоку сонячного випромінювання, падаючого на плоску поверхню протягом сонячного дня з урахуванням географічних координат (широта, довгота), повороту поверхні від півдня, нахилу поверхні відносно горизонту, дня року або місяця року. Для врахування хмарності неба та затінення від сусідніх будинків або інших споруд до моделі необхідно додати відповідні дані практичних та експериментальних досліджень (погодинні значення ступеня хмарності δ_C та частки освітленості поверхні d).

Перевірка адекватності моделі сонячної іррадіації. В Україні дані характеристик сонячного випромінювання для всієї території країни практично відсутні, тому для перевірки адекватності вищерозглянутої математичної моделі використовуємо дані сонячного випромінювання Національного управління з аеронавтики і дослідження космічного простору США (NASA). Такі дані у вільному доступі представлені NASA в межах проекту POWER [14], спрямованого на визначення характеристик енергетичних ресурсів по всьому світу. Він дає змогу отримувати дані про потоки падаючого прямого і розсіяного короткохвильового сонячного випромінювання, а також довгохвильового випромінювання неба на горизонтальну поверхню Землі для заданих географічних координат. Такі усереднені дані представлені: за кожен день, за окремий місяць і за рік.

Дані про ступінь хмарності неба для різних міст України використовували з українських гідрометеорологічних джерел [15], вибирали гідрометеорологічні дані для визначення умов хмарності для міста Дніпра за 2023 рік. Здебільшого це погодинні дані у відсотках (значення ступеня хмарності (%), що дає змогу приблизно врахувати вплив хмарності на потік наземного сонячного випромінювання. З використанням наведеної вище моделі було розраховано сонячний потенціал для ясного і хмарного неба для квітня 2023 року.

Для того щоб оцінити правильність результатів розрахунку за допомогою моделі, використовували дані щоденного сонячного випромінювання NASA [9]. Отримані результати розрахунку і дані NASA наведені в табл. 1.

Таблиця 1. Зіставлення значень енергії сонячного випромінювання Q_n (кВт*год/м²*день) за даними NASA і отриманих за допомогою моделі для умов м. Дніпра, квітень 2023 р.

День місяця	Для ясного неба			Для хмарного неба		
	NASA	Модель	Відхилення, %	NASA	Модель	Відхилення, %
1	5,12	4,94	3,5	1,22	0,49	15,8
2	5,20	5,00	3,8	1,77	1,47	12,6
3	5,26	5,06	3,8	1,18	1,17	40,8
4	5,32	5,12	3,7	3,36	1,18	13,6
5	5,12	5,18	1,2	3,05	2,01	2,2
6	5,27	5,23	0,7	1,56	2,56	57,8
7	5,30	5,29	0,2	2,62	1,06	4,41
8	5,55	5,35	3,6	4,14	2,11	5,3
9	5,45	5,41	0,7	1,66	1,14	4,6
10	5,87	5,47	6,8	5,04	2,18	4,1
11	5,38	5,52	2,6	2,54	2,21	2,6
12	5,44	5,58	2,5	1,08	1,67	5,9
13	5,37	5,64	5,0	1,47	1,13	1,6
14	5,79	5,69	1,7	1,4	1,14	5,3
15	6,09	5,75	5,5	1,96	1,15	4,0
16	6,27	5,80	7,5	4,98	2,64	14,9
17	6,42	5,85	8,8	6,19	4,12	72,5
18	6,14	5,91	3,7	5,53	2,31	49,5
19	5,58	5,96	6,8	3,22	3,82	41,8
20	6,01	6,01	0	1,21	1,2	0,2
21	6,31	6,06	3,9	1,68	1,21	2,3
22	6,22	6,12	1,6	3,26	1,43	3,3
23	6,67	6,17	7,5	4,83	2,58	16,9
24	6,45	6,21	3,7	5,08	2,44	1,7
25	6,48	6,26	3,4	4,66	2,55	8,7
26	6,67	6,31	5,4	6,04	2,92	2,4
27	6,49	6,36	2,0	4,77	4,64	21,1
28	6,41	6,41	0	1,77	2,11	0,5
29	6,72	6,45	4,0	1,97	1,29	2,4
30	5,56	6,50	16,9	1,56	1,3	2,1

На рис. 3 показано зіставлення значень сонячного випромінювання, що падає на горизонтальну поверхню за

день, за даними NASA і отриманих за допомогою моделі, квітень 2023 р.

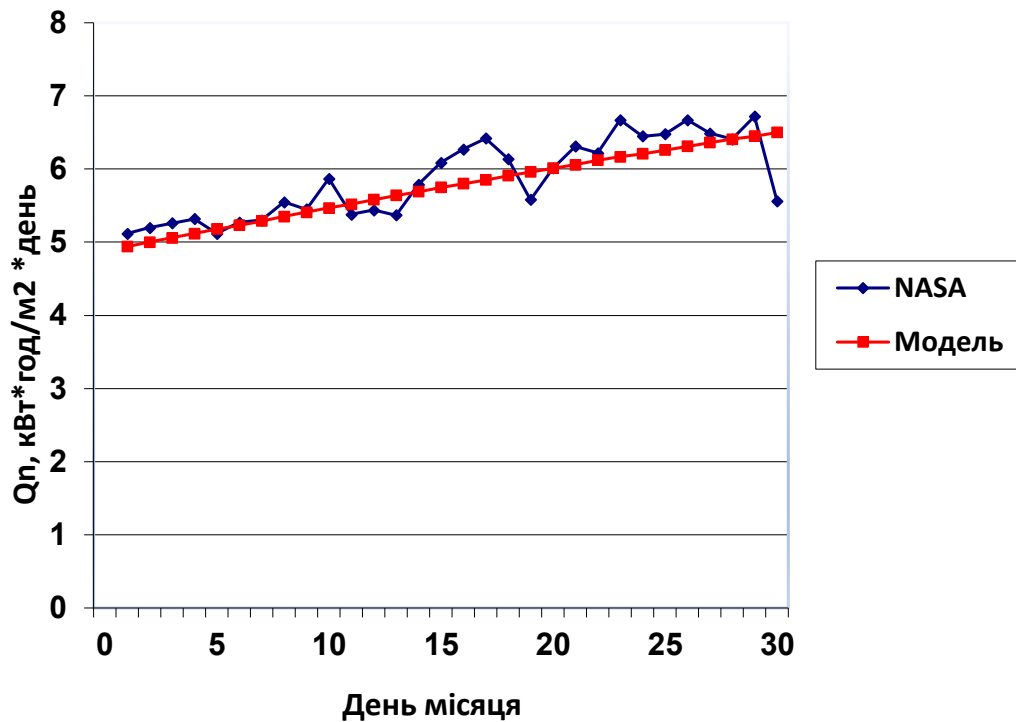


Рис. 3. Зіставлення значень сонячного випромінювання, що падає на горизонтальну поверхню за день, за даними NASA і отриманих за допомогою моделі, квітень 2023 р.

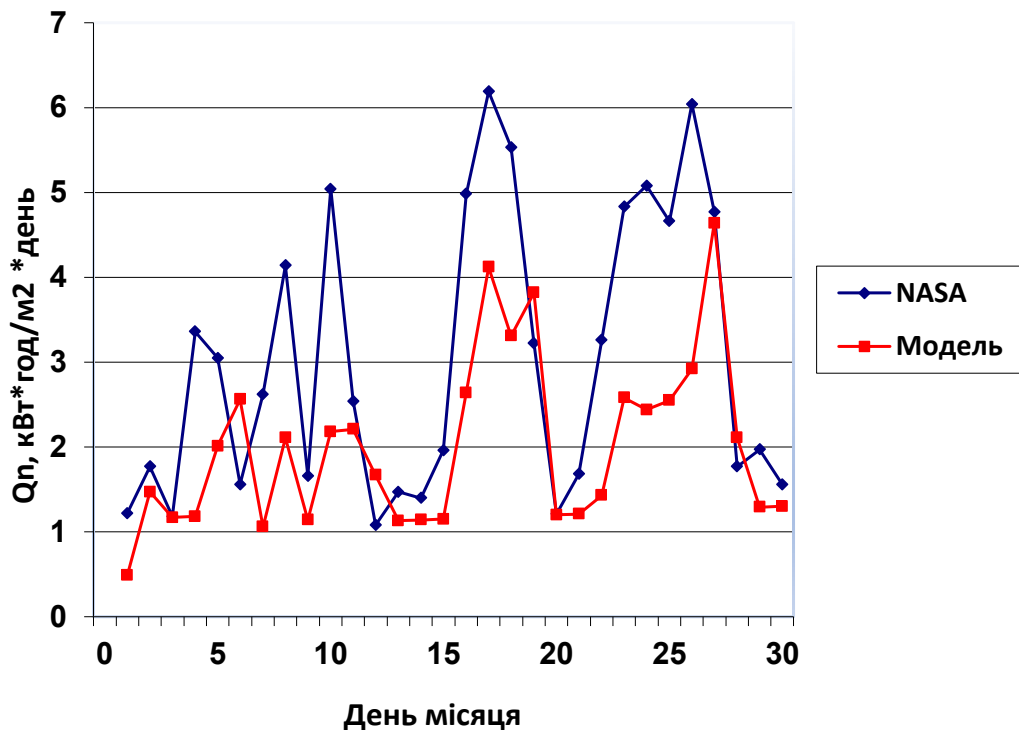


Рис. 4. Зіставлення значень сонячного випромінювання для хмарного неба, що падає на горизонтальну поверхню за день, за даними NASA і отриманих за допомогою моделі, квітень 2023 р.

ВИСНОВКИ

Як видно з табл. 1 та рис. 3 і рис. 4, результати, отримані з застосуванням розрахункової моделі, в цілому відпо-

відають даним NASA. Найбільші відхилення спостерігаються в періоди наявності значної хмарності. Але слід зазначити, що NASA не гарантує якості своїх даних у цей період. Також можна додати, що похибка в ці періоди

не має великої ваги, бо при значній хмарності використання сонячного випромінювання практично не доцільне. В інші періоди максимальна похибка не перевищує 5–8 %, а в середньому становить 3–5 %. Аналогічні порівняння були виконані для місяців з березня до жовтня 2023 р. з подібними результатами. Тому можна зробити висновок, що запропоновану модель можна використовувати для оцінки потенціалу сонячного випромінювання в умовах України. При цьому отримані дані дають змогу в короткі терміни обраховувати термодинамічну ефективність різних типів сонячних систем та проаналізувати їх техніко-економічну доцільність.

ПОСИЛАННЯ

1. Di Pràvālie, Remus; Patriche, Cristian; Bandoc, Georgeta. Spatial assessment of solar energy potential at global scale. A geographical approach/ Journal of cleaner production, 2019-02, Vol. 209, p. 692–721.
2. Low-cost renewable electricity as the key driver of the global energy transition towards sustainability /D.Bogdanov et al. Energy, 2021. Vol. 227. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2021.120467>.
3. Gooda C. S., Lobaccaroa G., Hårklaub S. Optimization of solar energy potential for buildings in urban areas – a Norwegian case study. Energy Procedia, 58, 2014, pp. 166–171.
4. Mohajer N., Gudmundsson A., Kunckler T., Upadhyay G., Assouline D., Kämpf J. H., Scartezzini J. L. A solar-based sustainable urban design: the effects of city-scale street-canyon geometry on solar access in Geneva, Switzerland. Applied Energy, vol. 240, April 2019, pp. 173–190.
5. Державне агентство з енергоефективності та енергозбереження України. Інтернет-ресурс: <https://saee.gov.ua/diialnist/vidnovliuvalna-enerhetyka>.
6. Сухий К. М., Козлов Я. М., Бебяновська О. А., Сухий М. П. Системи акумулювання і трансформації сонячної енергії: Монографія / К. М. Сухий, Я. М. Козлов, О. А. Бебяновська, М. П. Сухий. Дніпро: ДВНЗ УДХТУ, 2017. 168 с;
7. Козлов Я. М. Оптимізація розташування сонячних колекторів в геліосистемах [Текст] / Я. М. Козлов, М. П. Сухий, К. М. Сухий. Східно-Європейський журнал передових технологій. 2010. № 2/10 (44). С. 58–64;
8. Романько Я. В., Решетняк И. Л. Моделирование переноса солнечного излучения в узких каньонах, образованных зданиями и сооружениями. Теплотехника, энергетика та екологія в металургії : колективна монографія. У двох книгах. Книга перша / Під заг. редакцією д.т.н., проф. Ю. С. Пройдака. Дніпро: Нова ідеологія, 2017. С. 250–255.
9. Решетняк І. Л., Сухий М. П. Застосування математичної моделі для аналізу теплової роботи бетонного сонячного колектора. Відновлювана енергетика-2020. № 4. С. 42–49. DOI: [https://doi.org/10.36296/1819-8058.2020.4\(63\)](https://doi.org/10.36296/1819-8058.2020.4(63)).
10. Matuska T. and Zmrhal V. Shading analysis of facade collectors in urban environment. Proceedings 1st International Conference on Solar Heating, Cooling and Buildings (EUROSUN 2008) Lisbon, Portugal, 7–10 October 2008, vol. 1, pp. 568–574.
11. Solar engineering of thermal processes / John A. Duffie, William A. Beckman. 3rd ed. 2006 by John Wiley & Sons, Inc.
12. Global Horizontal Irradiance Clear Sky Models: Implementation and Analysis. Sandia National Laboratories. Report 2012–2389, 2012. 67 p.
13. Mghouchi Y. El, Bouardi A. El., Choulli Z., Ajzoul T. New model to estimate and evaluate the solar radiation. Int. Journal of Sustainable Built Environment, 2014, vol. 3, issue 2, pp. 225–234.
14. POWER Data AccessViewer Web Mapping Application. Інтернет-ресурс: <https://power.larc.nasa.gov/data-access-viewer>
15. Дані Українського гідрометеорологічного центру. Інтернет-ресурс: <https://meteopost.com/weather/archive>

A MATHEMATICAL MODEL FOR ESTIMATION OF SOLAR ENERGY POTENTIAL IN MODERN URBAN DEVELOPMENT

Received Nov. 07, 2026; accepted Mar. 23, 2026
Available online Mar. 31, 2026

Reshetnyak I.¹, Kovalyov S.², Kozlov Y.³,
Pavlus S.⁴, Shkrabets F.⁵

Author for correspondence: Reshetnyak Iryna,
e-mail: iresh390@gmail.com

Abstract. *Solar energy is considered one of the most efficient and applicable renewable energy sources used in cities, urban development and individual buildings. The use of solar radiation has high potential. It is extremely important to measure or predict the intensity of solar radiation for many systems development efforts in order to maximize the use of solar energy. This paper investigates the solar radiation potential for modern urban development. Such data can be used for planning solar system installations in medium and large cities. This can significantly reduce the cost of equipment and specific costs for each individual household. To determine the potential of solar energy under urban development conditions, a mathematical model was used. It calculates the solar irradiation incident on building roofs and facades within an urban area throughout the day, taking into account seasonal variation, cloudiness, shading, and the angle of surface inclination relative to the horizontal. In order to take into account the influence of cloudiness, archival hydrometeorological observation data for the city of Dnipro were digitized and then used. The obtained results provide an opportunity to determine the optimal locations for installing solar systems on urban building facades. These results also provide practical information for the solar energy industry. The obtained data can be used to justify investments in renewable energy.*

Keywords: solar potential, solar irradiation, energy efficiency, mathematical model, urban development.

List of used designations and abbreviations

α - solar altitude angle (or elevation angle);

β - hour angle;

τ_s - solar time;

S_m - standard meridian of local time zone;

L_m - longitude of location;

δ - solar declination, the angular position of the sun with respect to the equatorial plane;

φ - latitude of location;

I - total solar radiation (or insolation) falling on a solid surface;

¹ Cand. Of Science (Tech.)

<https://orcid.org/0000-0001-6900-7428>

² Cand. Of Science (Tech.)

<https://orcid.org/0000-0001-8839-2392>

³ Cand. Of Science (Tech.)

<https://orcid.org/0000-0002-6987-3753>

⁴ Cand. Of Science (Tech.)

<https://orcid.org/0000-0002-6654-2529>

⁵ Dr. of Science (Tech.)

<https://orcid.org/0000-0003-1650-6017>

^{1, 2, 3, 4, 5} Ukrainian State University of Science and Technologies, SEI "Ukrainian State University of Chemical Technology", Dnipro, Ukraine

I_s - direct radiation;

I_d - atmospherically scattered (diffuse) radiation;

I_0 - solar radiation at the top of the atmosphere;

θ - the angle of incidence of solar radiation on a surface;

ξ - slope, the tilt angle of a surface relative to the horizon;

γ - the surface azimuth angle, the angle deviation from the direction to the south;

k_a - atmospheric transmittance coefficient.

Introduction. The use of renewable energy sources in most regions of the globe is growing every year. Among them, solar energy is considered the main source, since other energy forms are direct or indirect derivatives of it, such as wind energy, bioenergy, hydropower, wave energy, etc. The use of solar systems in modern large or small urban areas contributes to the decarbonization of the power system, since they generate electricity without greenhouse gas emissions, increasing the share of renewable energy in a country's energy balance [1,2]. The use of solar energy in urban development

can be promising in Ukraine. This will directly improve area sustainability, cut operating costs, foster energy independence, and also slash harmful gas emissions.

Solar energy is the main factor determining the efficiency of solar systems. Therefore, the assessment of the potential of solar radiation can become the basis for accelerating the further mass adoption of solar systems in medium and large cities, for the assessment of energy demands for heating and electricity, which is further used for developing of

energy-efficient buildings. This can significantly reduce the equipment capital expenditures and ongoing operational unit costs for each individual household.

Rooftop and facade solar systems hold high potential in Western Europe [3,4]. Photovoltaic panels generate electrical energy, providing a sustainable energy source for lighting, household appliances, while solar collectors generate thermal energy for domestic hot water, space heating, and cooling buildings.

Such systems are not yet widely used in Ukraine. This is due to high initial investment costs and long payback periods for individual households[5]. However, in wartime, alternative energy received a new impetus for development as a means of ensuring energy security, resilience, and decentralization. Solar power plants turned out to be less vulnerable to large-scale attacks due to their extensive nature and the possibility of rapid recovery after damage. Private solar power plants provide energy independence for individual buildings, homes and businesses, decreasing the load on central infrastructure. Solar energy development helps reduce dependence on imported energy resources and increases the country's energy independence in martial law.

A promising way to solve this problem is the mass use of solar systems in cities. This can significantly reduce equipment costs and specific costs for each individual household.

For example, in different European urban areas, the projects have been carried out to assess solar potential, with the aim of actively using solar energy. Numerous studies have been carried out on this topic for the city of Geneva (Switzerland) [4], the city of Trondheim (Norway) [3] and others. The results of these studies are the detailed characteristics of solar energy potential for individual buildings, streets and entire districts. For clarity, the results are presented in the form of color maps for both flat and volumetric models of urban development.

When designing new or modernizing existing industrial or private heat and power supply systems, it is necessary to determine the thermodynamic efficiency of solar systems: solar collectors or photovoltaic converters. Therefore, there is a need for information about the amount of solar radiation (insolation) reaching the surface. This can be done using several different methods: direct measurements, analytical methods, and using reference books or relevant databases [6]. The application of the first methods requires specialized equipment (pyrheliometers, actinometers, pyranometers or solarimeters) tailored for direct installation on the object with monitoring and data transmission to a PC or server. As a rule, the cost of such equipment is very high. Reference books or modern databases often contain limited information due to time-period or territorial constraints, while global computer databases, which provide quite accurate and informative data, require paid access to their resources. Therefore, based on the costs and accuracy of the obtained data on the potential of solar radiation falling on the designed solar system's surface, it is reasonable to develop a mathematical model that would take into account the angle

of inclination to the horizon of the heliosystem, orientation relative to the south, shading, cloudiness, reflectivity of surrounding objects, season, etc. This will allow the location of solar systems to be optimized on a given terrain [7].

Based on the above, we can conclude that the study of solar potential for urban areas can be promising for Ukrainian conditions. The obtained results can be used to justify the introduction of investments in renewable energy. Mathematical models are used for practical evaluation of solar radiation potential [3-4,8-10].

Task statement and purpose of the work. This work solves the problem of determining the potential of solar energy in Dnipro conditions during the year, taking into account the location, surface orientation, shading and sky clouds. In this regard, the paper considers an approach based on a combination of mathematical and physical modelling for the practical assessment of solar radiation potential. This paper aims to determine the solar radiation potential of a surface with a certain orientation.

The aim of the study is to develop a mathematical model to determine solar energy flows falling on residential complex facades during the day, taking into account the season, cloud cover and shading, and also the building location relative to the horizon sides and the angle of surface (facade) inclination.

The methods of mathematical and physical modeling were used for the practical determination of solar radiation potential. In order to take into account the influence of cloudiness, the archival data of the hydrometeorological center for the city of Dnipro were digitized and used.

A mathematical model for the estimation of solar energy potential in modern urban development. To determine the parameters of the solar radiation flux falling on the earth's surface with a given inclination and orientation (нахилом та орієнтацією), we use the relations given in [11]. The position of the Sun relative to a certain place on the Earth's surface is determined by the angle of elevation of the Sun α and the hour angle of the sun β (Fig. 1).

The solar altitude angle α is the angle between the direction to the Sun and the horizontal plane at a given location on Earth. Hour angle of the sun β is the angular displacement of the sun east or west of the local meridian due to the rotation of the Earth on its axis, that is negative in the morning, and positive in the afternoon.

The hour angle is a function of solar time: it is zero at noon and represents the angular displacement of the Sun from the local noon, expressed in angular units as follows:

$$\beta = 15 \cdot (12 - \tau_s) \quad (1)$$

$$\tau_s = \tau + (S_m - L_m) / 15 \quad (2)$$

where τ - local time, hours; τ_s - solar time, hours; S_m - standard meridian of local time zone, degrees; L_m - longitude of location, degrees.

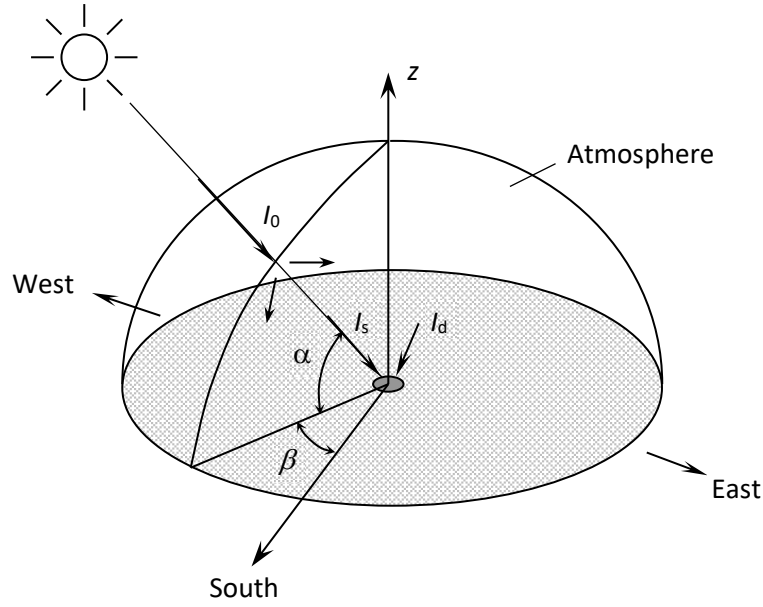


Fig. 1. View of solar radiation on a horizontal surface

For a given geographical location, the solar altitude angle is defined as:

$$\sin \alpha = \cos \varphi \cos \delta \cos \beta + \sin \varphi \sin \delta, \quad (3)$$

where δ - solar declination, the angular position of the sun at solar noon with respect to Earth's equatorial plane; φ - latitude of location.

The solar declination for a given day of the year n is calculated as:

$$\delta = 23.5 \sin(p), \quad (4)$$

$$p = (360/365)(n - 81) \quad (5)$$

The total solar radiation (or insolation) I falling on a solid surface is defined as the sum of direct radiation I_s and atmospherically scattered (diffuse) radiation I_d :

$$I = I_s \cos \theta + I_d, \quad (6)$$

where θ - the angle of incidence of solar radiation on a surface and the normal to that surface (Fig. 2), the cosine of this angle is determined by the formula:

$$\begin{aligned} \cos \theta = & \sin \delta \cdot \sin \varphi \cdot \cos \zeta - \sin \delta \cdot \cos \varphi \cdot \sin \zeta \cdot \cos \gamma + \\ & + \cos \delta \cdot \cos \varphi \cdot \cos \zeta \cdot \cos \beta + \cos \delta \cdot \sin \varphi \cdot \sin \zeta \cdot \cos \gamma \cdot \cos \beta + \\ & + \cos \delta \cdot \sin \zeta \cdot \sin \gamma \cdot \sin \beta \end{aligned} \quad (7)$$

where ζ - slope, is the tilt angle of a surface relative to the horizon, γ - the surface azimuth angle, is the angle deviation of the surface normal's horizontal projection from the direction to the south.

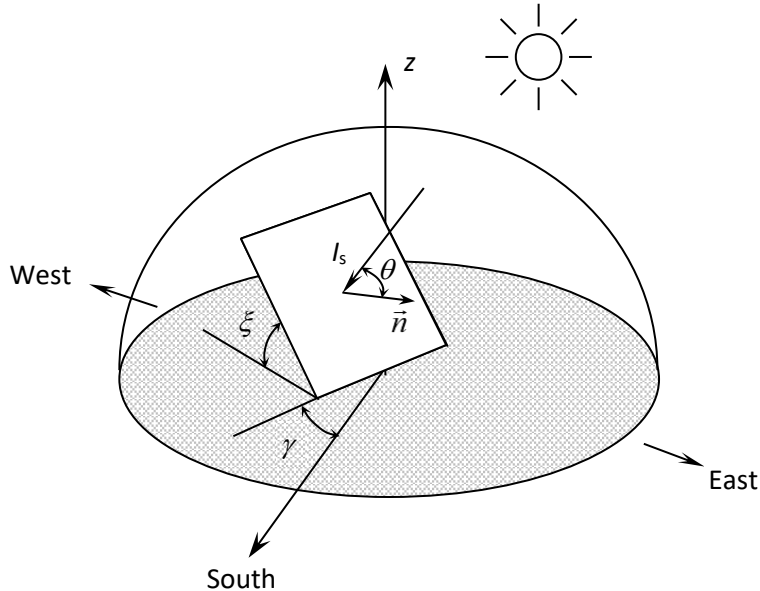


Fig. 2. View of solar radiation on an arbitrarily located flat surface

Direct solar radiation is found as:

$$I_s = I_0 k_a, \quad (8)$$

$$I_0 = 1367 \cdot [1 + 0.033 \cos(2\pi \cdot n / 365)] \quad (9)$$

where I_0 - solar radiation at the top of the atmosphere, k_a - atmospheric transmittance coefficient.

To find the atmospheric transmittance coefficient in the conditions of Dnipro, we use the Meinel Model [12]:

$$k_a = 0.7^\omega, \quad (10)$$

$$\omega = (1/\sin \alpha)^{0.678} \quad (11)$$

The diffuse radiation is determined using [13]:

$$I_d = 120g \cdot \exp[-1/(0.4511 + \cos \alpha)] \quad (12)$$

$$g = 0.796 - 0.01 \cdot \sin[0.986(n + 284)] \quad (13)$$

where g - atmospheric turbidity factor.

The considered model allows us to find the surface solar radiation under clear-sky conditions. To take into account cloudiness and possible shading of the surface, we will use the following formula:

$$I_Z = I \cdot (1 - 0.01 \cdot \delta_C) \cdot d, \quad (14)$$

where δ_C - current cloud cover, %, d - current fraction of not-shaded surface, is experimentally determined.

Thus, the model allows estimating the solar radiation on the surface, taking into account the state of sky cloudiness and surface shading.

Practical data on the parameters of solar radiation on the earth's surface and sky cloudiness are usually presented in reference materials on an hourly basis. Therefore, calculations were performed using the model for certain periods with a constant interval $\Delta \tau = 1$ hour:

$$\tau_k = \tau_0 + \Delta \tau \cdot k, \quad k = 0, 1, \dots, K, \quad (15)$$

де τ_0 - initial time; K - Number of Calculation Intervals.

Solar radiation I_{Znk} on the surface is calculated for a certain day of the year n within the time interval k at time τ_k using formulas (1) - (14). After calculating all values K , we can determine the total specific energy of solar radiation Q_n , kWh/(m²*day), which reached the surface over a full day:

$$Q_n = \sum_{k=0}^K I_{Znk} \cdot (1 - 0.01 \delta_{Cnk}) \cdot d_{nk} \cdot \Delta \tau \quad (16)$$

In the same way, we can calculate the average daily solar radiation energy for each month, kWh/(m²*day):

$$Q_M = \frac{1}{N} \sum_{n_1}^{n_2} Q_n \quad (17)$$

where n_1 and n_2 - the first and last day of the month, calculated from the beginning of the year, N - number of days per month.

The monthly potential of solar energy E_M (kWh) of a building surface is determined by the formula:

$$E_M = F \cdot N \cdot Q_M, \quad (18)$$

where F - is the available surface area.

The annual potential of solar energy E_P (kWh) of a building surface is calculated by summing all monthly potentials of solar energy. Similarly, it is possible to determine the annual potentials for individual houses and for an entire residential complex.

The presented mathematical model allows to determine the magnitude of solar radiation flux on a flat surface during a sunny day, taking into account the geographical coordinates (latitude, longitude), the rotation of the surface from the south, the inclination to the horizon, the day of the year or the month of the year. To take into account the sky cloudiness and shading from neighboring buildings or other structures, it is necessary to add to the model the relevant data of practical and experimental studies (hourly values of the cloudiness degree δ_C and the fraction of shaded surface d).

The adequacy of the solar irradiation model. In Ukraine, solar radiation data for the entire territory of the country are scarce; therefore, to verify the adequacy of the above mathematical model, we use solar radiation data from the US National Aeronautics and Space Administration (NASA). NASA provides such data, which is free and available within the POWER project [14], to characterize global energy resources. It allows you to obtain data on the direct and diffuse components of short-wave solar radiation, as well as long-wave radiation from the sky to the Earth's surface for given geographical coordinates. Such averaged data are presented for each day, for a separate month and for a year.

Data on sky cloudiness degree for various Ukrainian cities were used from Ukrainian hydrometeorological sources [15]. Hydrometeorological data were selected to determine cloudiness conditions for the city of Dnipro for 2023. Hourly cloudiness percentage data (the value of cloudiness degree (%), allows for approximate estimation of the influence of cloudiness on terrestrial solar radiation. Using the above model, the solar potential was calculated for clear and cloudy skies for April 2023.

NASA daily solar radiation data [9] were used validate and assess the accuracy of solar modeling calculations. The obtained calculation results and NASA data are given in Table 1.

Table 1. Comparison of solar radiation data Q_n (kWh/m²*day) from NASA and calculated by the model for the city of Dnipro, April 2023

Day of the month	For a clear sky			For a cloudy sky		
	NASA	Model	Deviation, %	NASA	Model	Deviation, %
1	5,12	4,94	3,5	1,22	0,49	15,8
2	5,20	5,00	3,8	1,77	1,47	12,6
3	5,26	5,06	3,8	1,18	1,17	40,8
4	5,32	5,12	3,7	3,36	1,18	13,6
5	5,12	5,18	1,2	3,05	2,01	2,2
6	5,27	5,23	0,7	1,56	2,56	57,8
7	5,30	5,29	0,2	2,62	1,06	4,41
8	5,55	5,35	3,6	4,14	2,11	5,3
9	5,45	5,41	0,7	1,66	1,14	4,6
10	5,87	5,47	6,8	5,04	2,18	4,1
11	5,38	5,52	2,6	2,54	2,21	2,6
12	5,44	5,58	2,5	1,08	1,67	5,9
13	5,37	5,64	5,0	1,47	1,13	1,6
14	5,79	5,69	1,7	1,4	1,14	5,3
15	6,09	5,75	5,5	1,96	1,15	4,0
16	6,27	5,80	7,5	4,98	2,64	14,9
17	6,42	5,85	8,8	6,19	4,12	72,5
18	6,14	5,91	3,7	5,53	2,31	49,5
19	5,58	5,96	6,8	3,22	3,82	41,8
20	6,01	6,01	0	1,21	1,2	0,2
21	6,31	6,06	3,9	1,68	1,21	2,3
22	6,22	6,12	1,6	3,26	1,43	3,3
23	6,67	6,17	7,5	4,83	2,58	16,9
24	6,45	6,21	3,7	5,08	2,44	1,7
25	6,48	6,26	3,4	4,66	2,55	8,7
26	6,67	6,31	5,4	6,04	2,92	2,4
27	6,49	6,36	2,0	4,77	4,64	21,1
28	6,41	6,41	0	1,77	2,11	0,5
29	6,72	6,45	4,0	1,97	1,29	2,4
30	5,56	6,50	16,9	1,56	1,3	2,1

Fig. 3 shows a comparison between NASA data on solar radiation on a horizontal surface during a day and data calculated by a mathematical model for April 2023.

CONCLUSION

As seen in Table 1 and Figs. 3–4, the results obtained using the mathematical model generally correspond to NASA data. The largest deviations are observed during periods of significant cloudiness. However, it should be noted that NASA does not guarantee the quality of its data during cloudiness period. It should be noted that the error during these periods is

not of great importance, because with significant cloudiness, the use of solar radiation is practically not advisable. In other periods, the maximum error does not exceed 5 - 8%, and the average error is 3 - 5%. Similar comparisons were made for the period from March to October 2023, and the results were similar. Therefore, it can be concluded that the proposed model can be used to assess the potential of solar radiation for Ukrainian regions. At the same time, the obtained data allow to calculate the thermodynamic efficiency of various types of solar systems in a short time and analyze their technical and economic feasibility.

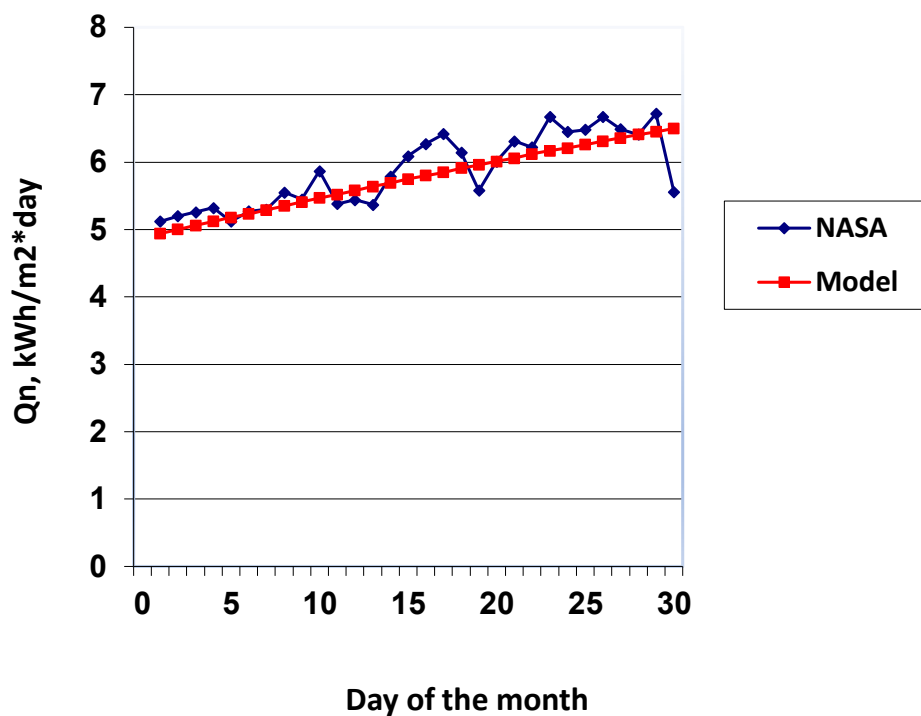


Fig. 3. Comparison of NASA data on solar radiation on a horizontal surface during a day with data obtained by a mathematical model, April 2023

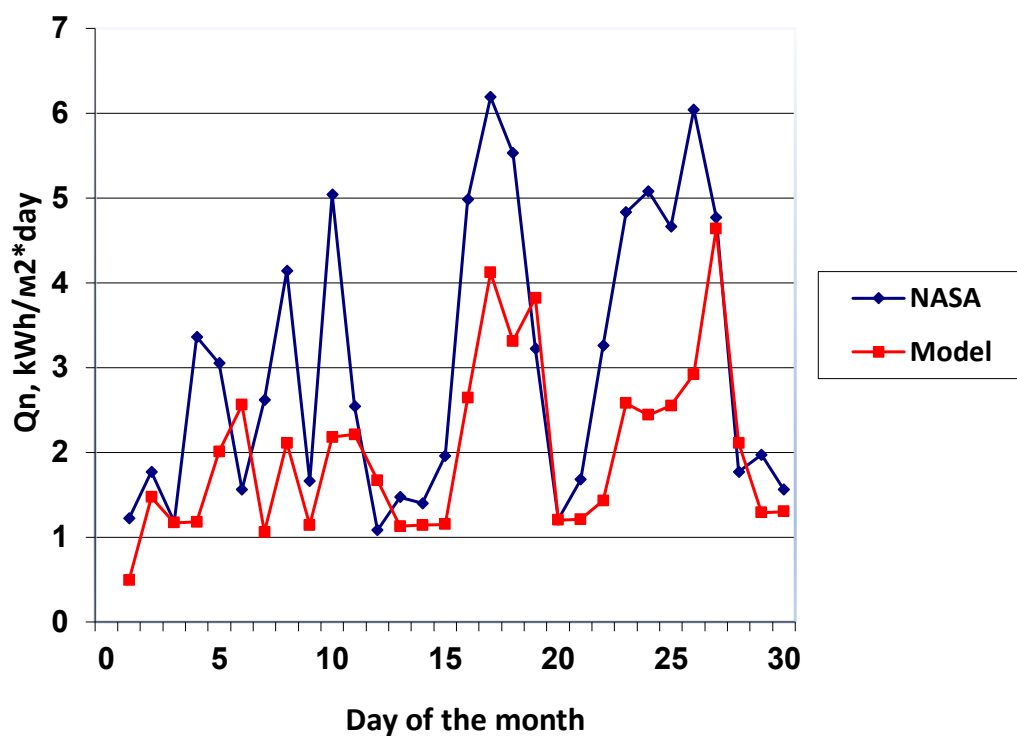


Fig. 4. Comparison of NASA data on solar radiation on a horizontal surface during a day under cloudy sky conditions with data obtained by a mathematical model, April 2023

REFERENCES

1. Di Pravalie, Remus; Patriche, Cristian; Bandoc, Georgeta. Spatial assessment of solar energy potential at global scale. A geographical approach/ Journal of cleaner production, 2019-02, vol.209, pp. 692–721
2. Low-cost renewable electricity as the key driver of the global energy transition towards sustainability /D. Bogdanov et al.// Energy, 2021. V. 227. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2021.120467>
3. C. S. Gooda, G. Lobaccaroa, S. Hårklaub. Optimization of solar energy potential for buildings in urban areas – a Norwegian case study. Energy Procedia, 58, 2014, pp. 166–171
4. N. Mohajer, A. Gudmundsson, T. Kunckler, G. Upadhyay, D. Assouline, J.H. Kämpf, J.L. Scartezzini A solar-based sustainable urban design: the effects of city-scale street-canyon geometry on solar access in Geneva, Switzerland. Applied Energy, vol. 240, April 2019, pp. 173–190
5. State Agency on Energy Efficiency and Energy Saving of Ukraine. Available at: <https://saee.gov.ua/diialnist/vidnovliuvalna-enerhetyka>
6. Sukhyi K.M., Kozlov Y.M., Bielianovska O.A., Sukhyi M.P. Systems for Accumulation and Transformation of Solar Energy: Monograph. Dnipro: State Higher Educational Institution Ukrainian State University of Chemical Technology, 168 p. (in Ukr.)
7. Kozlov, Y.M. Optimization of solar collector placement in solar thermal systems. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, No. 2/10 (44), pp. 58–64. (in Ukr.)
8. Romanko Ya.V., Reshetnyak I.L. Modeling of solar radiation transfer in narrow urban canyons formed by buildings and structures. In: Heat Engineering, Power Engineering and Ecology in Metallurgy: Collective Monograph. In two books. Book 1. Ed. by Prof. Yu.S. Proidak. Dnipro: Nova Ideolohiya, pp. 250–255.(in Rus.)
9. I.L. Reshetnyak, M.P.Sukhyi. Application of a mathematical model for analyzing the thermal performance of a concrete solar collector / Vidnovliuvana enerhetyka. 2020. No 4. Pp.42–49. DOI: [https://doi.org/10.36296/1819-8058.2020.4\(63\)](https://doi.org/10.36296/1819-8058.2020.4(63)). (in Ukr.)
10. Matuska T. and Zmrhal V. Shading analysis of facade collectors in urban environment. Proceedings 1st International Conference on Solar Heating, Cooling and Buildings (EUROSUN 2008) Lisbon, Portugal, 7 – 10 October 2008, vol. 1, pp. 568–574
11. Solar engineering of thermal processes / John A. Duffie, William A. Beckman – 3rd ed. – 2006 by John Wiley & Sons, Inc
12. Global Horizontal Irradiance Clear Sky Models: Implementation and Analysis. Sandia National Laboratories. Report 2012–2389, 2012. 67 p
13. Y. El Mghouchi, A. El Bouardi, Z. Choulli, T. Ajzoul. New model to estimate and evaluate the solar radiation. Int. Journal of Sustainable Built Environment, 2014, vol. 3, issue 2, pp. 225–234
14. POWER Data Access Viewer Web Mapping Application. Available at: <https://power.larc.nasa.gov/data-access-viewer>
15. Archives of Meteorological Data. Historical weather data for specific dates. Available at: <https://meteopost.com/weather/archive>