

УДК 621.224.004.12

ЕНЕРГЕТИЧНА ЕФЕКТИВНІСТЬ НАВАНТАЖУВАЛЬНИХ РЕЖИМІВ РОБОТИ ГІДРОТУРБІН МАЛОЇ ПОТУЖНОСТІ ПРИ ЗМІННИХ ВИТРАТАХ ВОДИ

Отримано 7 лют. 2022; рекомендовано до публікації 21 бер. 2022.
Доступно онлайн 24 квіт. 2022

П. Ф. Васько

Автор для кореспонденції: Петро Васько
e-mail: ivevasko@gmail.com

д-р техн. наук, Інститут відновлюваної енергетики
НАН України, м. Київ, Україна
<https://orcid.org/0000-0001-8807-7173>

Висвітлено теоретичні та методичні положення визначення енергетичної ефективності навантажувальних режимів роботи гідротурбін малої потужності пропелерного та радіально-осьового типів при змінних витратах води, зумовлених наявністю природоохоронних обмежень на використання води стоку річки для виробництва електроенергії. Показниками енергетичної ефективності слугували значення коефіцієнта корисної дії та механічної потужності турбіни. Дослідження виконувались з використанням законів подібності режимів роботи гідравлічних машин та математичного опису сукупностей функціональних залежностей універсальної характеристики гідротурбіни двопараметричними кубічними сплайн-функціями. Розроблено математичну модель навантажувальних режимів роботи гідротурбін при змінних витратах та частоті обертання для урахування одночасної зміни обох експлуатаційних параметрів. Модель представлено в системі відносних одиниць виміру стосовно номінальних значень параметрів, що надало можливість проведення порівняльного аналізу властивостей гідротурбін різного конструктивного виконання. Досліджено функціональні залежності коефіцієнта корисної дії та потужності турбін при змінних витратах води для випадків сталої частоти обертання та її змінного значення, що забезпечує досягнення максимальної енергетичної ефективності навантажувального режиму роботи. Встановлено, що застосування змінної частоти обертання для турбін пропелерного типу значно розширює діапазон можливої зміни витрат води та підвищує енергетичні показники функціонування. Проте застосування змінної частоти обертання для турбін радіально-осьового типу не суттєво впливає на її енергетичні показники при змінних витратах води. Обґрунтовано перспективність використання низьконапірних радіально-осьових турбін у складі малих ГЕС за наявності природоохоронних обмежень на використання витрат води стоку річки для виробництва електроенергії. Бібл. 22, рис. 6.

Ключові слова: витрата води, гідротурбіна, коефіцієнт корисної дії, потужність, сплайн, універсальна характеристика, частота обертання.

ENERGY EFFICIENCY OF LOADING MODES OF LOW POWER HYDROTURBINES WITH VARIABLE WATER CONSUMPTION

Received 7 January 2022; accepted 21 March 2022.
Available online 24 April 2022

P. Vasko

Author for correspondence Petro Vasko
e-mail: ivevasko@gmail.com

DScTech. Institute of Renewable Energy, NAS of
Ukraine, Kyiv, Ukraine
<https://orcid.org/0000-0001-8807-7173>

Theoretical and methodological provisions for determining the energy efficiency of loading modes of low-power turbines of propeller and radial-axial types at variable water flow rates due to environmental restrictions on the use of river runoff for electricity generation. Indicators of energy efficiency were the values of efficiency and mechanical power of the turbine. The research was performed using the laws of similarity of modes of operation of hydraulic machines and mathematical description of the sets of functional dependencies of the universal characteristics of the hydroturbine by two-parameter cubic spline functions. A mathematical model of loading modes of operation of hydraulic turbines at variable flow rates and speeds has been developed to take into account the simultaneous change of both operating parameters. The model is presented in the system of relative units of measurement in relation to nominal values of parameters, which provides opportunities for comparative analysis of the properties of hydraulic turbines of different design. The functional dependences of the efficiency and pow-

er of turbines on variable water flow rates for cases of constant speed and its variable value, which ensures the achievement of maximum energy efficiency of the loading mode, have been studied. It is established that the use of variable speed for propeller-type turbines significantly expands the range of possible changes in water consumption and increases the energy performance. However, the use of variable speed for radial-axial turbines does not significantly affect its energy performance at variable water flow rates. The prospects of using low-pressure radial-axial turbines in small hydropower plants in the presence of environmental restrictions on the use of river runoff for electricity generation are substantiated. Bibl. 22, fig. 6.

Keywords: water consumption, hydroturbine, efficiency, power, spline, universal characteristic, speed.

Перелік використаних скорочень та позначень:

ГЕС – гідроелектрична станція	α_o – відкриття напрямного апарату
ККД – коефіцієнт корисної дії	n_s – коефіцієнт швидкохідності
N – потужність турбіни	$N_{гран}$ – гранична потужність
Q – витрата води через турбіну	s – сплайн-функція
n – оберти турбіни	k – коефіцієнт сплайну
H – напір води на турбіні	m, z – показники степеня кубічного полінома
D – діаметр робочого колеса турбіни	в.о. – відносні одиниці
η – ККД	p – відносна потужність
N^1 – зведена потужність	q – відносні витрати
Q^1 – зведена витрата води	β – відносні оберти
n^1 – зведені оберти	h – відносний напір
η^1 – зведений ККД	ξ – відносний ККД

Вступ. Проєкт сучасної малої ГЕС повинен відповідати і не суперечити екологічним принципам і умовам, які регламентовані в чинних вітчизняних законах щодо охорони, збереження та розумного використання природних ресурсів, а також міжнародним договорам, конвенціям та протоколам до них: Рамкова конвенція про охорону та сталий розвиток Карпат (2004) та Протокол до Рамкової конвенції про збереження і стале використання біологічного та ландшафтного різноманіття (2009); Бернська конвенція (1979); Європейська ландшафтна конвенція (2006); Закон України «Про охорону навколишнього природного середовища»; Водний кодекс; Земельний кодекс; Лісовий кодекс. Кожний з цих документів має свої цілі та шляхи їх досягнення, але всі вони поєднані однією метою, а саме охорона, збереження та стале використання природних ресурсів. Тому на сьогодні набуває актуальності задача регулювання потужності малої ГЕС за природним водотоком задля забезпечення природоохоронних вимог щодо збереження умов існування флори і фауни в руслі та басейні річки [1–5]. Виконання техніко-економічного обґрунтування проєкту створення (реконструкції) нової малої ГЕС з урахуванням природоохоронних обмежень на використання стоку води річки для виробництва електроенергії потребує проведення розрахункових досліджень енергетичної ефективності вибраного прототипу турбіни при змінних витратах води. На малих ГЕС викорис-

товують практично усі відомі нині типи турбін. Області застосування гідротурбін малої потужності різних видів перекриваються досить суттєво. Так, при напорі 2–25 м можуть бути застосовані як осьові пропелерні, так і радіально-осьові турбіни, а при напорі понад 60 м – радіально-осьові та ковшові. Рациональне рішення обирається на основі техніко-економічного зіставлення можливих варіантів. При цьому вирішальне значення мають енергетичні та кавітаційні показники і вартість турбін.

Низьконапірні малі ГЕС характеризуються також зміною рівня верхнього б'єфу водосховища протягом року. Тому гідроагрегати значну кількість часу функціонують в умовах змінних витрат води через турбіну та змінних напорів з погіршеними, відносно номінального режиму роботи, енергетичними показниками перетворення гідроенергетичного потенціалу водотоку в електричну енергію. Згідно з міжнародними настановами з розробки малих ГЕС [6, 7] коефіцієнт корисної дії (ККД) гідротурбін осьового типу з поворотними лопатями та радіально-осьового типу при зміні витрат води зменшується від номінального значення на рівні 90 % до 20–30 %, а гідротурбіни пропелерного типу при витратах води менше половини номінальної величини взагалі потребують зупинки. Аналогічні властивості притаманні й турбінам значної потужності [8].

На сучасному етапі розвитку гідроенергетики з'явилася нова можливість підвищення енергетичної та

економічної ефективності малих ГЕС при змінних витратах та напорах води на турбіні в результаті застосування інноваційної технології змінної частоти обертання гідроагрегатів [9]. Розроблено ряд схемних рішень електричних генераторів, що можуть продукувати електричний струм стабільної частоти при змінних обертах ротора [10, 11]. Тому сьогодні актуальною є задача підвищення енергетичної ефективності гідротурбіни при змінних витратах води шляхом застосування змінної частоти обертання гідроагрегату.

Визначення енергетичних показників гідротурбіни в навантажувальних режимах роботи при змінних витратах води та частоті обертання може бути реалізовано в результаті експериментальних досліджень фізичної моделі прототипу турбіни, або розраховано на основі даних універсальної характеристики, яка наводиться в номенклатурі турбін. У цій роботі розглянуто теоретичні та методичні положення розрахункового методу.

Постановка завдання. Мета роботи полягає у визначенні енергетичної ефективності навантажувальних режимів роботи гідротурбін малої потужності радіально-осьового та пропелерного типів при змінних витратах води та частоті обертання на основі даних їх універсальних характеристик. Показниками енергетичної ефективності слугуватимуть значення ККД та механічної потужності турбіни. Дослідження виконуватиметься з використанням законів подібності режимів роботи гідравлічних машин та математичного опису сукупностей функціональних залежностей універсальної характеристики двопараметричними кубічними сплайн-функціями.

Теоретичні та методичні положення. Гідромеханічні та енергетичні параметри гідротурбіни при змінних витратах води та частоті обертання будемо визначати на основі результатів експериментальних досліджень фізичної моделі турбіни, приведених до діаметру 1 м і напору 1 м, та законів подібності навантажувальних режимів роботи гідравлічних машин [12] у такий спосіб:

$$N(Q, n, H) = N^1(Q^1, n^1) \cdot D^2 \cdot (H)^{1.5} \cdot \frac{\eta}{\eta^1}, \quad (1)$$

$$\text{де: } N^1(Q^1, n^1) = 9.8 \cdot \eta^1(Q^1, n^1) \cdot Q^1, \quad (2)$$

$$Q(n, H, \eta) = Q^1(n^1, \eta^1) \cdot D^2 \cdot (H)^{0.5} \cdot \left(\frac{\eta}{\eta^1}\right)^{0.5}, \quad (3)$$

$$n(H, \eta) = n^1 \cdot \frac{1}{D} \cdot (H)^{0.5} \cdot \left(\frac{\eta}{\eta^1}\right)^{0.5} \quad (4)$$

N, Q, n, H, D, η – потужність, витрати води, оберти, напір, діаметр, ККД турбіни;

N^1, Q^1, n^1, η^1 – відповідні результати експериментальних досліджень фізичної моделі турбіни, приведені до діаметру 1 м та напору 1 м (приведені параметри).

Приведені параметри турбіни наводяться в її номенклатурі у формі універсальної характеристики, яка являє собою сукупність дискретно заданих функціональних залежностей, представлених розімкненими та замкненими лініями [12, 13]. Приклад універсальної характеристики наведено на рис. 1. Взаємний зв'язок між ККД (η^1), витратами (Q^1) і обертами (n^1) графічно зображується у вигляді сімейства кривих постійних значень ККД в координатах площини (Q^1, n^1). Також на цю площину наносяться криві постійних значень відкриття лопатей прямого апарату α_o , коефіцієнта швидкохідності n_s , криві граничної потужності $N_{гран}$ і 95% $N_{гран}$.

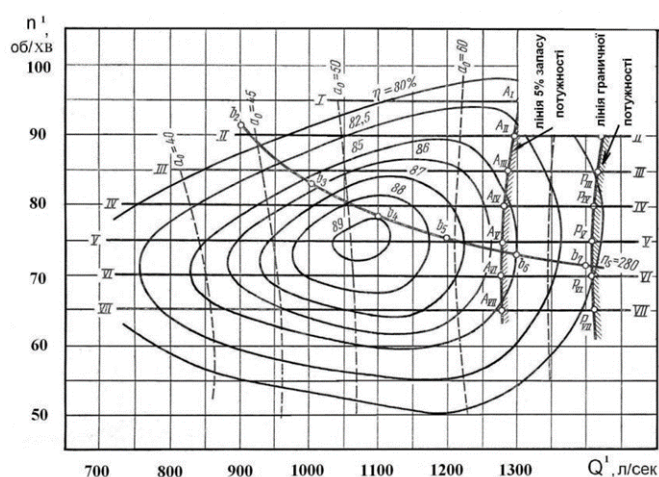


Рис. 1. Зразок графічного зображення універсальної характеристики гідротурбіни

Fig. 1. Sample graphic image of the universal characteristics of the turbine

Використання універсальної характеристики в розрахункових дослідженнях потребує її представлення числовими масивами даних. Автоматизація розрахункових досліджень може бути реалізована шляхом інтерпретації числових масивів з дискретними змінними деякою неперервною гладкою функцією (сплайн-функцією) [14, 15, 16]. Оскільки універсальна характеристика гідротурбіни являє собою дискретну сукупність розімкнених та замкнених ліній, зображених на площині, то сімейство однорідних розімкнених ліній (відкриття прямого апарату, кут повороту лопатей робочого колеса) можна інтерпретувати твірними відповідної поверхні, а сімейство замкнених ліній – контурами перети-

ну поверхні ККД горизонтальними площинами.

Для математичного аналізу та візуалізації зазначених поверхонь доцільно застосовувати сплайни на основі двопараметричних функцій, що надають можливість визначити положення довільної точки поверхні, коли координатна сітка вихідних даних нерівномірна. Застосування кубічних сплайнів дозволяє реалізувати процедуру з'єднання двох суміжних сплайнів на інтервалах дискретизації координатної сітки із забезпеченням неперервності першої та другої похідних для отримання гладкої неперервної поверхні. Зокрема, зображена на рис. 1 сукупність замкнених кривих, які являють собою ізолінії сталого значення ККД у функції зведених значень витрат (Q^1) та обертів (n^1), може бути математично описана як неперервна поверхня за допомогою двопараметричної кубічної $S_{3,3}^{i,j}$ сплайн-функції в такий спосіб [17]:

$$S_{3,3}^{i,j}(\eta^1, Q^1, n^1) = \sum_{m=0}^3 \sum_{z=0}^3 k_{m,z}^{i,j} (Q^1 - Q_i^1)^m (n^1 - n_j^1)^z, \quad (5)$$

де:

$$Q^1 \in [Q_i^1, Q_{i+1}^1], i = 0, 1, \dots, N-1, Q_0^1 < Q_1^1 < Q_2^1 < \dots < Q_N^1,$$

$$n^1 \in [n_j^1, n_{j+1}^1], j = 0, 1, \dots, M-1, n_0^1 < n_1^1 < n_2^1 < \dots < n_M^1,$$

$k_{m,z}^{i,j}$ – коефіцієнти кубічного полінома за відповідною змінною.

Замінивши в (1), (2) нелінійні залежності на відповідні апроксимаційні двовимірні сплайн-функції, аналогічні (5), отримуємо розрахунковий вираз для обчислення потужності гідротурбіни при змінних витратах і напорі води та частоті обертання на основі графічної інформації універсальної характеристики:

$$N(Q, n, H) = 9.8 \cdot S_{3,3}^{i,j}(\eta^1, Q^1, n^1) \cdot Q^1 \cdot D^2 \cdot (H)^{1.5} \cdot \frac{\eta}{\eta^1} \quad (6)$$

Вплив зміни експлуатаційних параметрів на енергетичні показники турбіни будемо досліджувати в долях їхніх номінальних значень, тобто в системі відносних одиниць виміру, яка надає можливість проведення порівняльного аналізу властивостей гідротурбін різного конструктивного виконання [18, 19]. Введемо такі позначення:

$$\frac{N}{N_{nom}} = p, \frac{Q}{Q_{nom}} = q, \frac{n}{n_{nom}} = \beta, \frac{H}{H_{nom}} = h, \frac{\eta}{\eta_{nom}} = \xi, \quad (7)$$

де символом **nom** позначені номінальні значення, а без символа – відповідні довільні значення.

Рівняння (6) в системі відносних одиниць виміру набуває вигляду:

$$p(q, \beta, h) = S_{3,3}^{i,j}(\xi^1, q^1, \beta^1) \cdot q^1 \cdot h^{1.5} \quad (8)$$

При сталому значенні напору води на турбіні, рівному номінальному ($h=1,0$), розрахунковий вираз (8) спрощується й описує функціональну залежність потужності лише від витрат води та обертів:

$$p(q, \beta) = S_{3,3}^{i,j}(\xi^1, q^1, \beta^1) \cdot q^1 \quad (9)$$

Розрахунок функціональної залежності ККД від витрат води та обертів за (8), (9) потребує визначення у відносних одиницях виміру сплайн-функції

$$S_{3,3}^{i,j}(\xi^1, q^1, \beta^1)$$

. На рис. 2 показано візуалізацію даної сплайн-функції (для універсальної характеристики на рис. 1), яка являє собою випуклу поверхню з наявністю екстремального значення ККД для фіксованих обертів. Сукупність точок з найбільшими екстремальними значеннями утворює криву максимуму поверхні ККД, яка визначає оптимальне значення обертів для забезпечення максимально досяжної енергетичної ефективності навантажувального режиму роботи при зміні витрат води [17].

Проте залежності (8), (9) можуть бути отримані й безпосередньо на основі даних вихідної універсальної характеристики, зокрема:

$$p(q, \beta, h) = S_{3,3}^{i,j}(\eta^1, n^1, Q^1) \frac{Q^1}{Q_{nom}^1 \cdot \eta_{nom}^1} \cdot h^{1.5}, \quad \beta = \frac{n^1}{n_{nom}^1}, q = \frac{Q^1}{Q_{nom}^1} \quad (10)$$

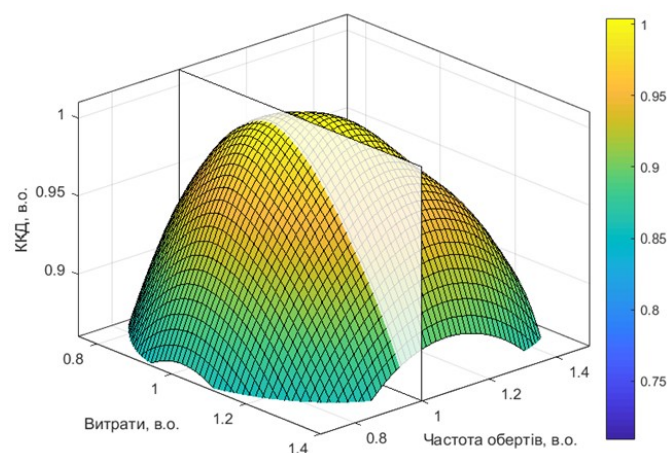


Рис. 2. Візуалізація фрагмента сплайн-функції ККД універсальної характеристики

Fig. 2. Visualization of a fragment of the spline function of the efficiency of universal characteristics

Аналіз результатів. Визначимо функціональні залежності ККД та потужності гідротурбін малих ГЕС при змінних витратах води й частоті обертання та стало-му напорі для найбільш поширених пропелерних та радіально-осьових конструкцій. Розрахунки виконаємо для випадків номінального значення частоти обертання та його змінного оптимального значення, що забезпечує реалізацію максимального ККД турбіни при змінних витратах води [17], тобто досягнення максимально досяжної енергетичної ефективності навантажувального режиму роботи. Аналіз виконуватиметься в системі відносних одиниць виміру.

Конструкція низьконапірної пропелерної гідротурбіни малої потужності та її універсальна характеристика показані на рис. 3. Значення параметрів номінального режиму роботи на універсальній характеристиці приймаємо рівними:

$$Q_{nom}^1 = 2100 \text{ л/с}, \eta_{nom}^1 = 80,3\%, n_{nom}^1 = 190 \text{ об/хв.}$$

Отримані результати наведені на рис. 4. Вони засвідчують, що ця пропелерна гідротурбіна при номінальній частоті обертання розвиває потужність у діапазоні зміни витрат води (1,0–0,65) номінального значення, а застосування змінної частоти обертання суттєво розширює діапазон можливої зміни витрат води від 1,0 до 0,35 номінального значення і дозволяє досягнути набагато ліпших енергетичних показників функціонування.

Аналогічні розрахункові дослідження виконаємо також для низьконапірної радіально-осьової гідротурбіни малої потужності, конструкцію якої та її універсальну характеристику показано на рис. 5. Параметри номінального режиму роботи турбіни визначатимемо на лінії 5%-го запасу потужності:

$$Q_{nom}^1 = 1400 \text{ л/с}, \eta_{nom}^1 = 84\%, n_{nom}^1 = 80 \text{ об/хв.}$$

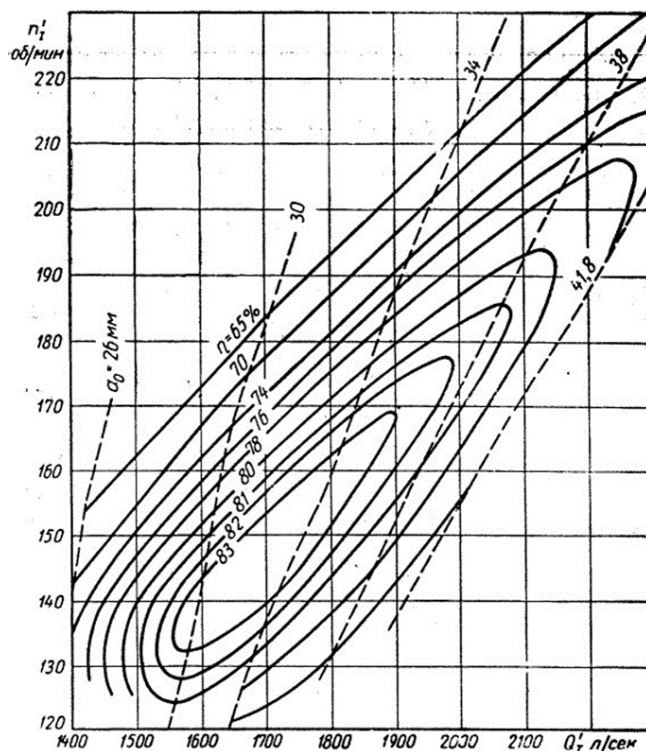


Рис. 3. Низьконапірна пропелерна гідротурбіна та її універсальна характеристика
Fig. 3. Low-pressure propeller hydro turbine and its universal characteristics

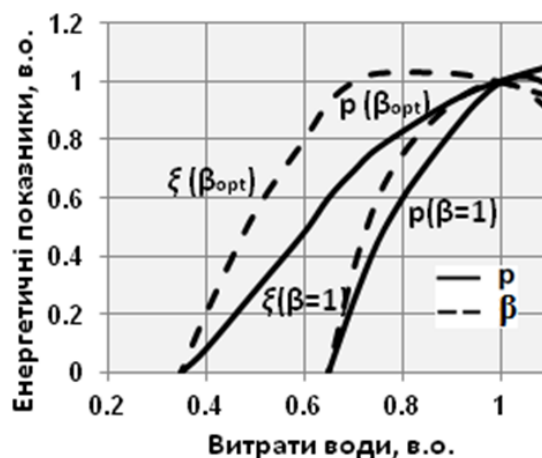


Рис. 4. Залежності ККД та потужності пропелерної гідротурбіни від витрат води для різних значень обертів

Fig. 4. Dependences of efficiency and power of a propeller hydro turbine on water consumption for different speed values

Результати розрахунків, наведені на рис. 6, показують можливість функціонування радіально-осьової гідротурбіни практично в повному діапазоні зміни витрат води. При цьому використання змінної частоти обертання не суттєво впливає на ККД та потужність турбіни в діапазоні зміни витрат води (0,4–1,0) номінального значення.

Зазначені властивості низьконапірних радіально-осьових турбін при змінних витратах води засвідчують перспективність їх застосування в складі малих ГЕС за наявності природоохоронних обмежень на використання витрат води стоку річки для виробництва електроенергії.

Наявні у відкритому доступі універсальні характеристики гідротурбін [20, 21, 22] наведені в досить обмежених діапазонах зміни частоти обертання, достатніх лише для обґрунтованого вибору параметрів номінального режиму роботи. Повноцінне дослідження режимів роботи зі змінними витратами та частотами обертання потребує використання відповідних універсальних характеристик, які є у розпорядженні виробників конкретних типів турбін.

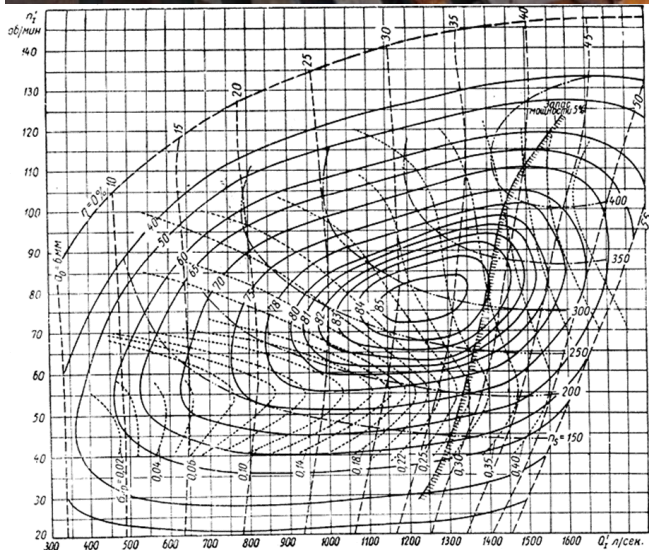


Рис. 5. Низьконапірна радіально-осьова гідротурбіна та її універсальна характеристика

Fig. 5. Low-pressure radial-axial hydroturbine and its universal characteristics

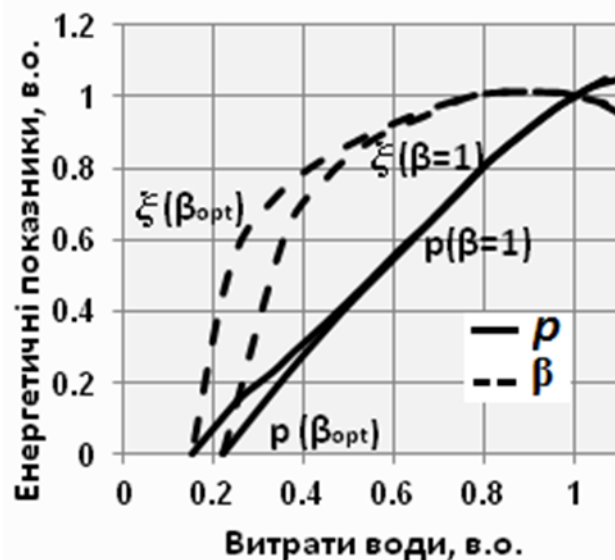


Рис. 6. Залежності ККД та потужності радіально-осьової гідротурбіни від витрат води для різних значень обертов

Fig. 6. Dependences of efficiency and power of radial-axial hydroturbine on water consumption for different speed values

Висновки. 1. Розроблено нову математичну модель навантажувальних режимів роботи гідротурбін при змінних витратах та напорах води на основі застосування двопараметричних сплайн-функцій їх універсальних характеристик для урахування одночасної зміни обох експлуатаційних параметрів.

2. Встановлено, що енергетична ефективність навантажувальних режимів роботи пропелерної гідротурбіни за умов функціонування зі змінними витратами води може бути суттєво підвищена шляхом застосування змінної частоти обертання.

3. Обґрунтовано перспективність застосування низьконапірних радіально-осьових турбін у складі малих ГЕС за наявності природоохоронних обмежень на використання витрат води стоку річки для виробництва електроенергії.

ПОСИЛАННЯ

1. Guiding Principles on Sustainable Hydropower. International Commission for the Protection of the Danube River, ICPDR, 2013.
2. П. Ф. Васько, А. В. Мороз, "Законодательные стимулы и природоохранные ограничения использования гидроэнергетических ресурсов малых рек Украины", *Альтернативная энергетика и экология*, No. 15, с. 82–92, 2014.
3. П. Ф. Васько, А. В. Мороз, А. О. Бриль,

- М. Р. Ібрагімова, “Екологічні аспекти розвитку гідроенергетики в Україні”, *Відновлювана енергетика*, No. 2, с. 57–69, 2018.
4. П. Ф. Васько, А. О. Бриль, А. В. Мороз, Д. Ф. Озорин, “Расчёт теоретического значения гидроэнергетического потенциала малых рек с учётом обеспеченности стока воды”, *Альтернативная энергетика и экология*, No. 7, с. 126–132, 2012.
 5. А. О. Бриль, П. Ф. Васько, А. В. Мороз, “Технічний потенціал гідроенергетичних ресурсів малих річок України з урахуванням природоохоронних обмежень”, *Гідроенергетика України*, No. 3-4, с. 47–51, 2019.
 6. *Guide on How to Develop a Small Hydropower Plant*, ESHA, 2004.
 7. *A Guide to UK Mini-Hydro Developments*, V3.0, British Hydropower Association, 2012.
 8. Arne Kjolle, *Hydropower in Norway. Mechanical Equipment*, Trondheim, 2001.
 9. П. Ф. Васько, “Повышение энергетической эффективности малых гидроэлектростанций путем применения переменной частоты вращения гидроагрегатов”, *Альтернативная энергетика и экология*, No. 8, с. 115–132, 2011.
 10. В. И. Радин, А. Е. Загорский, Ю. Г. Шакарян, *Управляемые электрические генераторы при переменной частоте*. Москва, росія: Энергия. 1978.
 11. І. А. Шаповал, В. М. Михальський, М. Ю. Артеменко, С. Й. Поліщук, В. В. Чопик, *Комплекси генерування електроенергії з функціями компенсації реактивної потужності та активної фільтрації на базі машини подвійного живлення*. Київ, Україна: Інститут електродинаміки НАН України, 2020.
 12. Г. И. Кривченко, *Гидравлические машины: Турбины и насосы*. Москва, росія: Энергоатомиздат, 1983.
 13. ДСТУ 2842-94. Турбіни гідравлічні. Терміни та визначення, Київ, Держстандарт України, 1995, 35 с.
 14. Б. П. Довгий, А. В. Ловейкін, Є. С. Вакал, Ю. Є. Вакал, *Слайн-функції та їх застосування*. Київ, Україна: Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2016.
 15. Ю. С. Завьялов, В. А. Леус, В. А. Скороспелов, *Слайны в инженерной геометрии*. Москва, росія: Машиностроение, 1985.
 16. Н. П. Корнейчук, *Слайны в теории приближения*. Москва, росія: Наука, 1984.
 17. П. Ф. Васько, “Апроксимація універсальних характеристик гідротурбін методами інженерної геометрії”, *Відновлювана енергетика*, No. 3, с. 62–71, 2021. [https://doi.org/10.36296/1819-8058.2021.3\(66\).62-71](https://doi.org/10.36296/1819-8058.2021.3(66).62-71)
 18. Н. Н. Аршеневский, *Обратимые гидромашины гидроаккумулирующих электростанций*. Москва, росія: Энергия, 1977.
 19. Г. И. Кривченко, *Гидромеханические переходные процессы в гидроэнергетических установках*. Москва, росія: Энергия, 1975.
 20. В. В. Елистратов, *Гидроэлектростанции малой мощности: Учебное пособие*. СПб. росія: Изд-во Политехнического университета, 2005.
 21. Є. Г. Самойленко, *Основи проектування гідроенергетичних вузлів*, Запоріжжя, Україна: ЗДІА, 2011.
 22. Н. Н. Ковалев, *Справочник по гидротурбинам*, Л., росія: Машиностроение, 1984.

REFERENCES

1. *Guiding Principles on Sustainable Hydropower. International Commission for the Protection of the Danube River*, ICPDR, 2013.
2. P. F. Vasko, and A. V. Moroz, “Legislative Incentives and Environmental Restrictions on the Use of Hydropower Resources of Small Rivers of Ukraine” (in Russian), *Alternative energy and ecology*, No. 15, pp. 82–92, 2014.
3. Bryl, P. F. Vasko, O. V. Moroz, and M. R. Ibragimova, “Environmental aspects of Hydropower development in Ukraine” (in Ukrainian), *Vidnovluvana energetika*, No. 2, pp. 57–69, 2018.
4. P. F. Vasko, A. A. Bryl, A. V. Moroz, and D. F. Ozorin, “Theoretical value calculation of small rivers hydropower potential in view of water discharge availability” (in Russian), *Alternative Energy and Ecology*, No. 7, pp. 126–132, 2012.
5. Bryl, P. F. Vasko, and A. V. Moroz, “Technical potential of hydropower resources of small rivers of Ukraine taking into account environmental restrictions” (in Ukrainian) *Gidroenergetika Ukrayini*, No. 3–4. pp. 47–51, 2019.
6. *Guide on How to Develop a Small Hydropower Plant*. ESHA, 2004.
7. *A Guide to UK Mini-Hydro Developments*, V3.0, British Hydropower Association, 2012.

8. Arne Kjolle, *Hydropower in Norway. Mechanical Equipment*, Trondheim, 2001.
9. P. F. Vasko, "Increasing power efficiency of small hydro-power plants by implementing variable rotation frequency of hydraulic units" (in Russian), *Alternative Energy and Ecology*, No. 8, pp. 115–132, 2011.
10. V. Y. Radyn, A. E. Zahorskyi, and Yu. H. Shakarian, *Controlled electric generators at variable frequency* (in Russian). M., Russia: Enerhyia, 1978.
11. Shapoval, V. M. Mykhalskyi, M. Iu. Artemenko, S. I. Polishchuk, and V. V. Chopyk, *Power generation complexes with reactive power compensation and active filtration functions based on dual power supply machine* (in Ukrainian), Kyiv, Institute of Electrodynamics NAS of Ukraine, 2020.
12. H. Y. Kryvchenko *Hydraulic machines: Turbines and pumps* (in Russian), M., Russia: Energoatomizdat, 1983.
13. DSTU 2842-94. Hydraulic turbines. Terms and definitions (in Ukrainian), Kyiv. State Standard of Ukraine. 1995. 35 p.
14. B. P. Dovhyi, A. V. Loveikin, Ye. S. Vakal, and Yu. Ie Vakal. *Spline functions and their applications* (in Ukrainian), Kyiv, Ukraine: Vydavnycho-polihrafichnyi tsentr "Kyivskyi universytet", 2016.
15. Yu. S. Zavialov, V. A. Leus, V. A. Skorospelov, *Splines in engineering geometry* (in Russian), M., Russia: Mashinostroyeniye, 1985.
16. N. P. Korneichuk, *Splines in the theory of approximation* (in Russian), M., Russia: Nauka, 1984.
17. P. F. Vasko "Approximation of universal characteristics of hydroturbines by methods of engineering geometry" (in Ukrainian), *Vidnovluvana enerhetyka*. No. 3. pp. 62–71, 2021. [https://doi.org/10.36296/1819-8058.2021.3\(66\).62-71](https://doi.org/10.36296/1819-8058.2021.3(66).62-71).
18. N. N. Arshenevskyi, *Reversible hydraulic machines of accumulating power plants* (in Russian), M., Russia: Enerhyia, 1977.
19. H. Y. Kryvchenko, *Hydromechanical transients in hydropower plants* (in Russian), M., Russia: Enerhyia, 1975.
20. V. V. Yelistratov, *Low-power hydroelectric stations* (in Russian), Saint Petersburg. Russia: Publishing House of the Polytechnic University, 2005.
21. Ye. H. Samoilenko, *Fundamentals of hydropower design* (in Ukrainian), Zaporizhzhia, Ukraine: ZDIA, 2011.
22. N. N. Kovalev, *Handbook of hydro turbines* (in Russian), L., Russia: Mashynostroenye, 1984.