

УДК 620.91:697.329

В.Ф.Резцов¹, чл.-кор. НАН України, **Т.В.Суржик**², канд.техн.наук (Інститут відновлюваної енергетики НАН України, Київ)

Синергетичний метод аналізу причин виникнення автоколивальних режимів у процесах перетворення енергії відновлюваних джерел

Розроблено метод синергетичного аналізу нелінійно пов'язаних процесів перетворення енергії відновлюваних джерел і сформульовані основні причини виникнення автоколивальних режимів у результаті розвитку нестійкості. Бібл. 2.

Ключові слова: синергетичний метод, відновлювані джерела енергії, автоколивання.

Orgid: ¹0000-0001-8431-3968; ²0000-0002-1418-7748.

Вступ. Однією з важливих науково-технічних проблем відновлюваної енергетики, яка на теперішній час не лише не вирішена, але навіть не поставлена, є проблема ресурсу та надійності обладнання. З досвіду, накопиченого в традиційній та атомній енергетиці, а також в авіаційній та космічній техніці, де добре розвинуті методи прискорених випробувань, витікає, що однією з головних причин, що визначає ресурс та надійність, є змінні в часі механічні, електромагнітні чи інші навантаження, що виникають внаслідок наявності коливальних періодичних складових, які обумовлені проявом автоколивальних режимів процесів перетворення енергії того чи іншого виду.

Особливістю відновлюваних джерел є те, що процеси перетворення енергії в них реалізуються за рахунок взаємопов'язаних (часто нелінійно пов'язаних) процесів різної фізичної природи, наприклад, в сонячній енергетиці – електродинаміка + теплопровідність, у вітроенергетиці – аеродинаміка + механіка, в електрохімічних накопичувачах енергії – електродинаміка + дифузія зарядів, у біоенергетиці, пов'язаній з отриманням біогазу – хімічна кінетика + дифузія + теплопровідність і т.д.

Постановка задачі. У відповідності з [1] незалежно від фізики процесів вони можуть бути представлені у вигляді узагальненої системи рівнянь такого вигляду:

$$\begin{aligned}\frac{\partial u_1}{\partial t} - L_1(u_1, u_2, \dots, u_n) &= F_1(u_1, u_2, \dots, u_n), \\ \frac{\partial u_2}{\partial t} - L_2(u_1, u_2, \dots, u_n) &= F_2(u_1, u_2, \dots, u_n), \\ \frac{\partial u_n}{\partial t} - L_n(u_1, u_2, \dots, u_n) &= F_n(u_1, u_2, \dots, u_n),\end{aligned}\quad (1)$$

де $u_1, u_2, \dots, u_n$ – набір фізичних (у даному випадку векторних) змінних; $L_1, L_2, \dots, L_n$ – набір диференціальних операторів по просторових координатах; $F_1, F_2, \dots, F_n$ – набір щільностей джерел.

До такого вигляду приводить, наприклад, система рівнянь термодифузії, нелінійно зв'язаної по джерелах $F_T(T, n), F_n(T, n)$:

$$\begin{aligned}\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} - \lambda \Delta T &= F_T(T, n), \\ \rho_n \frac{\partial n}{\partial t} - D \Delta n &= F_n(T, n),\end{aligned}\quad (2)$$

де T, n – температура та концентрація.

Методика аналізу стійкості. Стандартна по І.Пригожину процедура аналізу системи рівнянь (1) на стійкість полягає в представленні функцій $u_1, u_2, \dots, u_n$ у вигляді:

$$\begin{aligned}u_1 &= u_{10} + \delta u_1, \delta u_1 = \delta u_{1\alpha} \exp(i \vec{k} \cdot \vec{r} + \omega t), \\ u_2 &= u_{20} + \delta u_2, \delta u_2 = \delta u_{2\alpha} \exp(i \vec{k} \cdot \vec{r} + \omega t), \\ &\dots \dots \dots \\ u_n &= u_{n0} + \delta u_n, \delta u_n = \delta u_{n\alpha} \exp(i \vec{k} \cdot \vec{r} + \omega t),\end{aligned}\quad (3)$$

де змінні з індексом "0" описують незбурений стан; $\delta u_1, \delta u_2, \dots, \delta u_n$ – малі збурення; $\delta u_{1\alpha}, \delta u_{2\alpha}, \dots, \delta u_{n\alpha}$ – амплітуди збурень; $\vec{k}$ – хвильовий вектор, який визначає просторову структуру збурень; $\vec{r}$ – радіус-вектор; ω – частота збурень, що

визначають зміну збурень у часі; $i^2 = -1$.

Підстановка (3) в (2) з урахуванням розкладу функцій $F_T(T, n)$, $F_n(T, n)$ в ряди Тейлора з точністю до малих другого порядку по збуренням приводить до системи рівнянь такого вигляду:

$$\begin{aligned} \rho c_p \frac{\partial T_0}{\partial t} - \lambda \Delta T_0 + \rho c_p \frac{\partial(\delta T)}{\partial t} - \lambda \Delta(\delta T) &= F_{T0} + \left. \frac{\partial F_T}{\partial T} \right|_0 \delta T + \left. \frac{\partial F_T}{\partial n} \right|_0 \delta n, \\ \rho_n \frac{\partial n_0}{\partial t} - D \Delta n_0 + \rho_n \frac{\partial(\delta n)}{\partial t} - D \Delta(\delta n) &= F_{n0} + \left. \frac{\partial F_n}{\partial T} \right|_0 \delta T + \left. \frac{\partial F_n}{\partial n} \right|_0 \delta n. \end{aligned} \quad (4)$$

Тут

$$\begin{aligned} F_{T0} &= F_T(T = T_0, n = n_0), \quad F_{n0} = F_n(T = T_0, n = n_0), \quad \left. \frac{\partial F_T}{\partial T} \right|_0 = \left. \frac{\partial F_T}{\partial T} \right|_0(T = T_0, n = n_0), \\ \left. \frac{\partial F_T}{\partial n} \right|_0 &= \left. \frac{\partial F_T}{\partial n} \right|_0(T = T_0, n = n_0), \quad \left. \frac{\partial F_n}{\partial T} \right|_0 = \left. \frac{\partial F_n}{\partial T} \right|_0(T = T_0, n = n_0), \quad \left. \frac{\partial F_n}{\partial n} \right|_0 = \left. \frac{\partial F_n}{\partial n} \right|_0(T = T_0, n = n_0). \end{aligned}$$

За відсутності флуктуацій у системі (4) залишаються лише рівняння для незбуреного стану, а система для збурень набуває в матричній формі вигляду:

$$\begin{pmatrix} \rho \tilde{n}_p \frac{\partial(\delta T)}{\partial t} \\ \rho_\delta \frac{\partial(\delta n)}{\partial t} \end{pmatrix} = \hat{A} \begin{pmatrix} \delta T \\ \delta n \end{pmatrix}, \quad \hat{A} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix}, \quad (5)$$

$$\begin{aligned} A_{11} &= \left. \frac{\partial F_T}{\partial T} \right|_0 - \lambda \vec{k}^2, \quad A_{12} = \left. \frac{\partial F_T}{\partial n} \right|_0, \\ A_{21} &= \left. \frac{\partial F_n}{\partial T} \right|_0, \quad A_{22} = \left. \frac{\partial F_n}{\partial n} \right|_0 - D \vec{k}^2. \end{aligned}$$

Після диференціювання системи (5) за часом t приходимо до системи алгебраїчних рівнянь відносно ω , δT , δn :

$$\begin{aligned} \rho c_p \omega \delta T &= A_{11} \delta T + A_{12} \delta n, \\ \rho_n \omega \delta n &= A_{21} \delta T + A_{22} \delta n, \end{aligned} \quad (6)$$

які після вилучення збурень δT , δn приводять до алгебраїчного рівняння другого порядку відносно ω :

$$a_2 \omega^2 + a_1 \omega + a_0 = 0, \quad (7)$$

де $a_2 = \rho c_p \rho_n$, а коефіцієнти a_1 , a_0 залежать не лише від ρ , c_p , ρ_n , але також і від компонент матриці $\hat{A}$.

Аналіз структури рівнянь (6), (7) приводить до таких основних висновків:

1. Збурення δT , δn синхронізовані між собою в часі і скорельовані в просторі, тобто функціонально в обох випадках пропорційноальні відповідно (3) $\exp(i \vec{k} \cdot \vec{r} + \omega t)$.

2. Зниження порядку рівняння (7) може бути реалізоване при розділенні процесів на такі, які змінюють температури та концентрації в часі на "швидкі" і "повільні" (наприклад, при $\rho_n \rightarrow 0$), коли параметр $a_2 \rightarrow 0$ в рівнянні (7). Така сама ситуація має місце, коли одна з позадіагональних компонент матриці $\hat{A}$ (A_{12} або A_{21}) дорівнює нулю. Якщо ж обидві позадіагональні компоненти дорівнюють нулю, то в цьому випадку процеси формування структур для теплопровідності та дифузії виявляються незалежними одна від одної.

В загальному випадку підстановка (3) в (1) приводить до дисперсійного рівняння порядку n по ω з такими ж вище сформульованими по п. 1, 2 властивостями:

$$P_n(\omega, k) = 0;$$

$$P_n = \alpha_n \omega^n + \alpha_{n-1} \omega^{n-1} + \dots + \alpha_0, \quad (8)$$

корені якого можуть бути в загальному випадку комплексними ($\omega = \omega_r + i \omega_i$), причому ненульові значення уявної складової визначають схильність до появи автоколивань, тому що

$$\begin{aligned} \exp(\omega t) &= \exp(\omega_r + i \omega_i) t = \\ &= \exp(\omega_r t) \exp(i \omega_i t) = \\ &= \exp(\omega_r t) \times (\cos \omega_i t + i \sin \omega_i t). \end{aligned} \quad (9)$$

Таким чином, наявність автоколивань при розвитку нестійкості у випадку $\omega_r > 0$ з послідовною стабілізацією $\exp(\omega_r t)$ при $t \rightarrow \infty$ залежить від умов, при яких $\omega_i \neq 0$. Як витікає з деяких робіт, опублікованих в огляді [1] та низці робіт, опублікованих у журналі "Відновлювана енергетика" за 2005-2016 рр., передумови для виконання умови $\omega_i \neq 0$ є наступні:

1. Високий порядок полінома $P_n(\omega, k)$, тому що при $n \geq 2$ корені рівняння (5) можуть бути комплексними.

2. Наявність у системі диференціальних операторів по просторових координатах непарного порядку, тому що одноразове диференціювання функцій $\delta u_1, \delta u_2, \dots, \delta u_n$ по координатах може приводити до комплексності коефіцієнтів $\alpha_{n-1}, \dots, \alpha_0$ у поліномі $P_n(\omega, k)$. Фізично така ситуація може реалізовуватися за рахунок залежності параметрів (наприклад, коефіцієнта теплопровідності від координат чи температури), а також при залежності амплітуд збурень та (або) компонент хвильового характеру збурень $\vec{k}$ від координат.

3. Завдання просторової структури збурень, тобто структури вектора $\vec{k}$ не в декартовій системі координат x, y, z , коли, наприклад, оператор $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ визначає парний (другий) порядок диференціювання по x, y, z , а в циліндричній, сферичній та інших системах ортогональних координат, коли диференціальні

оператори по деяких координатах мають непарний порядок.

Загальний **висновок** полягає в наступному. Автоколивальні режими процесів перетворення енергії, незалежно від того, яка фізика лежить у їх основі, є розповсюдженими, реалізуються на фоні утворення просторово неоднорідних структур, які задаються вектором $\vec{k}$, що може створювати суттєвий вплив на ресурс та надійність функціонування систем перетворення енергії відновлюваних джерел внаслідок процесів деградації [2].

1. Резцов В.Ф. Некоторые принципы синергетического анализа процессов преобразования энергии нетрадиционных и возобновляемых источников // *Відновлювана енергетика*. – 2005. – №1. – С. 19-25.

2. Коган Ш.М. Низкочастотный токовый шум со спектром $1/f$ в твердых телах // *Успехи физических наук*. – 1985. – Т.145. – №2. – С. 285-328.

REFERENCES

1. Reztsov V.F. Some principles synerhetycheskyy analysis of energy transformation processes and netradytsonnyh and vidnovlyvanuh // *Renewable energy sources*. – 2005. – № 1. – 19-25.

2. Kogan Sh.M. Nyzkochastotnyy tokovyy noise in the spectrum $1/f$ of solid in body // *Physics-Uspekhi*. – 1985. – Т.145. – № 2. – Р. 285-328.

В.Ф.Резцов, чл.-корр. НАН України, **Т.В.Суржик**, канд.техн.наук (Институт возобновляемой энергетики НАН Украины, Киев)

Разработан метод синергетического анализа нелинейно связанных процессов превращения энергии возобновляемых источников и сформулированы основные причины возникновения автоколебательных режимов в результате развития неустойчивости. Библ. 2.

Ключевые слова: синергетический метод, возобновляемые источники энергии, автоколебания.

Ryeztsov V., Surzhyk T. (Institute of the renewable energy, NAS of Ukraine, Kyiv)

Synergetic Method Analysis of Causes Self-oscillating Mode in the Conversion of Renewable Energy

A method for analyzing nonlinear synergistic processes related to energy conversion and renewable formulated the main causes oscillatory regimes as a result of instability. References 2.

Keywords: synergistic method, renewable energy, self-oscillation.

Стаття надійшла до редакції 13.02.17

Остаточна версія 03.03.17