

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ТА ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСУ ПЕРЕТВОРЕННЯ ЕНЕРГІЇ ВІТРУ В СИСТЕМІ «ВІТРОУСТАНОВКА – ІНДУКЦІЙНИЙ НАГРІВАЧ З ПОСТІЙНИМИ МАГНІТАМИ»

Отримано 31 бер. 2026 р.; рекомендовано до публікації 26 чер. 2026 р.
Доступно онлайн 30 чер. 2026 р.

Головко В. М.¹, Міхалін В. І.²

Автор для кореспонденції: Головко Володимир,
e-mail: golovkovm@ukr.net

¹ д-р. техн. наук, професор
<https://orcid.org/0000-0003-0195-9654>

² аспірант
<https://orcid.org/0000-0002-4216-5706>

Анотація. Розроблено математичну модель та методику експериментальних досліджень процесу перетворення енергії вітру в електромеханічній системі «вітроустановка – індукційний нагрівач з постійними магнітами». Робота спрямована на виконання актуального завдання – підвищення енергоефективності систем автономного теплопостачання шляхом безпосереднього перетворення механічної енергії обертання ротора вітроустановки на теплову за рахунок використання індукційного нагрівача з постійними магнітами, оминаючи проміжну стадію електромашиного перетворення енергії вітру. Для теоретичної оцінки енергетичних процесів запропоновано математичну модель на основі еквівалентної заступної схеми. Вона розглядає установку як систему з індуктивно зв'язаними контурами, які представляють рухоме джерело магнітного поля і статор. Процес перетворення механічної енергії на теплову описується через перехід від рухомої системи до еквівалентної стаціонарної, в якій протікає змінний струм. Розрахунок електромагнітних параметрів виконано з використанням методів електротехніки. Визначення корисної теплової потужності базується на обчисленні амплітуди вихрових струмів через комплексний опір системи. Дослідження проведено для статорів з нержавіючої сталі (08X18H10), алюмінію (АМц) та міді (М2) за різних швидкісних режимів обертання ротора. Порівняння розрахункових результатів з даними експериментальних досліджень показало розбіжність в межах 15 % для міді й алюмінію та 20 % – для нержавіючої сталі. Запропонована математична модель може бути використана для попереднього інженерного розрахунку.

^{1, 2} Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», м. Київ, Україна

¹ Інститут відновлюваної енергетики НАН України, м. Київ, Україна

Ключові слова: вітроенергетична установка, вихрові струми, струми Фуко, постійні магніти, індукційне нагрівання, теплогенерація.

Перелік використаних позначень та скорочень

FEM (Finite Element Method) – метод скінченних елементів

MPPT (Maximum Power Point Tracking) – відстеження точки максимальної потужності

ЕРС – електрорушійна сила

ВЕУ – вітроенергетична установка

Вступ. Стрімке зростання світового попиту на енергоресурси в поєднанні з глобальною стратегією декарбонізації економіки вимагає інтенсифікації розвитку технологій відновлюваної енергетики. Серед доступних джерел енергії вітроенергетика посідає одну з провідних позицій завдяки високому потенціалу та технологічній зрілості. Традиційна архітектура ВЕУ орієнтована на виробництво електроенергії: кінетична енергія вітрового потоку перетворюється на механічну енергію обертання ротора, а далі – через електрогенератор – на електричну енергію для мережі або акумуляторів [1].

Однак аналіз структури енергоспоживання показує, що значна її частка, особливо в приватному секторі,

сільському господарстві та на промислових об'єктах, витрачається не на електропостачання, а безпосередньо на потреби теплозабезпечення (опалення приміщень, гаряче водопостачання, сушіння продукції тощо) [2]. Використання для задач теплопостачання традиційного ланцюга перетворення «вітроустановка – електрогенератор – електричний нагрівач» є економічно нераціональним способом технічної реалізації.

По-перше, ефективна експлуатація вітроустановки вимагає узгодження механічної характеристики турбіни з електричною характеристикою навантаження. Оскільки потужність вітрового потоку пропорційна кубу швидкості вітру, а опір теплового електричного нагрівача є

сталим, система потребує використання регулятора з функцією відстеження максимальної потужності (MPPT). Без активного електронного керування виникає ризик гальмування ротора за низьких рівнів швидкості вітру або підвищення частоти обертання до критичної за високих рівнів.

По-друге, класична схема потребує проміжних ланок перетворення струму (випрямлячів змінного струму, інверторів) та складних систем захисту, включно з комутаційним обладнанням для перемикання на баластні навантаження в разі досягнення граничної температури теплоносія. Наявність великої кількості силової електроніки та напівпровідникових компонентів створює численні точки потенційної відмови та спричиняє додаткові втрати енергії [3]. Альтернативним підходом є пряме перетворення механічної енергії обертання ротора на теплову. Завдяки відмові від класичного електромашинного перетворення механічної енергії на електричну можна уникнути завдання інтеграції вітрових потужностей в енергомережу. Такий принцип значно спрощує конструкцію генератора та дає змогу використовувати системи акумулювання теплоти, а не електроенергії, що забезпечує істотне зниження загальних капітальних і операційних витрат такої системи порівняно з традиційними ВЕУ [4].

У зв'язку з цим актуальним науково-технічним завданням є розвиток систем прямого перетворення механічної енергії на теплову, де механічна енергія ротора вітроустановки безпосередньо перетворюється на теплову енергію без проміжного етапу генерації електричного струму промислової частоти.

Згідно з сучасними оглядовими дослідженнями, існуючі технології прямого перетворення механічної енергії на теплову можна класифікувати за трьома основними фізичними принципами: компресійним, гідродинамічним та електромагнітним.

Компресійні системи працюють за принципом теплового насоса, де вітротурбіна механічно приводить у дію компресор. Головною перевагою цього методу є найвища енергетична ефективність, оскільки через наявність у схемі теплового насоса коефіцієнт перетворення перевищує одиницю: генерація теплоти відбувається не за рахунок механічної роботи вітру, а шляхом відбору низькопотенційної теплоти з навколишнього середовища. Однак їхнє широке застосування стримується високою технологічною складністю та вартістю обладнання. Також існують проблеми із запуском за низьких швидкостей вітру через високий пусковий момент компресора, а використання спеціальних холодоагентів вимагає ідеальної герметичності контуру високого тиску [5].

Принцип дії гідродинамічних систем базується на перемішуванні в'язкої рідини в замкнутому об'ємі за допомогою мішалок, дроселювання потоку рідини або гідравлічному гальмуванні. До переваг цього методу належать висока теплоємність робочого тіла та відносна

простота конструкції теплообмінника. Втім, технологія має суттєві експлуатаційні недоліки, зокрема наявність рухомих ущільнень, що потребують регулярного обслуговування. Крім того, ефективність перетворення залежить від в'язкості рідини, яка нелінійно змінюється з температурою, що значно ускладнює узгодження моменту опору з аеродинамічними характеристиками ВЕУ [6]. Сучасні експериментальні дослідження малих гідравлічних систем прямого перетворення механічної енергії на теплову підтверджують недоліки такої схеми під час змін швидкості вітру [7].

Електромагнітні системи генерують теплову енергію за допомогою вихрових струмів (струмів Фуко) у провіднику внаслідок його взаємодії зі змінним магнітним полем. Цей метод характеризується безконтактною передачею енергії, що мінімізує механічне зношування вузлів, та відсутністю робочих рідин під тиском, що підвищує надійність. Додатковою перевагою є можливість відносно легкого старту вітротурбіни завдяки низькому гальмівному моменту за малих частот обертання. Серед недоліків слід відзначити необхідність використання вартісних рідкоземельних магнітів у разі конструктивного виконання ротора зі збудженням від постійних магнітів [8]. Попри вартість матеріалів, індукційний принцип розглядається як найнадійніше рішення для перетворення механічної роботи безпосередньо на тепло через джоулеві втрати у статорі [9]. Низка досліджень успішно підтверджує технічну життєздатність таких систем для автономного тепlopостачання та високу загальну ефективність їх роботи [10, 11]. З огляду на критерії надійності, простоти експлуатації при автономній роботі та довговічності індукційне нагрівання є найперспективнішим для ВЕУ малої та середньої потужності.

Проте широке впровадження таких пристроїв стримується складністю їх проектування. Розподіл вихрових струмів і теплових полів у статорі є складним фізичним процесом. Більшість сучасних досліджень у цій галузі, зокрема ті, що присвячені проектуванню індукційних нагрівачів [12], спираються на чисельні методи, зокрема FEM, які вимагають значних обчислювальних ресурсів і часу.

Метою роботи є створення математичної моделі перетворення механічної енергії обертання ротора вітроустановки на теплову за рахунок використання індукційного нагрівача з постійними магнітами та перевірки її адекватності за допомогою експериментальної установки.

Опис математичної моделі. Запропонована математична модель розглядає взаємодію кожного магніту з локальною зоною статора, обмеженою геометричною проекцією полюса магніта на його поверхню. Це дає змогу уникнути складного просторового розрахунку електромагнітного поля й перейти до еквівалентної заступної електричної схеми із зосередженими параметрами.

Для розрахунку потужності теплової генерації індукційним методом через створення змінного магнітного поля

за допомогою рухомих постійних магнітів необхідно здійснити перехід від фізичної моделі установки до її математичного опису – еквівалентної заступної схеми.

При цьому здійснюються такі припущення:

1. Постійний магніт з аксіальною намагніченістю розглядається як еквівалентна котушка (соленоїд) з одним витком, геометричні розміри якого відповідають розмірам магніту.
2. Величина струму в еквівалентній котушці I_1 визначається з рівності енергій магнітного поля реального магніту та котушки індуктивності:

$$W = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 = (BH)_{\max} \cdot V_{\text{magnet}}, \quad (1)$$

де W – енергія магнітного поля; L_1 – власна індуктивність еквівалентної котушки; I_1^2 – струм еквівалентної котушки; $(BH)_{\max}$ – максимальний енергетичний добуток матеріалу магніту (наприклад, для N38 становить 38 MGOe); V_{magnet} – об'єм магніту.

Звідси струм еквівалентної котушки:

$$I_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot (BH)_{\max} \cdot V_{\text{magnet}}}{L_1}}, \quad (2)$$

3. Розглядається не весь об'єм статора, а лише його локальна область, яка розташована безпосередньо під магнітом. Ця область має діаметр, рівний діаметру магніту й товщину, рівну товщині статора. Ця область моделюється як короткозамкнений виток (контур) з активним та індуктивним опором.
4. Активний опір протіканню індукційних струмів досліджуваної зони статора залежить від форми контуру, його товщини та електропровідності. При цьому найточніше можна обчислити значення опору для контуру круглої форми, оскільки для нього відсутнє спотворення траєкторії протікання вихрових струмів на кутах [13]. Саме через цю особливість у межах дослідження було вибрано магніти циліндричної форми.
5. Густина струму вважається однаковою в усьому об'ємі статора, оскільки глибина проникнення вихрових струмів у товщу кожного з досліджуваних матеріалів у робочому діапазоні частот значно перевищує їх товщину.
6. Через наявність осьової симетрії системи розрахунок теплової потужності індукційного нагрівання проводиться лише для однієї пари «еквівалентна котушка – круговий контур», а остаточний результат отримується шляхом множення проміжного результату на загальну кількість магнітів.
7. Частота змінного магнітного поля відносно кругового контуру статора, що розглядається, визначається

як добуток кутової частоти ротора на кількість пар полюсів магнітів.

Перехід до схеми «ВЕУ – індукційний нагрівач» спрощує архітектуру системи. Блок-схема запропонованої вітроенергетичної установки з перетворювачем механічної енергії обертання ротора на теплову наведена на рис. 1. Механічний момент передається на індуктор з постійними магнітами, який під час обертання створює змінне магнітне поле в статорі та наводить в ньому вихрові струми, що призводить до його нагрівання. Частота змінного магнітного поля залежить від швидкості обертання ротора ВЕУ, наявності мультиплікатора, а також кількості пар полюсів індуктора.

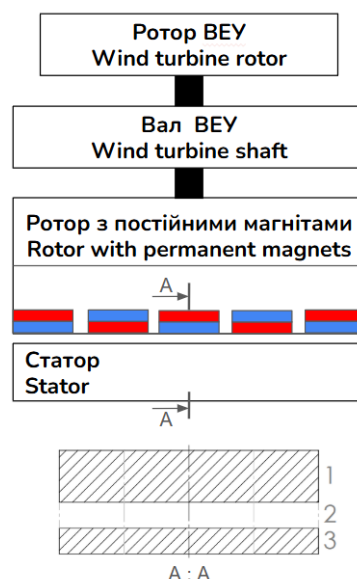


Рис. 1. Блок-схема ВЕУ з установкою для індукційного нагрівання на основі постійних магнітів: 1 – магніт; 2 – повітряний проміжок; 3 – зона статора під магнітом

Прийняті припущення дають змогу перейти до заступної схеми (рис. 2), що являє собою систему з двох індуктивно зв'язаних контурів. Перший контур (еквівалентна котушка) є джерелом магніторушійної сили, а в другому контурі (круговий виток) наводяться вихрові струми.

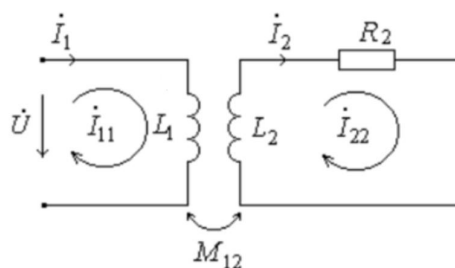


Рис. 2. Еквівалентна заступна схема: L_1 – індуктивність еквівалентної котушки; L_2 , R_2 – індуктивність та активний опір статор; M_{12} – взаємна індуктивність між еквівалентною котушкою і статором

Відповідно до другого закону Кірхгофа для другого контуру (статора), рівняння електричної рівноваги має вигляд:

$$I_2 \cdot (R_2 + j\omega L_2) + I_1 \cdot j\omega M_{12} = 0, \quad (3)$$

де I_2 – величина індукованого струму в статорі (діюче значення струму);

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 2 \cdot \pi \cdot \frac{n \cdot p}{60} = \frac{\pi \cdot n \cdot p}{30} \text{ – кутова частота}$$

зміни магнітного поля, яка залежить від частоти обертання ротора n (об/хв) та кількості пар полюсів p ; I_1 – величина струму еквівалентної котушки.

Звідси величина індукованого струму в статорі (діюче значення струму) визначається як:

$$L = \mu_0 R \left(\ln \frac{4}{\alpha + \rho} - \frac{1}{2} + \frac{3\alpha^2 + \rho^2}{24} \right) \ln \frac{4}{\sqrt{\alpha^2 + \rho^2}} + f + \frac{\rho^2}{4} f_2, \quad (6)$$

де $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Гн/м – абсолютна магнітна проникність; R – радіус осьової лінії кругового контуру, $\alpha = a/2R$, $\rho = r/2R$, де a та r – розміри поперечного перерізу контуру в осьовому та радіальному напрямку (рис. 3), f та f_2 – безрозмірні коефіцієнти форми поперечного перерізу, що враховують вплив його скінченної товщини та ширини на величину власної індуктивності. Значення коефіцієнтів f та f_2 визначаються за довідковими даними [14] залежно від співвідношення геометричних параметрів еквівалентного контуру.

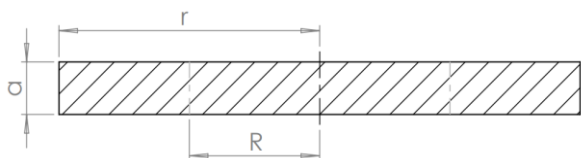


Рис. 3. Геометричні розміри поперечного перерізу еквівалентної котушки (кругового контуру)

Взаємну індуктивність M_{13} між двома контурами, розміщеними на спільній осі і розділеними повітряним проміжком, розраховано за формулою (7-48) [14]:

$$M_{13} = \frac{1}{2} (L_{123} + L_2 - L_{12} - L_{23}), \quad (7)$$

де L_2 – індуктивність фіктивного контуру 2 довжиною b (рис. 4), що має такий самий діаметр d та $d1$, і таку саму щільність витків, що й контури 1 та 3; L_{123} , L_{12} і L_{23} – власні індуктивності контурів, складених з контурів 1, 2 і 3; 1 і 2; 2 і 3, відповідно.

Величини L_{123} , L_2 , L_{12} та L_{23} можуть бути визначені за формулою (6).

$$I_2 = \frac{\omega \cdot M_{12} \cdot I_1}{\sqrt{R_2^2 + (\omega L_2)^2}}, \quad (4)$$

Потужність тепловиділення, що йде на нагрівання статора, розраховується за законом Джоуля – Ленца:

$$P = I_2^2 \cdot R_2, \quad (5)$$

Ключовим етапом моделювання є визначення параметрів еквівалентної заступної схеми.

Розрахунок власних та взаємної індуктивностей виконано з використанням класичних методів теорії електромагнітного поля. Зокрема, для розрахунку власної індуктивності еквівалентної котушки та кругового контуру використовується формула (5-13) [14], яка враховує геометричні розміри магніту, а також зони статора, що розглядається:

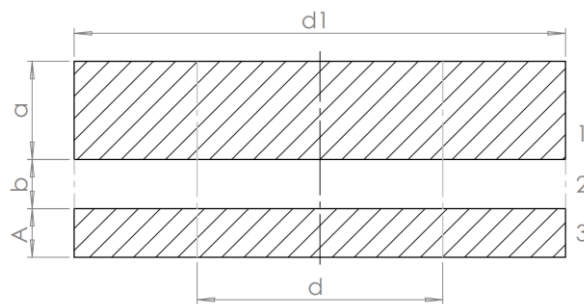


Рис. 4. Геометричні розміри перерізу двох коаксіальних котушок: a , b , A – товщини еквівалентної котушки, повітряного проміжку та кругового контуру, відповідно; d – середній діаметр; $d1$ – зовнішній діаметр

Для визначення активного опору частини статора, в якій протікають вихрові струми, використано методу, запропоновану N. J. Siakavellas [13]. Згідно з нею еквівалентний електричний опір протіканню індукційних струмів залежить від геометричних розмірів провідника та його питомої електропровідності. Використано аналітичний вираз (35) [13], для пластини круглої форми:

$$R = \frac{q}{\sigma h}, \quad (8)$$

де σ – питома електропровідність матеріалу статора, h – товщина статора, $q = 2\pi$ – безрозмірний коефіцієнт форми для контуру круглої форми.

Описана послідовність дає змогу обчислити параметри еквівалентної заступної схеми, а також струм еквівалентної котушки I_1 . Ці величини надалі використовуються у рівняннях (4) та (5) для обчислення діючого значення величини індукційних струмів і потужності тепловиділення.

Експериментальна установка та методика досліджень.

Для практичного дослідження процесу генерації теплової енергії вихровими струмами та перевірки точності запропонованої математичної моделі було спроектовано та побудовано експериментальний стенд (рис. 5а, 5б, 6). Він дає змогу в реальному часі досліджувати електромеханічні й теплові характеристики системи, в якій змінне магнітне поле утворюється за допомогою постійних магнітів, що рухаються відносно закріпленого провідного статора.

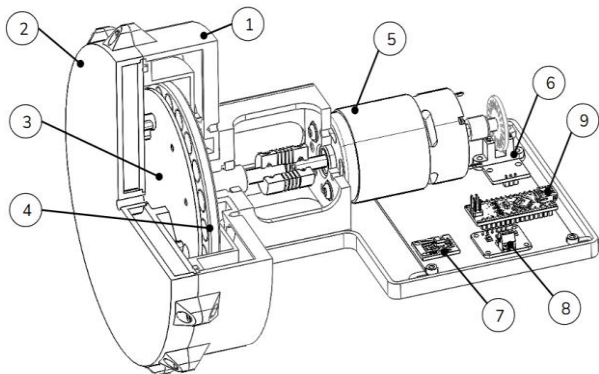


Рис. 5а. 3D-модель експериментального стенда: 1 – теплоізоляційний кожух; 2 – кришка; 3 – металевий статор; 4 – ротор з постійними магнітами; 5 – колекторний двигун; 6 – оптичний датчик швидкості; 7 – зовнішній датчик температури; 8 – модуль вимірювання напруги та струму; 9 – мікроконтролер (Arduino Nano)

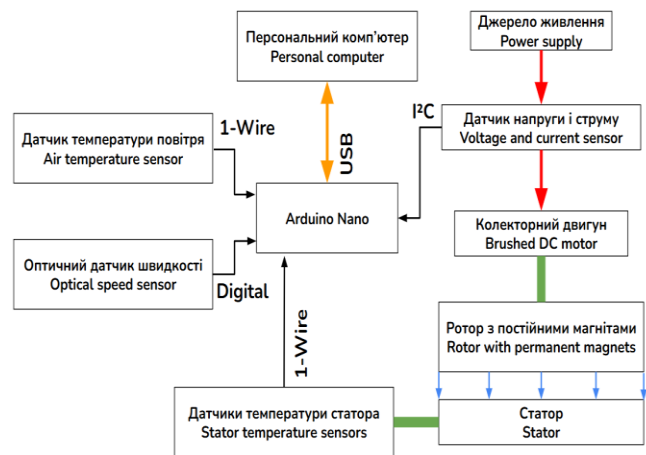


Рис. 5б. Структурна блок-схема вимірювальної системи

Приводом експериментальної установки слугує колекторний двигун постійного струму серії RS-775 з номінальною робочою напругою 24 В та номінальною частотою обертання 3000 об/хв.

До валу двигуна через гнучку алюмінієву муфту приєднано роторну збірку, яка являє собою плоский диск зовнішнім діаметром 105 мм, на периферії якого у вигляді кругового масиву з радіусом 45 мм від осі обертання виконано глухі отвори для фіксації постійних магнітів. Магнітна система складається з 10 неодимових магнітів

(NdFeB, марка N38) циліндричної форми (діаметр 10 мм, висота 4 мм) з аксіальною намагніченістю. Магніти встановлено з чергуванням полярності (два сусідні магніти орієнтовані зустрічно по відношенню до нормалі ротора), отже, в такий спосіб вони утворюють багатополісную систему з 5 парами полюсів.

Для зменшення похибки вимірювання теплової потужності, пов'язаної з розсіюванням теплової енергії в навколишнє середовище, зону нагрівання було поміщено в спеціальний теплоізоляційний кожух. Конструкція кожуха виконана за принципом термоса: між внутрішньою та зовнішньою стінками корпусу й кришки передбачено повітряний прошарок товщиною 10 мм. Герметизація робочого об'єму забезпечується гумовими ущільненнями в усіх місцях, де наявні зазори.

Як статори (досліджувані зразки) використовувалися змінні металеві диски із зовнішнім діаметром 100 мм та товщиною 2 мм. Для порівняльного аналізу було вибрано матеріали з суттєво різними електрофізичними й тепловими характеристиками: електротехнічна мідь марки М2 (аналог – АІSІ С12500), конструкційний алюмінієвий сплав АМц (аналог – АІSІ 3003), та корозійностійка сталь 08Х18Н10 (аналог – АІSІ 304). Величина повітряного зазору між поверхнею постійних магнітів ротора та нерухомим металевим диском статора в усіх дослідках становила 2 мм.



Рис. 6. Загальний вигляд експериментальної установки

Основні фізико-механічні властивості вибраних матеріалів, що безпосередньо впливають на інтенсивність генерації вихрових струмів та розподіл теплової енергії в об'ємі статора, наведено у табл. 1. Усі вибрані метали є діа- або парамагнетиками (немагнітні матеріали), що дало змогу ізолювати ефект генерації струмів Фуко від паразитних втрат на магнітний гістерезис.

Таблиця 1. Фізичні та електромагнітні властивості матеріалів досліджуваних статорів (Т = 20 °С)

Фізичний параметр	Матеріал	M2 (AISI C12500)	AMц (AISI 3003)	08X18H10 (AISI 314)
Питома електропровідність σ , МСм/м		59.6	29.0	1.4
Відносна магнітна проникність, μ_r		~ 0.999	~ 1.000	~ 1.005
Густина ρ , кг/м ³		8940	2680	7900
Питома теплоємність c , Дж/(кг·К)		385	920	500
Теплопровідність λ , Вт/(м·К)		390	138	15
Температурний коефіцієнт опору α , 1/К		0.0040	0.0042	0.0010

Вибір саме цих трьох матеріалів дає змогу точно дослідити процес теплогенерації за допомогою вихрових струмів. Мідь є найкращим провідником з-поміж обраних матеріалів і забезпечує максимальну генерацію струмів Фуко та найкращу теплопровідність. Алюмінієвий сплав є легким і доступним конструкційним матеріалом, що має вдвічі нижчу електропровідність, але вищу теплоємність. Корозійностійка сталь відіграє роль контрольного зразка: маючи відносно низьку електропровідність, вона дає змогу експериментально підтвердити, що цей параметр є домінуючим для ефективного індукційного нагрівання на низьких частотах.

Для комплексного моніторингу робочих параметрів стенд оснащено системою цифрових датчиків, інтегрованих з мікроконтролерною платою Arduino Nano. Збір даних та їх передача на персональний комп'ютер здійснювалися з фіксованим інтервалом дискретизації 5 с.

Реєстрація температурних показників здійснювалася за допомогою чотирьох цифрових датчиків DS18B20. Три датчики були прикріплені до статора через теплопровідні прокладки на різних відстанях від осі обертання. Четвертий датчик DS18B20 було розміщено за межами теплоізоляційного кожуха для моніторингу температури навколишнього середовища під час експерименту.

Живлення приводного двигуна забезпечувалося лабораторним джерелом живлення YINUA 3005D-III. Частота обертання ротора з магнітами фіксувалася оптичним датчиком швидкості HC-020K, встановленим на валу двигуна.

Вимірювання споживаної електричної потужності (напруги та струму) здійснювалося цифровим модулем INA219. Для розширення діапазону вимірювання струму опір шунта модуля INA219 було зменшено вдвічі шляхом додавання додаткового резистора паралельно до штатного шунта.

Для забезпечення стабільного та безпечного функціонування вимірювальної частини установки, а також з метою її захисту від електромагнітних завад від колекторного двигуна постійного струму, електричну схему живлення привода було додатково модифіковано. Паралельно клемам двигуна було встановлено захисний

зворотний діод та конденсатори для фільтрації завад. Це запобігло пошкодженню чутливих цифрових датчиків та мікроконтролера через викиди ЕРС самоіндукції (індуктивні стрибки напруги) під час різкого гальмування чи вимкнення двигуна, а також дало змогу усунути високочастотні електричні завади, спричинені іскрінням у щітково-колекторному вузлі.

Результати вимірювань та їх обробка. На рис. 7а і рис. 7б наведено експериментально отримані криві зміни температури для трьох досліджуваних матеріалів статора внаслідок індукційного нагрівання в магнітному полі ротора з постійними магнітами. Випробування проводилися за двох рівнів напруги живлення приводного двигуна: 9 В (рис. 7а) та 18 В (рис. 7б). При цьому металевий статор діяв як індукційне гальмо, сповільнюючи ротор з магнітами відносно його частоти обертання без впливу статора. Тому за однакового рівня напруги лабораторного блоку живлення (ЛБЖ) частота обертання ротора з магнітами поблизу кожного зі статорів була різною і вказана в описах рис. 7а і рис. 7б. Як видно на отриманих графіках, усі криві мають класичний експоненціальний характер з поступовим виходом на режим теплової рівноваги.

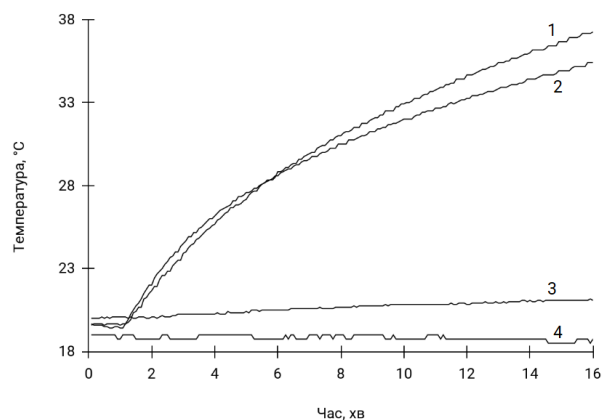


Рис. 7а. Графіки зміни температури статорів за напруги живлення двигуна 9 В: 1 – мідь (55 Гц); 2 – алюміній (60 Гц); 3 – нержавіюча сталь (90 Гц); 4 – температура повітря в кімнаті

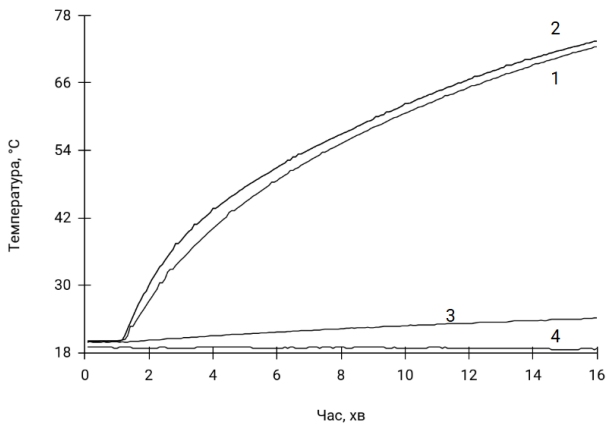


Рис. 7б. Графіки зміни температури статорів за напруги живлення двигуна 18 В: 1 – мідь (100 Гц); 2 – алюміній (150 Гц); 3 – нержавіюча сталь (185 Гц); 4 – температура повітря в кімнаті

За напруги живлення 9 В частоти зміни магнітного поля ротора з мідним (М2) та алюмінієвим (АМц) статорами були дуже близькими. Попри різницю приблизно в 5 Гц на користь алюмінієвого статора, температура мідного наприкінці цього досліджу була на 2 градуси вищою. За напруги 18 В різниця частот магнітного поля для мідного та алюмінієвого статорів була набагато суттєвішою, що свідчить про значно інтенсивніше гальмування ротора магнітним полем від струмів Фуко саме в мідному статорі. Але попри різницю в частоті поля в 1,5 раза мідний статор нагрівався практично до однакової з алюмінієвим температури.

Для об'єктивного порівняння інтенсивності теплогенерації в алюмінієвому та мідному статорах було проведено додатковий дослід з мідним статором. Встановлено напругу живлення приводного двигуна 10,8 В. За такої напруги частота обертання ротора з магнітами аналогічна частоті обертання в досліді з алюмінієвим статором за напруги 9 В – близько 740 об/хв. За час експерименту приріст температури мідного статора становив

$\Delta T_{cop} = 25,4 \text{ } ^\circ\text{C}$, тоді як алюмінієвого – $\Delta T_{al} = 15,8 \text{ } ^\circ\text{C}$

(рис. 8). Проте пряме порівняння температурних градієнтів не відображає реального енергетичного балансу через суттєву різницю в масі зразків. Виходячи з густини матеріалів (табл. 1) $\rho_{cop} = 8940 \text{ кг/м}^3$, $\rho_{al} = 2680 \text{ кг/м}^3$ та

їх питомої теплоємності $C_{cop} = 385 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{K)}$, $C_{al} = 920 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{K}$, розрахункова об'ємна теплоємність мідного статора виявляється в 1,43 раза вищою за теплоємність алюмінієвого. Калориметричний розрахунок з урахуванням об'ємної теплоємності показує, що для досягнення температурних показників, отриманих у досліді, у мідному статорі було згенеровано у 2,3 раза більше теплової енергії, ніж в алюмінієвому. Отримане співвідношення теплової енергії добре корелює з відношенням питомих електропровідностей цих металів, що підтверджує домінуючий вплив електропровідності на

ефективність індукційного нагрівання в магнітному полі на тихохідних режимах.

Щодо статора з нержавіючої сталі, то в обох дослідіх інтенсивність теплогенерації в ньому була на найнижчому рівні. Це зумовлено найнижчою з-поміж усіх досліджуваних матеріалів електропровідністю.

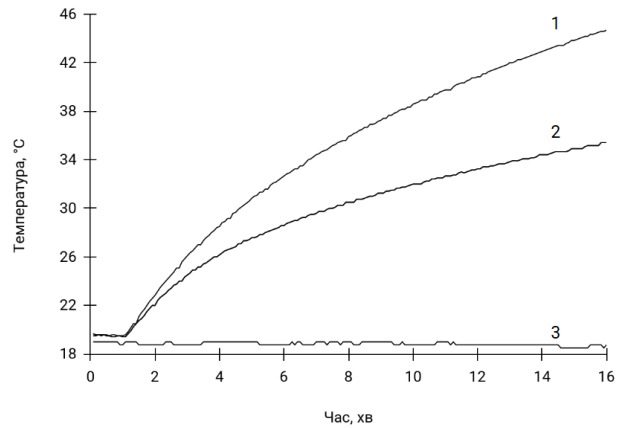


Рис. 8. Графіки зміни температури алюмінієвого та мідного статорів за однакових частот магнітного поля (напруга живлення двигуна 10,8 В): 1 – мідь (60 Гц); 2 – алюміній (60 Гц); 3 – температура повітря в кімнаті

Аналіз результатів експериментальних досліджень. У табл. 2 наведено результати обробки експериментальних даних, а також розрахованих згідно із запропонованою математичною моделлю теплових потужностей індукційного нагрівання статорів з різних матеріалів для двох режимів роботи установки, що відповідають напругам живлення 9 В та 18 В. Як свідчать експериментальні дані, інтенсивність теплогенерації прямо корелює з питомою електропровідністю матеріалу: високопровідні мідь та алюміній генерують на порядок більше теплоти порівняно з нержавіючою сталлю.

Не вся електрична потужність, споживана двигуном під час дослідів з індукційного нагрівання, була витрачена власне на генерацію струмів Фуко в матеріалі статора. Частина енергії втрачена через необхідність подолання сил механічного тертя в підшипниках, колекторно-щітковому механізмі двигуна, а також аеродинамічного опору рухомих частин. Частина потужності втрачена через нагрівання обмоток двигуна внаслідок протікання робочих струмів. Через це для виокремлення електричної потужності, затраченої суто на індукційне нагрівання статора, застосовано калориметричний метод. Його суть полягає у визначенні швидкості приросту температури статора на початку його нагрівання. Геометрично він є тангенсом кута нахилу кривої зміни температури статора з часом у точці початку нагрівання. Знаючи об'єм і теплоємність матеріалу статора, потужність індукційного нагрівання можна визначити за відомою формулою:

$$P_{ind} = c \cdot V \cdot \rho \cdot \frac{dT}{dt}, \quad (9)$$

де c – питома теплоємність матеріалу статора; V – об'єм статора; ρ – густина матеріалу статора; $\frac{dT}{dt}$ – швидкість приросту температури статора на початковому етапі нагрівання.

Порівняння показників потужності індукційного нагрівання, отриманих експериментально, з розрахунковими значеннями, отриманими за допомогою запропонованої математичної моделі, демонструє наявність незначних (у межах 15 %) розбіжностей між отриманими результатами для міді та алюмінію. Отримані відносні розбіжності мають знакозмінний характер і коливаються в межах від -8 до +11 %, що демонструє фізичні обмеження аналітичних методів при описі досліджуваного електромагнітного процесу, але водночас є цілком достатньою точністю для виконання інженерних розрахунків під час проектування електромагнітних систем описаного типу. Водночас для нержавіючої сталі величина розбіжності, визначена калориметричним методом, становила 78 та 112 % для дослідів з напругою 9 В та 18 В, відповідно. Це пояснюється тим, що на точність визначення теплової потужності індукційного нагрівання калориметричним методом суттєво впливає похибка вимірювання швидкості нагрівання статора. У досліді з нержавіючою сталлю через низьку потужність індукційного нагрівання (десяті частки вата) приріст температури статора був незначним. Саме це не дало змоги досягти такої самої точності визначення потужності індукційного нагрівання калориметричним методом, як для міді та алюмінію.

Таблиця 2. Результати обробки даних

Напруга живлення, В	Матеріал	Потужність споживання стенду, Вт	Виміряна потужність нагрівання, Вт	Розрахункова потужність нагрівання, Вт	Розбіжність між експериментальним та розрахунковим значеннями, %
9	Нержавіюча сталь	1.46	0.13	0.15	16.7
	Алюміній	4.78	1.18	1.09	-8.0
	Мідь	7.82	2.13	2.03	-4.6
10.8	Мідь	11.06	2.97	2.92	-1.5
18	Нержавіюча сталь	3.92	0.54	0.64	19.0
	Алюміній	17.35	4.15	4.61	10.9
	Мідь	28.29	7.58	8.37	10.4

Аналіз даних, наведених у табл. 2, дає змогу оцінити точність запропонованої математичної моделі для опису енергетичного процесу в експериментальній установці. Зокрема, для статорів з міді та алюмінію розрахункові значення теплової потужності є дуже близькими до експериментальних даних. За напруги живлення 9 В розбіжність становила лише -4,6 % для міді та -8,0 % для алюмінію. У додатковому досліді з мідним статором за напруги 10,8 В математична модель показала найкращий результат з похибкою всього -1,5 % (розрахункове значення 2,92 Вт проти виміряного 2,9 Вт).

Тому для нержавіючої сталі з метою виокремлення потужності, що пішла на індукційне нагрівання з повної потужності, спожитої двигуном, застосовано класичні досліди холостого ходу та короткого замикання. Для досліду холостого ходу в теплоізоляційній кожух замість металевого статора встановлено пластиковий диск аналогічних розмірів, а напругу на лабораторному блоці живлення відрегульовано так, щоб досягнути частоти обертання, аналогічної робочій. Це дало змогу отримати достатньо точне значення енерговитрат на подолання тертя в підшипниках та аеродинамічного опору ротора в закритому об'ємі саме при робочих обертах. Електричні втрати в колі живлення двигуна було визначено за допомогою досліду короткого замикання. Вал двигуна було механічно заблоковано, а напругу ЛБЖ відрегульовано таким чином, що струм у колі дорівнював робочому струму двигуна в досліді з нержавіючою сталлю. Розділивши отримане значення напруги на струм, було визначено еквівалентний динамічний опір системи R_{Σ} включно з опором кабелів від ЛБЖ, опором обмоток двигуна, перехідним опором щіткового вузла та падінням напруги на захисних елементах схеми. Електричні втрати розраховано за законом Джоуля – Ленца:

$$P_{el} = I_w^2 R_{\Sigma}, \quad (10)$$

де I_w – робочий струм при відповідному матеріалі статора. Таким чином для нержавіючої сталі в табл. 2 виміряна потужність індукційного нагрівання визначена методом холостого ходу та короткого замикання.

Водночас отримані відхилення теоретичних даних від практичних мають знакозмінний характер. На тихохідних режимах роботи (9 В та 10,8 В) розрахункова потужність є трохи меншою за фактично виміряну, тоді як за вищої частоти зміни магнітного поля (при 18 В) модель дає дещо завищені результати. Так, розрахункові показники становили 8,37 Вт проти виміряних 7,58 Вт для міді (розбіжність 10,4 %) та 4,61 Вт проти 4,15 Вт для алюмінію (розбіжність 10,9 %). Це демонструє особливості застосування запропонованої математичної моделі на вищих частотах, водночас підтверджуючи її придатність для інженерного проектування.

Найбільша відносна розбіжність між теорією та практикою спостерігається для статора з нержавіючої сталі: 16,7 % за напруги 9 В та 19,0 % за напруги 18 В. Однак така похибка пояснюється не хибністю самої моделі, а малими значеннями потужності індукційного нагрівання в цьому матеріалі, які становили лише 0,13 Вт та 0,54 Вт, відповідно. За таких малих величин навіть незначна похибка вимірювальних приладів має суттєвий вплив на кінцевий результат.

Висновки

1. Створено математичну модель для визначення параметрів процесу в системі «вітроустановка – індукційний нагрівач». Визначення теплової потужності через розрахунок власних і взаємних індуктивностей елементів заступної схеми дає змогу знизити витрати часу та ресурсів під час проектування порівняно з використанням методу скінченних елементів.
2. Розроблено експериментальний стенд для апробації положень запропонованої математичної моделі. Порівняння отриманих експериментальних даних з розрахунковими підтвердило точність запропонованої моделі. Для високопровідних матеріалів (мідь та алюміній) на тихохідних режимах ВЕУ розбіжність є мінімальною і становить від -1,5 % (2,92 Вт розрахункових проти 2,97 Вт, виміряних для міді) до -8,0 %. Зі збільшенням частоти зміни магнітного поля модель дає дещо завищені результати розрахункової потужності з відхиленням 10, % для міді (8,37 Вт проти виміряних 7,58 Вт) та 10,9 % для алюмінію (4,61 Вт проти виміряних 4,15 Вт), для нержавіючої сталі розбіжність 16,7–19,0 % зумовлена відносно малими значеннями згенерованої потужності (0,13–0,54 Вт).

ПОСИЛАННЯ

1. Global Wind Energy Council. (2023). *Global Wind Report 2023*. Brussels: GWEC.
2. Naegler, T., Simon, S., Klein, M., and Gils, H. C., 2015, "Quantification of the European Industrial Heat Demand by Branch and Temperature Level," *Int. J. Energy Res.*, 39(15), pp. 2019–2030.
3. Sobor, I., Chicuic, A., Ciuperca, R., and Rachier, V., 2011, "Concerning the Conversion Efficiency Increase of the Available Wind Potential," *Ann. Univ. Craiova, Electr. Eng. Ser.*, 35, pp. 122–127.
4. Okazaki, T., and Hasuie, H., 2018, "Wind Power Utilizing Direct Thermal Conversion and Thermal Energy Storage (Working Paper)," 15th World Wind Energy Conference (WVEC 2016), Tokyo.
5. Jwo, C.-S., Chien, Z.-J., Chen, Y.-L., and Chien, C.-C., 2013, "Development of a Wind Directly Forced Heat Pump and its Efficiency Analysis," *Int. J. Photoenergy*, 2013(Special Issue), pp. 1–7.

6. Neammanee, B., & Sirisumrannukul, S. (2019). Direct Heat Generation from Wind Energy using Hydraulic Friction. *Renewable Energy*, 45, 120–128.
7. Ždankus, T., Černeckienė, J., Jurelionis, A., and Vaiciunas, J., 2016, "Experimental Study of a Small Scale Hydraulic System for Mechanical Wind Energy Conversion Into Heat," *Sustainability*, 8(7), pp. 1–18.
8. Tudorache, T., & Popescu, M. (2021). Eddy Current Based Wind-to-Thermal Energy Conversion: Principles and Design. *IEEE Transactions on Energy Conversion*.
9. Chen, L., Pei, Y., Chai, F., and Cheng, S., 2016, "Investigation of a Novel Mechanical to Thermal Energy Converter Based on the Inverse Problem of Electric Machines," *Energies*, 9(7), pp. 1–19.
10. Sobor, I., Rachier, V., Chicuic, A., and Ciuperca, R., 2013, "Small Wind Energy System With Permanent Magnet Eddy Current Heater," *Bull. Polytech. Inst. Jassy, Electrotechnics, Energ. Electron. Sect.*, 13(4), pp. 143–150.
11. Bostan, V., Bostan, I., Sobor, I., Dulgheru, V., and Gladis, V., 2018, "Development of a Horizontal Axis Wind Turbine for the Production of Thermal Energy," in *Nearly Net Zero Energy Communities*, Springer, Cham, Switzerland, pp. 500–510.
12. Tudorache, T., Trifu, I., Melcescu, L., and Florica, D., 2017, "Numerical Analysis of an Electro-Thermal Wind Generator," *Proc. 9th Int. Conf. Electron. Comput. Artif. Intell. ECAI 2017, Targoviste, Romania, June 29–July 1*, pp. 1–4.
13. Siakavellas, N. J. (1997). Two simple models for analytical calculation of eddy currents in thin conducting plates. *IEEE Transactions on Magnetics*, 33(3), 2245–2257.
14. Калантаров П. Л., Цейтлин Л. А. Расчет индуктивностей: Справочная книга. 3-е изд., перераб. и доп. Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. Отд-ние, 1986. 488 с.

MATHEMATICAL MODEL AND EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF THE WIND ENERGY CONVERSION PROCESS IN A "WIND TURBINE – PERMANENT MAGNET INDUCTION HEATER" SYSTEM

Received Mar. 31, 2026; accepted Jun. 26, 2026

Available online June. 30, 2026

Holovko V.¹, Mikhalin V.²Author for correspondence: Holovko Volodymyr,
e-mail: golovkovm@ukr.net¹ Doctor of Phys. Math. Sci., Prof.<https://orcid.org/0000-0001-6144-2441>² Senior teacher<https://orcid.org/0000-0001-7760-6789>^{1,2} NTUU «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute», Kyiv, Ukraine¹ Institute of Renewable Energy, NAS
Ukraine, Kyiv, Ukraine

Abstract. *A mathematical model and experimental research methodology have been developed for the wind energy conversion process in the "wind turbine – permanent magnet induction heater" electromechanical system. The study aims to address the relevant task of improving the energy efficiency of autonomous heat supply systems by directly converting the mechanical rotational energy of the wind turbine rotor into thermal energy using a permanent magnet induction heater, thereby bypassing the intermediate stage of electrical generation. For the theoretical evaluation of energy processes, a mathematical model based on an equivalent circuit is proposed. It considers the setup as a system of inductively coupled circuits representing a moving magnetic field source and a stator. The conversion of mechanical energy into thermal energy is described through a transition from a moving system to an equivalent stationary one with an alternating current. The electromagnetic parameters were calculated using standard electrical engineering methods. The determination of useful thermal power is based on calculating the eddy current amplitude via the complex impedance of the system. The research was conducted for stators made of stainless steel (AISI 304), aluminium (AISI 3003), and copper (AISI C12500) under various rotor speed conditions. A comparison of the calculated results with experimental data demonstrated a discrepancy within 15% for copper and aluminium, and up to 20% for stainless steel. The proposed mathematical model can be applied for preliminary engineering calculations.*

Keywords: *wind turbine, eddy currents, Foucault currents, permanent magnets, induction heating, heat generation.*

Abbreviations

FEM – Finite Element Method

EMF – Electromotive Force

MPPT – Maximum Power Point Tracking

WT – Wind Turbine

Introduction. Rapid growth in global energy demand, combined with the global economic decarbonization strategy, requires the intensification of renewable energy technology development. Among available energy sources, wind power occupies a leading position due to its high potential and technological maturity. The traditional architecture of wind turbines (WTs) is focused on electricity production: the kinetic energy of the wind flow is converted into mechanical rotational energy of the rotor, and subsequently – through an electrical generator – into electrical energy for the grid or batteries [1].

However, energy consumption structure analysis shows that a significant portion, particularly in the private sector, agriculture, and industrial facilities, is spent not on electricity supply but directly on heat supply needs (space heating, hot water supply, product drying, etc.) [2]. Utilizing the traditional conversion chain "wind turbine – electrical

generator – electric heater" for heat supply tasks is an economically irrational method of technical implementation.

Firstly, the efficient operation of a wind turbine requires matching the mechanical characteristic of the turbine with the electrical characteristic of the load. Since the wind power is proportional to the cube of the wind speed, while the resistance of a thermal electric heater is constant, the system requires a controller with a Maximum Power Point Tracking (MPPT) function. Without active electronic control, there is a risk of rotor stalling at low wind speeds or of the rotational frequency rising to critical levels at high wind speeds.

Secondly, the classic scheme requires intermediate current conversion links (AC rectifiers, inverters) and complex protection systems, including switching equipment for transferring to ballast loads when the maximum coolant temperature is reached. The presence of a large number of power

electronics and semiconductor components creates numerous potential failure points and causes additional energy losses [3]. An alternative approach is the direct conversion of mechanical rotational energy into thermal energy. Omitting the classic electromechanical conversion of mechanical energy into electrical energy allows for avoiding the task of wind power integration into the power grid. This principle significantly simplifies the generator design and enables the use of thermal energy storage systems instead of electrical ones, providing a substantial reduction in the overall capital and operating costs of such a system compared to traditional WTs [4].

In this regard, an urgent scientific and technical task is the development of direct mechanical-to-thermal energy conversion systems, where the mechanical energy of the wind turbine rotor is converted directly into thermal energy without an intermediate stage of industrial frequency electrical power generation.

According to recent reviews, existing technologies for direct mechanical-to-thermal energy conversion can be classified into three main physical principles: compression, hydrodynamic, and electromagnetic.

Compression systems operate on the heat pump principle, where the wind turbine mechanically drives a compressor. The main advantage of this method is its high energy efficiency, because the heat pump in the circuit means the coefficient of performance (COP) exceeds unity: heat generation occurs not from mechanical work of the wind, but by extracting low-potential heat from the environment. However, their widespread use is hindered by high technological complexity and equipment cost. There are also issues with startup at low wind speeds due to high compressor starting torque, and the use of specialized refrigerants requires perfect airtightness of the high-pressure circuit [5].

The operating principle of hydrodynamic systems is based on the agitation of a viscous fluid in a closed volume using stirrers, fluid flow throttling, or hydraulic braking. The advantages of this method include the high heat capacity of the working fluid and the relative simplicity of the heat exchanger design. Nevertheless, the technology has significant operational drawbacks, notably the presence of moving seals that require regular maintenance. Furthermore, the conversion efficiency depends on the fluid's viscosity, which changes nonlinearly with temperature, significantly complicating the matching of the resistance torque with the aerodynamic characteristics of the WT [6]. Modern experimental studies of small hydraulic direct mechanical-to-thermal conversion systems confirm the shortcomings of such a scheme during wind speed variations [7].

Electromagnetic systems generate thermal energy using eddy currents (Foucault currents) in a conductor as a result of its interaction with an alternating magnetic field. This method is characterized by contactless energy transfer, which minimizes mechanical wear of components, and the absence of working fluids under pressure, which increases reliability. An additional advantage is the relatively easy

startup of the wind turbine, thanks to its low braking torque at low rotational speeds. Among the disadvantages, the need to use expensive rare-earth magnets in the case of a rotor design with permanent magnet excitation should be noted [8]. Despite the material costs, the induction principle is considered the most reliable solution for converting mechanical work directly into heat through Joule losses in the stator [9]. A number of studies successfully confirm the technical viability of such systems for autonomous heat supply and the high overall efficiency of their operation [10], [11]. Considering the criteria of reliability, ease of operation in autonomous mode, and durability, induction heating is the most promising for small and medium-capacity WTs.

However, the widespread implementation of such devices is hindered by the complexity of their design. The distribution of eddy currents and thermal fields in the stator is a complex physical process. Most modern research in this field, particularly that dedicated to the design of induction heaters [12], relies on numerical methods, such as the Finite Element Method (FEM), which require significant computational resources and time.

The aim of the work is to develop a mathematical model for converting the mechanical rotational energy of a wind turbine rotor into thermal energy using a permanent magnet induction heater and to verify its validity using an experimental setup.

Description of the mathematical model. The proposed mathematical model considers the interaction of each magnet with a local stator zone bounded by the geometric projection of the magnet pole onto the stator surface. This approach allows for avoiding complex spatial electromagnetic field calculations and transitioning to an equivalent lumped-parameter electrical circuit.

To calculate the induction-based thermal power generation resulting from the alternating magnetic field generated by moving permanent magnets, it is necessary to transition from the physical model of the setup to its mathematical description — an equivalent circuit.

In this case, the following assumptions are made:

1. A permanent magnet with axial magnetization is considered as an equivalent single-turn coil (solenoid), the geometric dimensions of which correspond to the dimensions of the magnet.
2. The magnitude of the current in the equivalent coil I_1 is determined from the equality of the magnetic energy of the real magnet and the induction coil:

$$W = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 = (BH)_{\max} \cdot V_{\text{magnet}}, \quad (1)$$

where W – magnetic field energy; L_1 – equivalent coil self-inductance; I_1^2 – equivalent coil current; $(BH)_{\max}$ – Maximum energy product of the magnet material (e.g., 38 MGOe for N38); V_{magnet} – magnet volume.

Hence, the equivalent coil current:

$$I_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot (BH)_{\max} \cdot V_{\text{magnet}}}{L_1}}, \quad (2)$$

1. Instead of the entire stator volume, only a local area located directly under the magnet is considered. This region has a diameter equal to the magnet's diameter and a thickness equal to the stator's thickness. This area is modeled as a short-circuited turn (loop) with active and inductive resistance.
2. The active resistance to the induction currents within the studied stator zone depends on the loop shape, its thickness, and electrical conductivity. The resistance value can be calculated most accurately for a circular loop, as it lacks distortion of the eddy current trajectories at the corners [13]. Due to this specific feature, cylindrical magnets were selected for this study.
3. The current density is assumed to be uniform throughout the stator volume, since the penetration depth of eddy currents in each of the studied materials significantly exceeds their thickness within the operating frequency range.
4. Due to the axial symmetry of the system, the induction heating thermal power calculation is performed for only one "equivalent coil – circular loop" pair, and the final result is obtained by multiplying the intermediate result by the total number of magnets.
5. The frequency of the alternating magnetic field relative to the considered circular stator loop is defined as the product of the rotor's angular frequency and the number of magnet pole pairs.

The transition to the "WT – induction heater" scheme simplifies the system architecture. A block diagram of the proposed wind turbine (WT) with a mechanism for converting mechanical rotational energy into thermal energy is shown in Fig. 1. Mechanical torque is transferred to the inductor with permanent magnets, which, during rotation, creates an alternating magnetic field in the stator and induces eddy currents, leading to its heating. The frequency of the alternating magnetic field depends on the WT rotor speed, the presence of a multiplier, and the number of inductor pole pairs.

The accepted assumptions allow for the transition to the equivalent circuit (Fig. 2), which represents a system of two inductively coupled loops. The first loop (equivalent coil) serves as the source of the magnetomotive force, while eddy currents are induced in the second loop (circular turn).

According to Kirchhoff's Voltage Law for the second loop (stator), the electrical balance equation is as follows:

$$I_2 \cdot (R_2 + j\omega L_2) + I_1 \cdot j\omega M_{12} = 0, \quad (3)$$

where I_2 – the magnitude of the induced current in the stator (RMS value),

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 2 \cdot \pi \cdot \frac{n \cdot p}{60} = \frac{\pi \cdot n \cdot p}{30} \text{ – the angular frequency of the magnetic field variation, which depends on}$$

the rotor speed n (rpm) and the number of pole pairs p , I_1 – the equivalent coil current.

From this, the magnitude of the induced current in the stator (RMS value) is determined as:

$$I_2 = \frac{\omega \cdot M_{12} \cdot I_1}{\sqrt{R_2^2 + (\omega L_2)^2}}, \quad (4)$$

The thermal power dissipation for stator heating is calculated according to the Joule-Lenz law:

$$P = I_2^2 \cdot R_2, \quad (5)$$

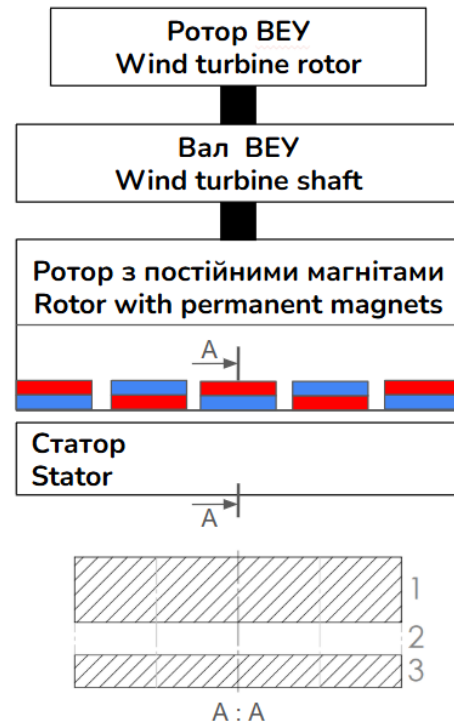


Fig. 1. Block diagram of a wind turbine with a permanent magnet induction heating system:
1 – magnet, 2 – air gap, 3 – stator zone under magnet

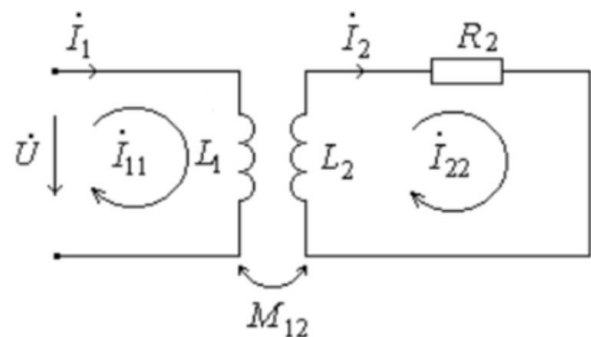


Fig. 2. Equivalent circuit: L_1 – equivalent coil inductance, R_2 – stator inductance and active resistance, M_{12} – mutual inductance between the equivalent coil and the stator

A key stage of the modeling is determining the parameters of the equivalent circuit.

The calculation of self and mutual inductances was performed using classical methods of electromagnetic field

$$L = \mu_0 R \left(\ln \frac{4}{\alpha + \rho} - \frac{1}{2} + \frac{3\alpha^2 + \rho^2}{24} \ln \frac{4}{\sqrt{\alpha^2 + \rho^2}} + f + \frac{\rho^2}{4} f_2 \right), \quad (6)$$

where $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$ – absolute magnetic permeability (magnetic constant), R – radius of the center line of the circular loop, $\alpha = a/2R$, $\rho = r/2R$, where a and r – cross-sectional dimensions of the loop in the axial and radial directions, respectively (Fig. 3), f and f_2 – dimensionless cross-sectional shape coefficients that account for the influence of the finite thickness and width on the self-inductance value. The values of the coefficients f and f_2 are determined from reference data [14] depending on the ratio of the geometric parameters of the equivalent loop.

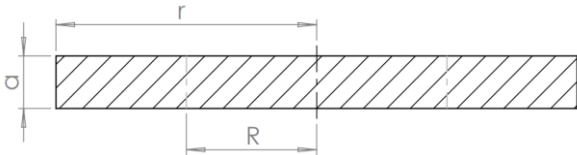


Fig. 3. Geometric dimensions of the cross-section of the equivalent coil (circular loop)

The mutual inductance M_{13} between two loops located on a common axis and separated by an air gap is calculated according to formula (7-48) [14]:

$$M_{13} = \frac{1}{2} (L_{123} + L_2 - L_{12} - L_{23}), \quad (7)$$

where L_2 – the inductance of the fictitious loop 2 of length b (Fig. 4), which has the same diameters d and d_1 , and the same turn density as loops 1 and 3, L_{123} , L_{12} and L_{23} – the self-inductances of the coils composed of loops 1, 2, and 3; 1 and 2; and 2 and 3, respectively.

The values of L_{123} , L_2 , L_{12} and L_{23} can be determined using formula (6).

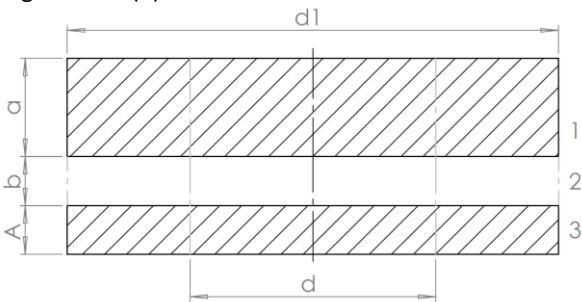


Fig. 4. Cross-sectional geometric dimensions of two coaxial coils: a , b , A – thicknesses of the equivalent coil, air gap, and circular loop, respectively; d – mean diameter; d_1 – outer diameter

theory. Specifically, for calculating the self-inductance of the equivalent coil and the circular loop, formula (5-13) [14] is used, which accounts for the geometric dimensions of both the magnet and the considered stator zone:

To determine the active resistance of the stator part where eddy currents flow, the methodology proposed by N.J. Siakavellas [13] was used. According to this methodology, the equivalent electrical resistance to the induction currents flow depends on the geometric dimensions of the conductor and its specific electrical conductivity. The analytical expression (35) [13] for a circular plate is used:

$$R = \frac{q}{\sigma h}, \quad (8)$$

where σ – specific electrical conductivity of the stator material, h – stator thickness, $q = 2\pi$ – dimensionless shape coefficient for a circular loop.

The described sequence allows calculating the parameters of the equivalent circuit, as well as the equivalent coil current I_1 . These values are subsequently used in equations (4) and (5) to calculate the RMS value of the induction currents and the thermal power dissipation.

Experimental setup and research methodology. To practically investigate the process of thermal energy generation by eddy currents and verify the accuracy of the proposed mathematical model, an experimental test bench was designed and built (Figs. 5a, 5b, 6). It allows real-time investigation of the electromechanical and thermal characteristics of the system, in which an alternating magnetic field is created using permanent magnets moving relative to a fixed conductive stator.

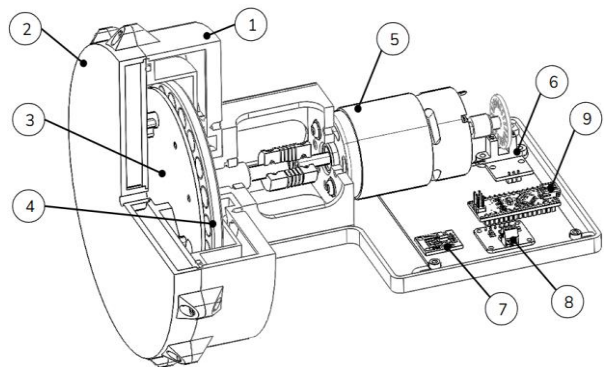


Fig. 5a. 3D model of the experimental setup: 1 – thermal insulation casing; 2 – cover; 3 – metal stator; 4 – rotor with permanent magnets; 5 – DC motor; 6 – optical speed sensor; 7 – ambient temperature sensor; 8 – voltage and current sensor module; 9 – microcontroller (Arduino Nano)

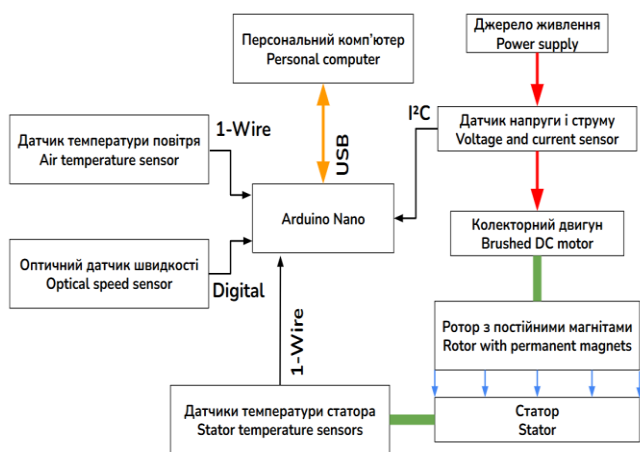


Fig. 5b. Block diagram of the measurement system

A brushed DC motor of the RS-775 series with a nominal operating voltage of 24 V and a nominal rotational speed of 3000 rpm serves as the drive of the experimental setup.

A rotor assembly is connected to the motor shaft via a flexible aluminium coupling. It is a flat disk with an outer diameter of 105 mm, on the periphery of which blind holes are made in a circular array with a radius of 45 mm from the rotation axis to fix the permanent magnets. The magnetic system consists of 10 neodymium magnets (NdFeB, grade N38) of cylindrical shape (diameter 10 mm, height 4 mm) with axial magnetization. The magnets are installed with alternating polarity (two adjacent magnets are oriented oppositely with respect to the rotor normal), thus forming a multipole system with 5 pole pairs.

To reduce thermal power measurement error associated with thermal energy dissipation into the environment, the heating zone was placed in a special thermal insulation casing. The casing design is based on the thermos principle: a 10 mm thick air gap is provided between the inner and outer walls of the housing and the lid. Sealing of the working volume is ensured by rubber seals in all places with clearances.

Interchangeable metal disks with an outer diameter of 100 mm and a thickness of 2 mm were used as stators (test samples). For comparative analysis, materials with significantly different electrophysical and thermal characteristics were selected: electrotechnical copper grade M2 (equivalent – AISI C12500), structural aluminium alloy AMts (equivalent

– AISI 3003), and corrosion-resistant steel 08Kh18N10 (equivalent – AISI 304). The air gap between the surface of the rotor's permanent magnets and the stationary metal stator disk was 2 mm in all experiments.

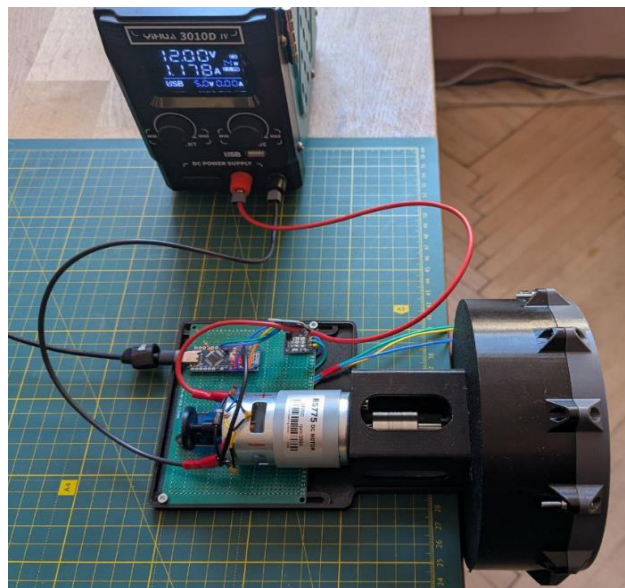


Fig. 6. General view of the experimental setup

The main physical and mechanical properties of the selected materials, which directly affect the intensity of eddy current generation and the distribution of thermal energy in the stator volume, are presented in Table 1. All selected metals are dia- or paramagnets (non-magnetic materials), which allowed isolating the Foucault current generation effect from parasitic magnetic hysteresis losses.

The selection of these specific three materials allows for an accurate investigation of the heat generation process using eddy currents. Copper is the best conductor among the selected materials and provides the maximum generation of Foucault currents and the highest thermal conductivity. The aluminium alloy is a lightweight and accessible structural material with half the electrical conductivity but higher heat capacity. Corrosion-resistant steel acts as a control sample: having a relatively low electrical conductivity, it allows experimentally confirming that this parameter is dominant for efficient induction heating at low frequencies.

Table 1. Physical and electromagnetic properties of the investigated stator materials (T = 20 °C)

Material	AISI C12500	AISI 3003	AISI 304
Physical parameter			
Electrical conductivity σ , MS/m	59.6	29.0	1.4
Relative magnetic permeability μ_r	~ 0.999	~ 1.000	~ 1.005
Density ρ , kg/m ³	8940	2680	7900
Specific heat capacity c , J/(kg·K)	385	920	500
Thermal conductivity λ , W/(m·K)	390	138	15
Temperature coefficient of resistance α , 1/K	0.0040	0.0042	0.0010

For comprehensive monitoring of operating parameters, the test bench is equipped with a system of digital sensors integrated with an Arduino Nano microcontroller board. Data acquisition and its transmission to a personal computer were performed with a fixed sampling interval of 5 seconds.

Temperature readings were recorded using four DS18B20 digital sensors. Three sensors were attached to the stator via thermally conductive pads at different distances from the rotation axis. The fourth DS18B20 sensor was placed outside the thermal insulation casing to monitor the ambient temperature during the experiment.

The drive motor was powered by a YIHUA 3005D-III laboratory power supply. The rotational speed of the rotor with magnets was recorded by an HC-020K optical speed sensor installed on the motor shaft.

Measurement of the consumed electrical power (voltage and current) was performed by an INA219 digital module. To expand the current measurement range, the shunt resistance of the INA219 module was halved by adding an additional resistor in parallel to the standard shunt.

To ensure stable and safe operation of the measuring part of the setup, as well as to protect it from electromagnetic interference from the brushed DC motor, the drive power supply circuit was additionally modified. A protective fly-back diode and noise-filtering capacitors were installed in parallel with the motor terminals. This prevented damage to the sensitive digital sensors and the microcontroller due to self-induction EMF surges (inductive voltage spikes) during sudden braking or motor shutdown, and also allowed eliminating high-frequency electrical noise caused by arcing in the brush-commutator assembly.

Measurement results and their processing. Fig. 7 presents the experimentally obtained temperature variation curves for the three studied stator materials resulting from induction heating in the magnetic field of the permanent magnet rotor. The tests were conducted at two supply voltage levels of the drive motor: 9 V (Fig. 7a) and 18 V (Fig. 7b). During these tests, the metal stator acted as an induction brake, slowing down the rotor with magnets relative to its rotational speed without the stator's influence. Therefore, at the same laboratory power supply (LPS) voltage level, the rotational speed of the rotor with magnets near each stator was different and is specified in the caption of Fig. 7. As seen from the obtained graphs, all curves exhibit a classic exponential nature with a gradual transition to a thermal equilibrium state.

At a supply voltage of 9 V, the magnetic field variation frequencies for the rotor with copper (AISI C12500) and aluminium (AISI 3003) stators were very similar. Despite a difference of approximately 5 Hz in favor of the aluminium stator, the temperature of the copper stator at the end of this experiment was 2 degrees higher. At 18 V, the difference in magnetic field frequencies for the copper and

aluminium stators was much more significant, indicating much more intensive rotor braking by the magnetic field from Foucault currents specifically in the copper stator. However, despite a 1.5-fold difference in field frequency, the copper stator heated up to practically the same temperature as the aluminium one.

For an objective comparison of the heat generation intensity in the aluminium and copper stators, an additional experiment was conducted with the copper stator. The supply voltage of the drive motor was set to 10.8 V. At this voltage, the rotational speed of the rotor with magnets was analogous to the experiment with the aluminium stator at 9 V — approximately 740 rpm. During the experiment, the temperature rise of the copper stator was $\Delta T_{cop} = 25,4 \text{ }^\circ\text{C}$, while that of the aluminium stator was $\Delta T_{al} = 15,8 \text{ }^\circ\text{C}$ (Fig. 8). However, a direct comparison of temperature gradients does not accurately reflect the true energy balance because of the significant mass difference between the samples. Based on the material densities (Table 1) $\rho_{cop} = 8940 \text{ kg/m}^3$, $\rho_{al} = 2680 \text{ kg/m}^3$ and their specific heat capacities $c_{cop} = 385 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$, $c_{al} = 920 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$, the calculated volumetric heat capacity of the copper stator is 1.43 times higher than that of the aluminium one. A calorimetric calculation, taking into account the volumetric heat capacity, shows that to achieve the temperature values obtained in the experiments, 2.3 times more thermal energy was generated in the copper stator than in the aluminium one. The resulting thermal energy ratio correlates well with the ratio of the electrical conductivities of these metals, confirming the dominant influence of electrical conductivity on the efficiency of induction heating in a magnetic field under low-speed conditions.

Regarding the stainless steel (AISI 304) stator, in both experiments, the heat generation intensity was at the lowest level. This is due to its having the lowest electrical conductivity among all the studied materials.

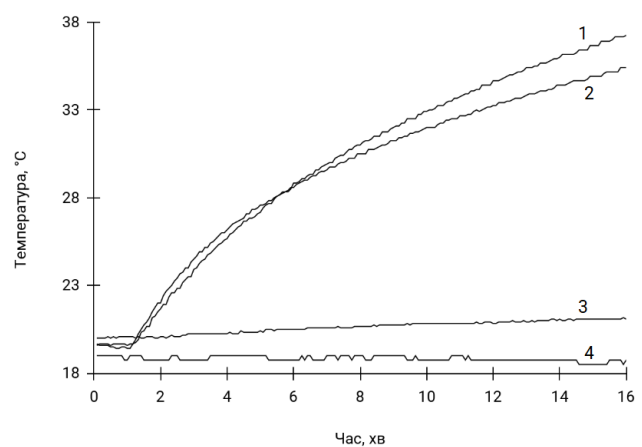


Fig. 7a. Stator temperature curves at a 9 V motor supply voltage 1 – copper (55 Hz), 2 – aluminium (60 Hz), 3 – corrosion-resistant steel (90 Hz), 4 – room air temperature

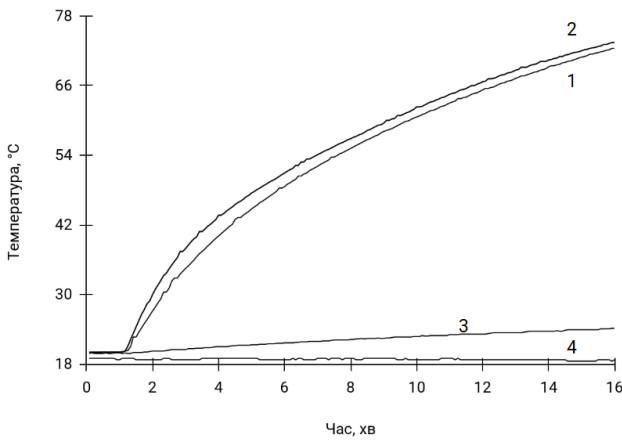


Fig. 7b. Stator temperature curves at an 18 V motor supply voltage: Stator temperature curves at a 9 V motor supply voltage 1 – copper (100 Hz), 2 – aluminium (150 Hz), 3 – corrosion-resistant steel (185Hz), 4 – room air temperature

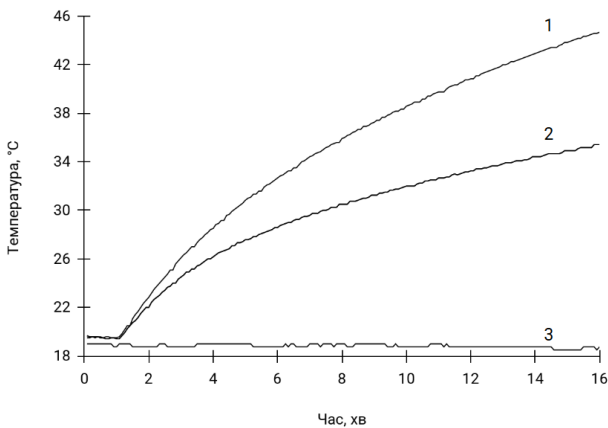


Fig. 8. Aluminium and copper stator temperature curves at equal magnetic field frequencies (10,8 V motor supply voltage): 1 – copper (60 Hz), 2 – aluminium (60 Hz), 3 – room air temperature

Analysis of experimental research results. Table 2 presents the results of experimental data processing, as well as the induction heating thermal powers calculated according to the proposed mathematical model for stators made of various materials across two operating modes corresponding to supply voltages of 9 V and 18 V. As indicated by the experimental data, the heat generation intensity directly correlates with the electrical conductivity of the material: high-conductivity copper (AISI C12500) and aluminium (AISI 3003) generate an order of magnitude more heat compared to stainless steel (AISI 304).

Not all of the electrical power consumed by the motor during the induction heating experiments was spent specifically on generating Foucault currents (eddy currents) within the stator material. A portion of the energy was lost due to the need to overcome mechanical friction forces in the bearings, the motor's brush-commutator mechanism, as well as the aerodynamic drag of the moving parts. Part of the power was also lost through the heating of the motor windings caused by the flow of operating currents. Therefore, to isolate the electrical power spent purely on the

induction heating of the stator, the calorimetric method was applied. Its essence lies in determining the rate of temperature rise of the stator at the beginning of its heating. Geometrically, this is represented by the slope (tangent of the angle of inclination) of the stator temperature variation curve over time at the starting point of heating. Knowing the volume and heat capacity of the stator material, the induction heating power can be determined using the well-known formula:

$$P_{ind} = c \cdot V \cdot \rho \cdot \frac{dT}{dt}, \quad (9)$$

where c – specific heat capacity of the stator material, V – volume of the stator material, ρ – density of the stator

material, $\frac{dT}{dt}$ – initial rate of temperature rise of the stator at the beginning of the heating process.

A comparison of the experimentally obtained induction heating power indicators with the calculated values derived from the proposed mathematical model demonstrates the presence of minor discrepancies (within 15%) between the results obtained for copper and aluminium. The obtained relative discrepancies have an alternating nature (ranging from -8% to +11%), which demonstrates the physical limitations of analytical methods in describing the investigated electromagnetic process, but at the same time, it provides completely sufficient accuracy for engineering calculations when designing electromagnetic systems of the described type.

At the same time, for stainless steel, the discrepancy magnitude determined by the calorimetric method was 78% and 112% for the experiments with a voltage of 9 V and 18 V, respectively. This is explained by the fact that the accuracy of determining the induction heating thermal power by the calorimetric method is significantly affected by the measurement error of the stator heating rate. In the experiments with stainless steel, due to the low induction heating power (tenths of a watt), the stator temperature rise was insignificant. This exactly prevented achieving the same accuracy in determining the induction heating power using the calorimetric method as for copper and aluminium.

Therefore, for stainless steel, in order to isolate the power spent on induction heating from the total power consumed by the motor, classical no-load and short-circuit tests were applied. For the no-load test, a plastic disk of similar dimensions was installed in the thermal insulation casing instead of the metal stator, and the voltage on the laboratory power supply (LPS) was adjusted to achieve a rotational speed identical to the operating one. This allowed obtaining a sufficiently accurate value of the energy consumed to overcome bearing friction and the aerodynamic drag of the rotor in a closed volume, specifically at the operating speeds.

The electrical losses in the motor power supply circuit were determined using the short-circuit test. The motor shaft was mechanically locked, and the LPS voltage was adjusted so that the current in the circuit equalled the operating current of the motor in the experiment with stainless steel. By

dividing the obtained voltage value by the current, the equivalent dynamic resistance of the system was determined, which includes the resistance of the LPS cables, the motor winding resistance, the contact resistance of the brush assembly, and the voltage drop across the protective elements of the circuit. The electrical losses were calculated according to the Joule-Lenz law:

$$P_{el} = I_w^2 R_{\Sigma}, \tag{10}$$

where I_w – operating current for the corresponding stator material. Thus, for stainless steel in Table 2, the measured induction heating power was determined by the no-load and short-circuit method.

Table 2. Data processing results

Supply voltage, V	Material	Experimental test bench power consumption, W	Measured heating power, W	Calculated heating power, W	Deviation between experimental and calculated values, %
9	Stainless steel	1.46	0.13	0.15	16.7
	Aluminium	4.78	1.18	1.09	-8.0
	Copper	7.82	2.13	2.03	-4.6
10.8	Copper	11.06	2.97	2.92	-1.5
18	Stainless steel	3.92	0.54	0.64	19.0
	Aluminium	17.35	4.15	4.61	10.9
	Copper	28.29	7.58	8.37	10.4

An analysis of the data presented in Table 2 allows for evaluating the accuracy of the proposed mathematical model for describing the energy process in the experimental setup. Specifically, for copper and aluminium stators, the calculated thermal power values are very close to the experimental data. At a supply voltage of 9 V, the discrepancy was only -4.6% for copper and -8.0% for aluminium. In the additional experiment with the copper stator at 10.8 V, the mathematical model showed the best result with an error of only -1.5% (calculated value of 2.92 W against the measured 2.97 W).

At the same time, the obtained deviations of the theoretical data from the practical ones exhibit an alternating nature. At low-speed operating modes (9 V and 10.8 V), the calculated power is slightly lower than the actually measured value, whereas at a higher frequency of magnetic field variation (at 18 V), the model yields slightly overestimated results. Specifically, the calculated values were 8.37 W against the measured 7.58 W for copper (10.4% discrepancy) and 4.61 W against 4.15 W for aluminium (10.9% discrepancy). This demonstrates the specific characteristics of applying the proposed mathematical model at higher frequencies while confirming its suitability for engineering design.

The largest relative discrepancy between theory and practice is observed for the stainless steel (AISI 304) stator: 16.7% at 9 V and 19.0% at 18 V. However, such an error is explained not by the fallacy of the model itself, but by the low induction heating power values in this material, which amounted to only 0.13 W and 0.54 W, respectively. At such small magnitudes, even a minor measurement error of the instruments has a significant impact on the final result.

Conclusions

1. A mathematical model has been developed to determine the process parameters in the "wind turbine – induction heater" system. Determining thermal power

through the calculation of self and mutual inductances of the equivalent circuit elements allows for reducing the time and resource costs during the design stage compared to using the Finite Element Method (FEM).

2. An experimental test bench was developed for the validation of the proposed mathematical model's provisions. A comparison of the obtained experimental data with the calculated values confirmed the accuracy of the proposed model. For high-conductivity materials (copper and aluminium) at low-speed WT modes, the discrepancy is minimal, ranging from -1.5% (2.92 W calculated vs 2.97 W measured for copper) to -8.0%. With an increase in the magnetic field variation frequency, the model yields slightly overestimated calculated power results, with deviations of 10.4% for copper (8.37 W vs 7.58 W measured) and 10.9% for aluminium (4.61 W vs 4.15 W measured). For stainless steel, the 16.7–19.0% discrepancy is caused by the relatively low values of generated power (0.13–0.54 W).

REFERENCES

1. Global Wind Energy Council. (2023). Global Wind Report 2023. Brussels: GWEC.
2. Naegler, T., Simon, S., Klein, M., and Gils, H. C., 2015, "Quantification of the European Industrial Heat Demand by Branch and Temperature Level," *Int. J. Energy Res.*, 39(15), pp. 2019–2030.
3. Sobor, I., Chicuic, A., Ciuperca, R., and Rachier, V., 2011, "Concerning the Conversion Efficiency Increase of the Available Wind Potential," *Ann. Univ. Craiova, Electr. Eng. Ser.*, 35, pp. 122–127.

4. Okazaki, T., and Hasuike, H., 2018, "Wind Power Utilizing Direct Thermal Conversion and Thermal Energy Storage (Working Paper)," 15th World Wind Energy Conference (WWEC 2016), Tokyo.
5. Jwo, C.-S., Chien, Z.-J., Chen, Y.-L., and Chien, C.-C., 2013, "Development of a Wind Directly Forced Heat Pump and its Efficiency Analysis," *Int. J. Photoenergy*, 2013(Special Issue), pp. 1–7.
6. Neammanee, B., & Sirisumrannukul, S. (2019). Direct Heat Generation from Wind Energy using Hydraulic Friction. *Renewable Energy*, 45, 120-128.
7. Ždankus, T., Černeckienė, J., Jurelionis, A., and Vaiciunas, J., 2016, "Experimental Study of a Small Scale Hydraulic System for Mechanical Wind Energy Conversion Into Heat," *Sustainability*, 8(7), pp. 1–18.
8. Tudorache, T., & Popescu, M. (2021). Eddy Current Based Wind-to-Thermal Energy Conversion: Principles and Design. *IEEE Transactions on Energy Conversion*.
9. Chen, L., Pei, Y., Chai, F., and Cheng, S., 2016, "Investigation of a Novel Mechanical to Thermal Energy Converter Based on the Inverse Problem of Electric Machines," *Energies*, 9(7), pp. 1–19.
10. Sobor, I., Rachier, V., Chicuic, A., and Ciuperca, R., 2013, "Small Wind Energy System With Permanent Magnet Eddy Current Heater," *Bull. Polytech. Inst. Jassy, Electrotechnics, Energ. Electron. Sect.*, 13(4), pp. 143–150.
11. Bostan, V., Bostan, I., Sobor, I., Dulgheru, V., and Gladis, V., 2018, "Development of a Horizontal Axis Wind Turbine for the Production of Thermal Energy," in *Nearly Net Zero Energy Communities*, Springer, Cham, Switzerland, pp. 500–510.
12. Tudorache, T., Trifu, I., Melcescu, L., and Florica, D., 2017, "Numerical Analysis of an Electro-Thermal Wind Generator," *Proc. 9th Int. Conf. Electron. Comput. Artif. Intell. ECAI 2017, Targoviste, Romania, June 29–July 1*, pp. 1–4.
13. Siakavellas, N. J. (1997). Two simple models for analytical calculation of eddy currents in thin conducting plates. *IEEE Transactions on Magnetics*, 33(3), 2245–2257.
14. P. L. Kalantarov and L. A. Tseitlin, *Calculation of Inductances: Reference Book*, 3rd ed., rev. and exp. L: Energoatomizdat, 1986, 488 p.