

УДК 621.577.2; 532.546

ВПЛИВ ФІЛЬТРАЦІЙНОГО РУХУ ҐРУНТОВИХ ВОД НА ТЕПЛОЕФЕКТИВНІСТЬ ПІДЗЕМНОГО ТЕПЛООБМІННОГО ПРИСТРОЮ

Отримано 12 трав. 2022; рекомендовано до публікації 6 черв. 2022
Доступно онлайн 30 черв. 2022

**Б. І. Басок¹, Б. В. Давиденко², А. М. Павленко³,
В. Г. Новіков⁴, Г. В. Кошлак⁵**

Автор для кореспонденції: Борис Басок
e-mail: borys.basok@gmail.com

Для визначення впливу вимушеної фільтраційної течії ґрунтових вод на теплову ефективність U-подібного вертикального ґрунтового теплообмінника проведено чисельне моделювання течії ґрунтових вод і перенесення теплоти в ґрунтовому масиві при роботі цього пристрою. Ґрунтовий теплообмінник є елементом теплонасосної системи "ґрунт – вода". Для розрахункових досліджень застосовується модель Дарсі – Брінкмана – Форхаймера, що описує течію рідини в пористому середовищі. Теплова ефективність оцінюється за кількістю теплоти, що вилучається з ґрунтового масиву, та за коефіцієнтом тепловіддачі на зовнішній поверхні теплообмінника. Визначено вплив градієнта тиску в ґрунтовому масиві, а також вплив дисперсності часточок ґрунту на динаміку фільтраційного руху ґрунтових вод і теплову ефективність теплообмінника. Бібл. 15, рис. 11.

Ключові слова: ґрунтовий теплообмінник, тепловий насос, пористе середовище, фільтрація, чисельне моделювання.

¹ член-кореспондент НАН України, Інститут технічної теплофізики НАН України <https://orcid.org/0000-0002-8935-4248>

² д-р техн. наук, Інститут технічної теплофізики НАН України <https://orcid.org/0000-0001-8738-7612>

³ д-р техн. наук, Kielce University of Technology, Kleice, Poland <https://orcid.org/0000-0002-8103-2578>

⁴ канд. техн. наук, Інститут технічної теплофізики НАН України <https://orcid.org/0000-0003-1062-7336>

⁵ докт. техн. наук, Kielce University of Technology, Kleice, Poland <https://orcid.org/0000-0001-8940-5925>

INFLUENCE OF GROUNDWATER FILTRATION FLOW ON THE THERMAL EFFICIENCY OF UNDERGROUND HEAT EXCHANGER

Received 12 May 2022; accepted 6 June 2022.
Available online 30 June 2022

**B. Basok¹, B. Davydenko¹, A. Pavlenko²,
V. Novikov¹, H. Koshlak²**

Author for correspondence: Boris Basok
e-mail: borys.basok@gmail.com

To determine the effect of the forced filtration flow of groundwater on the thermal efficiency of a U-tube vertical ground heat exchanger, numerical simulation of the groundwater flow and heat transfer in the ground mass during the operation of this device was carried out. The ground heat exchanger is an element of the heat pump system "ground - water". For numerical studies, the Darcy – Brinkman – Forchheimer model is used, which describes the flow of a fluid in a porous medium. Thermal efficiency is estimated by the amount of heat extracted from the soil massif and by the heat transfer coefficient on the outer surface of the heat exchanger. The influence of the pressure gradient in the soil mass was determined, as well as the influence of the dispersion of soil particles on the dynamics of the filtration movement of groundwater and the thermal efficiency of the heat exchanger.

References 15, figures 11.

Keywords: ground heat exchanger, heat pump, porous media, filtration, numerical simulation.

¹ Institute of Engineering Thermophysics of the NAS of Ukraine <https://orcid.org/0000-0002-8935-4248>

² Institute of Engineering Thermophysics of the NAS of Ukraine <https://orcid.org/0000-0001-8738-7612>

³ Kielce University of Technology Kielce, Poland <https://orcid.org/0000-0002-8103-2578>

⁴ Institute of Engineering Thermophysics of the NAS of Ukraine <https://orcid.org/0000-0003-1062-7336>

⁵ Kielce University of Technology Kielce, Poland <https://orcid.org/0000-0001-8940-5925>

Перелік використаних скорочень та позначень:

c_F – коефіцієнт Форхаймера
 C – ефективна теплоємність, Дж/(кг·К)
 d – середній діаметр часточок ґрунту, мм
 D – довжина сторони поперечного перерізу теплообмінника, м
 g – прискорення сили тяжіння, м/с²
 G – масова витрата, м³/с
 K – проникненість, м²
 L – довжина каналу теплообмінника, м
 H – глибина занурення теплообмінника, м
 P – тиск, Па
 Δp – перепад тиску, Па
 q – густина теплового потоку, Вт/м²
 T – температура, °C
 u, v, w – проекції вектора швидкості на осі OX, OY, OZ відповідно, м/с
 U – середня швидкість руху теплоносія в теплообміннику, м/с
 V – вектор швидкості, м/с
 x, y, z – декартові координати, м

α – коефіцієнт тепловіддачі, Вт/(м²·К)
 β – коефіцієнт температурного розширення рідини, 1/К
 Δ – товщина стінки теплообмінника, мм
 λ – коефіцієнт теплопровідності, Вт/(м·К)
 Γ – динамічний коефіцієнт в'язкості, Па·с
 ν – кінематичний коефіцієнт в'язкості, м²/с
 ρ – густина, кг/м³
 τ – час, с
 ϕ – пористість
 Нижні індекси:
 0 – початковий
 z – зовнішня поверхня теплообмінника
 k – стінка каналу теплообмінника
 max – максимальний
 p – пористе середовище
 f – рідкий компонент пористого середовища
 s – твердий компонент пористого середовища
 t – теплоносій в теплообміннику
 w – ґрунтові води
 ∞ – нескінченність

Вступ. Важливим елементом теплового насосу типу "ґрунт – вода" є підземний теплообмінник, за допомогою якого теплота вилучається з ґрунту. Від його ефективності залежить якість роботи теплонасосної установки у цілому. Питанням вдосконалення цих пристроїв на сьогоднішній день приділяється велика увага. Найчастіше ґрунтові теплообмінники бувають горизонтального або вертикального типів. Горизонтальні теплообмінники розташовуються на відносно невеликій глибині і мають здебільшого форму зміювиків [1–4]. Вертикальні теплообмінники зазвичай мають U-подібну форму і облаштовуються на більшу глибину, ніж горизонтальні. Кожен з цих типів має свої переваги та недоліки. Одним з факторів, що впливають на показники роботи ґрунтового теплообмінника, є рух ґрунтових вод. Цей рух може здійснюватися як за рахунок термогравітаційної конвекції, так і внаслідок наявності перепаду тиску вздовж ґрунтового масиву. Перепад тиску може виникати, наприклад, при наявності ухилу місцевості.

Більшість чисельних моделей, що застосовуються для визначення теплотехнічних характеристик ґрунтових теплообмінників, враховують лише перенесення теплоти теплопровідністю в ґрунтовому масиві. Моделі, що не враховують конвекційне перенесення теплоти, можуть в ряді випадків бути недостатньо точними для прогнозування теплових режимів ґрунтових теплообмінників на тривалий період експлуатації.

Математична модель перенесення теплоти в ґрунтовому масиві при роботі U-подібного вертикального ґрунтового теплообмінника розглядається в [5, 6]. В цих роботах дос-

ліджується сумісне перенесення теплоти теплопровідністю та конвекцією в ґрунтовому масиві. Конвекційне перенесення теплоти виникає внаслідок руху ґрунтових вод. В роботах запропоновано явне аналітичне розв'язання рівняння енергії в наближенні моделі кінцевого лінійного джерела. Проведено аналіз одержаних розв'язків. В [5] визначаються безрозмірні комплекси, що характеризують процес перенесення теплоти в ґрунтовому масиві. Показано, що адвекція ґрунтових вод в пористому середовищі може суттєво впливати на розподіл температури в масиві. Узагальнено вплив гідравлічних і теплообмінних властивостей ґрунтів на конвекційне перенесення теплоти в ґрунтовому масиві. В [6] на основі аналітичного розв'язання задачі перенесення теплоти побудовано вираз для температурного опору всередині стовбура свердловини. Запропоновані математичні моделі можуть застосовуватися під час проектування пристроїв для вилучення теплоти з ґрунту за допомогою теплових насосів.

В [7] відзначається, що більшість моделей, що застосовуються для прогнозування характеристик роботи ґрунтових теплообмінників, враховують лише перенесення теплоти теплопровідністю, що в ряді випадків приводить до неточних результатів. В цій роботі запропоновано більш повну чисельну модель теплообміну між U-подібним вертикальним ґрунтовим теплообмінником та ґрунтовим масивом. Вказана модель поєднує механізми теплопровідності та конвекції з потоком ґрунтових вод. Чисельне розв'язання задачі перенесення теплоти виконується методом скінченних елементів. Розглядаються різні емпіричні вирази, що характеризують проникненість пористого ґрунтового середовища. Запропоновано спосіб визначен-

ня теплофізичних властивостей ґрунту, які надалі застосовуватимуться для чисельних досліджень.

В [8] запропонована тривимірна чисельна модель для дослідження течії підземних вод і перенесення теплоти в обмеженому просторі, в якому перебувають дві системи для акумулювання і вилучення теплової енергії у водоносному горизонті. Ці системи працюють у сусідніх будівлях і використовують один водоносний горизонт. Розглядаються наслідки взаємного теплового впливу цих двох систем. Таким наслідком може бути утворення теплового шлейфу, який може погіршувати роботу цих систем.

Для оцінки теплової ємності водоносного горизонту, що є важливим показником працездатності ґрунтових теплонасосних систем, в [9] застосовується ряд методів, серед яких: метод чисельного моделювання процесу теплоперенесення в ґрунтовому масиві, метод енергетичного балансу та метод накопичення теплоти. Одержані результати свідчать про те, що метод чисельного моделювання адекватніше відображає процеси перекачування та поповнення підземних вод, ніж метод енергетичного балансу та метод накопичення теплоти. Показано, що потужність роботи ґрунтової теплонасосної системи тісно пов'язана з товщиною водоносного горизонту.

В [10] запропоновано математичну модель для розрахунку теплового режиму вертикального ґрунтового теплообмінника, що враховує вплив потоку ґрунтових вод. Наведено результати аналітичного розв'язання задачі теплоперенесення в ґрунтовому масиві при роботі теплообмінника. Ці результати одержано для умов, що у пористому середовищі з течією ґрунтових вод теплообмін між теплообмінником та ґрунтом здійснюється у формі теплопровідності та конвекції. Вважається, що ґрунтовий масив є однорідним і складається з насиченого водою ґрунту з постійними властивостями. Температура поверхні ґрунту постійна. Ґрунтові води течуть рівномірно вздовж поздовжньої осі зі швидкістю Дарсі. На основі запропонованої моделі проаналізовано вплив числа Пекле характеристики роботи теплообмінника.

В [11] наведено результати аналізу температурного впливу на ґрунтовий масив системи теплових насосів при наявності в ґрунті течії підземних вод. Цей аналіз проводиться з використанням наближених аналітичних розв'язань рівняння перенесення теплоти в ґрунтовому масиві. Розглядається їх придатність для прогнозування теплового впливу на температурний стан ґрунту при різних гідрогеологічних умовах. Зазначається, що ці наближені аналітичні вирази не призначені для заміни чисельного моделювання, а є додатковим інструментом для вдосконалення управління підземними та геотермальними ресурсами.

Для аналізу температурного стану ґрунтового масиву та впливу ґрунтових вод на характеристики роботи ґрунтових теплообмінників важливо застосовувати точні та надійні моделі течії рідини в пористому середовищі. Природна вільна конвекція всередині порожнини, що заповненої пористим середовищем, чисельно досліджується в [12]. Порожнина має вертикальні хвилясті ізотермічні стінки. Верхня і нижня горизонтальні прями стінки – адіа-

батичні. Чисельні дослідження виконуються на основі моделі Дарсі – Брінкмана – Форхаймера для течії рідини в пористому середовищі. Для досліджень застосовується метод кінцевих об'ємів. Результати досліджень представлені у вигляді ліній течії, ізотерм, локальних і середніх чисел Нуссельта. Проаналізовано вплив безрозмірних параметрів на характеристики течії та теплообміну при вільній конвекції в порожнині.

Результати чисельних досліджень природної конвекції в замкненій прямокутній порожнині, що заповнена пористим середовищем, розглядаються також в [13]. Вертикальні протилежні стінки порожнини мають різні температури, а горизонтальні стінки – адіабатичні. Для опису вільної течії рідини в пористій порожнині застосовується, модель Дарсі – Брінкмана – Форхгеймера. Для розв'язання системи рівнянь динаміки та теплообміну використовується метод скінченних різниць. Досліджується вплив відношення коефіцієнтів теплопровідності стінки та пористого середовища, пористості матеріалу, чисел Релея та Дарсі, а також геометричних характеристик прямокутної порожнини на вільну течію рідини та характеристики теплообміну.

Вплив природної конвекції ґрунтових вод на інтенсивність перенесення теплоти від ґрунтового масиву до теплоносія в U-подібному вертикальному теплообміннику досліджується в [14]. В цій роботі представлено результати чисельного розв'язання системи рівнянь, що описують вільну конвекцію ґрунтових вод та теплообмін в пористому ґрунтовому масиві. Для чисельних досліджень течії рідини в пористому середовищі застосовується модель Дарсі – Брінкмана – Форхаймера. Ефективність роботи теплообмінника оцінюється за швидкістю вилучення енергії з ґрунту та за температурою рідини на виході. Визначено умови, за яких вплив природної конвекції на теплообмін можна не враховувати, і коли цей вплив буде істотним.

Вплив вимушеної конвекції ґрунтових вод на характеристики роботи ґрунтового U-подібного вертикального теплообмінника досліджується в [15]. Розглядаються чотири варіанти конфігурацій теплообмінників. Виконувалися як чисельні так і експериментальні дослідження. Чисельні дослідження виконуються за двовимірною моделлю. За результатами досліджень визначався термічний опір свердловини та ефективність роботи теплообмінників різної конфігурації.

З розглянутих результатів досліджень випливає, що проблема впливу течії ґрунтових вод на характеристики експлуатації ґрунтових теплообмінників та теплових насосів на сьогоднішній день доволі актуальна. Визначення впливу перепаду тиску в ґрунтовому масиві, швидкості течії ґрунтових вод та діаметру часточок ґрунту на ефективність роботи теплообмінників вимагає подальших додаткових досліджень. Ці питання розглянуті в даній статті.

Математична постановка задачі. Динаміка ґрунтових вод, що рухаються крізь пористе середовище, та процес перенесення теплоти ґрунтовими водами описується системою рівнянь, до якої входять:

- рівняння нерозривності:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0;$$

- рівняння перенесення імпульсу:

$$\rho_w \left(\frac{1}{\varphi} \frac{\partial u}{\partial \tau} + \frac{u}{\varphi^2} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{v}{\varphi^2} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{w}{\varphi^2} \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\varphi} \nabla^2 u - \frac{\mu}{K} u - \frac{\rho_w c_F}{\sqrt{K}} |V| u ;$$

$$\rho_w \left(\frac{1}{\varphi} \frac{\partial v}{\partial \tau} + \frac{u}{\varphi^2} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{v}{\varphi^2} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{w}{\varphi^2} \frac{\partial v}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu}{\varphi} \nabla^2 v - \frac{\mu}{K} v - \frac{\rho_w c_F}{\sqrt{K}} |V| v ;$$

$$\rho_w \left(\frac{1}{\varphi} \frac{\partial w}{\partial \tau} + \frac{u}{\varphi^2} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{v}{\varphi^2} \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{w}{\varphi^2} \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\mu}{\varphi} \nabla^2 w - \frac{\mu}{K} w - \frac{\rho_w c_F}{\sqrt{K}} |V| w + g\beta(t_p - t_\infty) ;$$

- рівняння перенесення теплоти:

$$C_p \rho_p \left(\frac{\partial t_p}{\partial \tau} + u \frac{\partial t_p}{\partial x} + v \frac{\partial t_p}{\partial y} + w \frac{\partial t_p}{\partial z} \right) = \lambda_p \nabla^2 t_p ,$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

де: – оператор Лапласа; $|V|$ – модуль вектора швидкості руху рідини. Координата z спрямована вертикально вгору. Вважається, що пори щерть заповнені водою. Теплофізичні властивості пористого середовища розраховуються за виразами:

$$\lambda_p = \varphi \lambda_f + (1 - \varphi) \lambda_s; \quad C_p \rho_p = \varphi C_f \rho_f + (1 - \varphi) C_s \rho_s.$$

Якщо вважати частинки ґрунту сферичними, то для визначення коефіцієнтів K та c_F , що містяться в рівняннях динаміки (2)–(4), можна застосовувати співвідношення

$$K = \frac{d_p^2}{150} \frac{\varphi^3}{(1 - \varphi)^2};$$

$$c_F = \frac{1,75}{\varphi^{3/2} 150^{1/2}} ,$$

де φ – пористість ґрунту; d_p – середній діаметр його частинок.

Розглядаються два напрямки руху ґрунтових вод відносно U-подібного теплообмінника. Перший напрямок руху – паралельний осі OX, а другий напрямок – паралельний осі OY. В першому випадку умови на границях розрахункової області приймаються у вигляді:

$$x = 0 : v = 0; w = 0; p = p_0; t = t_\infty$$

$$(1) \quad x = x_{max} : v = 0; w = 0; p = p_0 - \Delta p; \frac{\partial t}{\partial x} = 0;$$

$$y = 0; y = y_{max} : v = 0; w = 0; \frac{\partial u}{\partial y} = 0; \frac{\partial t}{\partial y} = 0;$$

$$z = 0; z = z_{max} : v = 0; w = 0; \frac{\partial u}{\partial z} = 0; \frac{\partial t}{\partial z} = 0$$

Для випадку руху ґрунтових вод паралельно осі OY умови на границях розрахункової області задаються у вигляді.

$$x = 0; x = x_{max} : u = 0; w = 0; \frac{\partial v}{\partial x} = 0; \frac{\partial t}{\partial x} = 0;$$

$$y = 0 : u = 0; w = 0; p = p_0; t = t_\infty$$

$$y = y_{max} : u = 0; w = 0; p = p_0 - \Delta p; \frac{\partial t}{\partial y} = 0;$$

$$z = 0; z = z_{max} : u = 0; w = 0; \frac{\partial v}{\partial z} = 0; \frac{\partial t}{\partial z} = 0$$

де Δp – заданий за умов задачі перепад тиску.

Оскільки теплоносії на опускній ділянці каналу теплообмінника рухається в напрямку, що протилежний напрямку осі OZ, рівняння перенесення теплоти теплоносієм на цій ділянці записується у вигляді

$$C_{\tau} \rho_{\tau} \left(\frac{\partial t_{\tau}}{\partial \tau} - U_{\tau} \frac{\partial t_{\tau}}{\partial z} \right) = \lambda_{\tau} \nabla^2 t_{\tau};$$

$$U_{\tau} = \frac{G}{D^2}$$

де – середня швидкість руху теплоносія в каналі теплообмінника.

На горизонтальній ділянці теплообмінника напрямок руху теплоносія збігається з напрямками осі OX. Тому рівняння перенесення теплоти на цій ділянці записується у вигляді

$$C_{\tau} \rho_{\tau} \left(\frac{\partial t_{\tau}}{\partial \tau} + U_{\tau} \frac{\partial t_{\tau}}{\partial x} \right) = \lambda_{\tau} \nabla^2 t_{\tau};$$

Рівняння енергії для ділянки підйомної течії у другій вертикальній секції каналу має вигляд:

$$C_{\tau} \rho_{\tau} \left(\frac{\partial t_{\tau}}{\partial \tau} + U_{\tau} \frac{\partial t_{\tau}}{\partial z} \right) = \lambda_{\tau} \nabla^2 t_{\tau};$$

На поверхні контакту теплообмінника з ґрунтом застосовуються такі умови спряження:

$$u=0; v=0; w=0; \\ -\lambda_p \frac{\partial t_p}{\partial n} = \frac{t_p - t_{\tau}}{\delta + \frac{1}{\lambda_{\kappa} + \alpha_{\tau}}} ,$$

де n – напрямок зовнішньої нормалі до зовнішньої поверхні каналу; α_t – коефіцієнт тепловіддачі в каналі колектора, який розраховується в залежності від режиму течії теплоносія.

Результати чисельних досліджень. З метою визначення впливу ґрунтових вод на температурний режим ґрунтового теплообмінника проведено відповідні чисельні дослідження. Вони полягають у скінченно-різницевому розв'язанні системи рівнянь (1)–(11) з наведеними граничними умовами. Чисельні дослідження проведено для області ґрунтового масиву, що має форму прямокутного паралелепіпеда. Його довжина ($y_{\max}$) і ширина ($x_{\max}$) дорівнюють 3,5 м. Розрахунки виконувалися для двох значень висоти розрахункової області: $z_{\max}=17$ м та $z_{\max}=34,4$ м.

Ґрунтовий теплообмінник виготовлено з поліетиленових труб квадратного перерізу. Сторона квадрата $D=0,1$ м. Товщина стінок каналу $\delta=2$ мм. Розглядаються випадки, коли загальна довжина каналу теплообмінника складає $L=32,8$ м (короткий канал, глибина занурення $H=16$ м), та $L=67,5$ м (довгий канал, глибина занурення $H=33,4$ м). Витрата теплоносія (водний розчин поліпропіленгліколю) складає $G=0,25 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}$. Температура теплоносія на вході в теплообмінник $t_0=5^\circ\text{C}$. Температура ґрунтових вод, що надходять в розрахункову область, складає $t_\infty=10^\circ\text{C}$. Рухаючись по каналу теплообмінника, теплоносії нагрівається, відбираючи теплоту від ґрунтового масиву.

Результати чисельних досліджень представлено у вигляді полів швидкості руху ґрунтових вод і температури в ґрунтовому масиві. Результати, що відповідають напрямку

руху вздовж осі OX , наведено на рис. 1, а для напрямку руху ґрунтових вод вздовж осі OY – на рис. 2. Напрямки входу теплоносія в теплообмінник та виходу з теплообмінника вказано на рисунках стрілочками. Розрахунки виконано для пористості ґрунту $\phi=0,4$. Середній діаметр його частинок $d_p=0,1$. Дані результати відповідають умовам стаціонарного теплообміну. Коефіцієнт розраховується за відомою залежністю для коефіцієнта тепловіддачі в каналі при турбулентному русі теплоносія і складає для даного випадку $=145,7 \text{ Вт}/(\text{м}^2\text{K})$. Перепад тиску в даному випадку складає $\Delta p=10000$ Па.

Як видно з рис. 1, якщо напрямок руху паралельний осі OX , підйомна ділянка теплообмінника опиняється у гідродинамічному сліді за його опускною ділянкою. Температура рідини, що набігає на підйомну ділянку, буде в цьому разі нижче, ніж температура рідини, що набігає на опускную ділянку.

У випадку, коли ґрунтові води рухаються вздовж осі OY , як на опускную, так і на підйомну і горизонтальну ділянки потік ґрунтових вод набігає з однаковою максимальною температурою. В результаті теплообмінник в цьому разі працює ефективніше, ніж коли напрямок руху ґрунтових вод паралельний осі OX . Це також видно з рис. 3, на якому відображено зміну температури теплоносія вздовж каналу ґрунтового теплообмінника при різних напрямках руху ґрунтових вод. Криві 1-х та 2-х відповідають випадку руху ґрунтових вод вздовж осі OX , а криві 1-у; 2-у – випадку руху в напрямку осі OY . Криві 1-х та 1-у побудовані для випадку короткого каналу ($L=32,8$ м), а криві 2-х та 2-у відповідають випадку довгого каналу ($L=67,5$ м). Перепа-

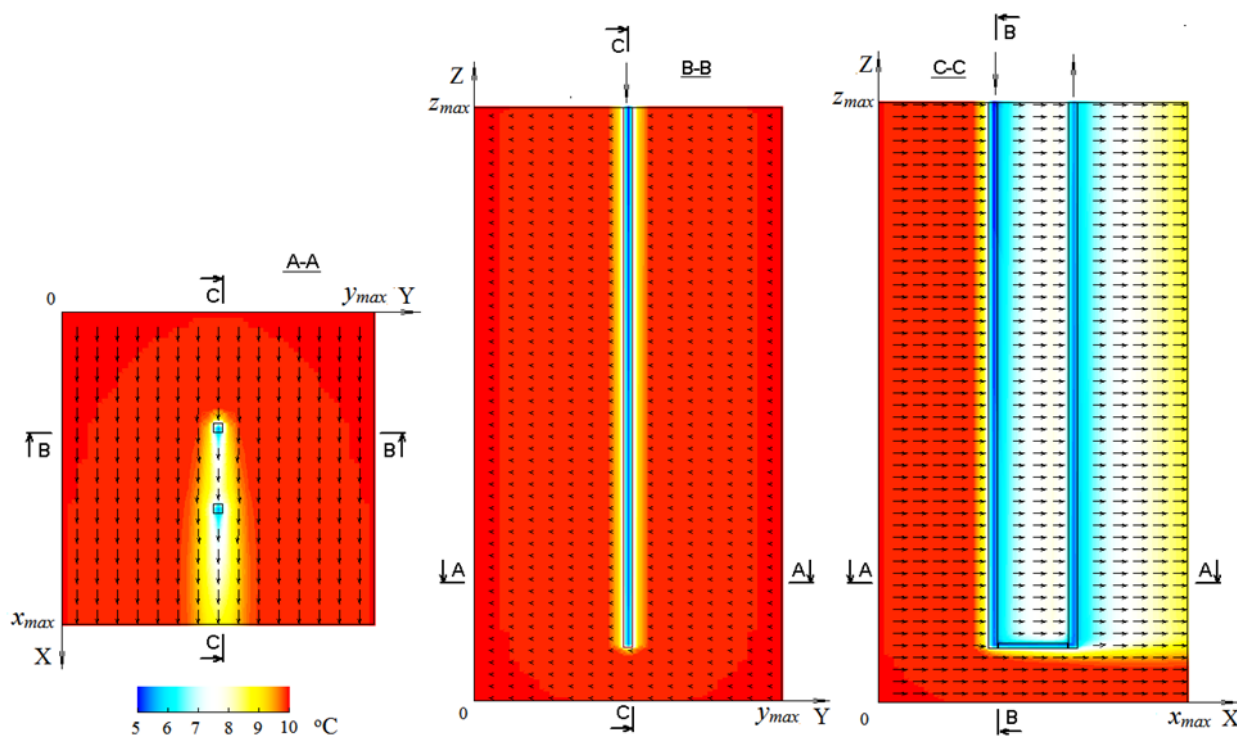


Рис. 1. Поля швидкості і температури в ґрунтовому масиві при русі ґрунтових вод в напрямку осі OX :

$\Delta p=10000$ Па; $\phi=0,4$; $d_p=0,1$ мм.

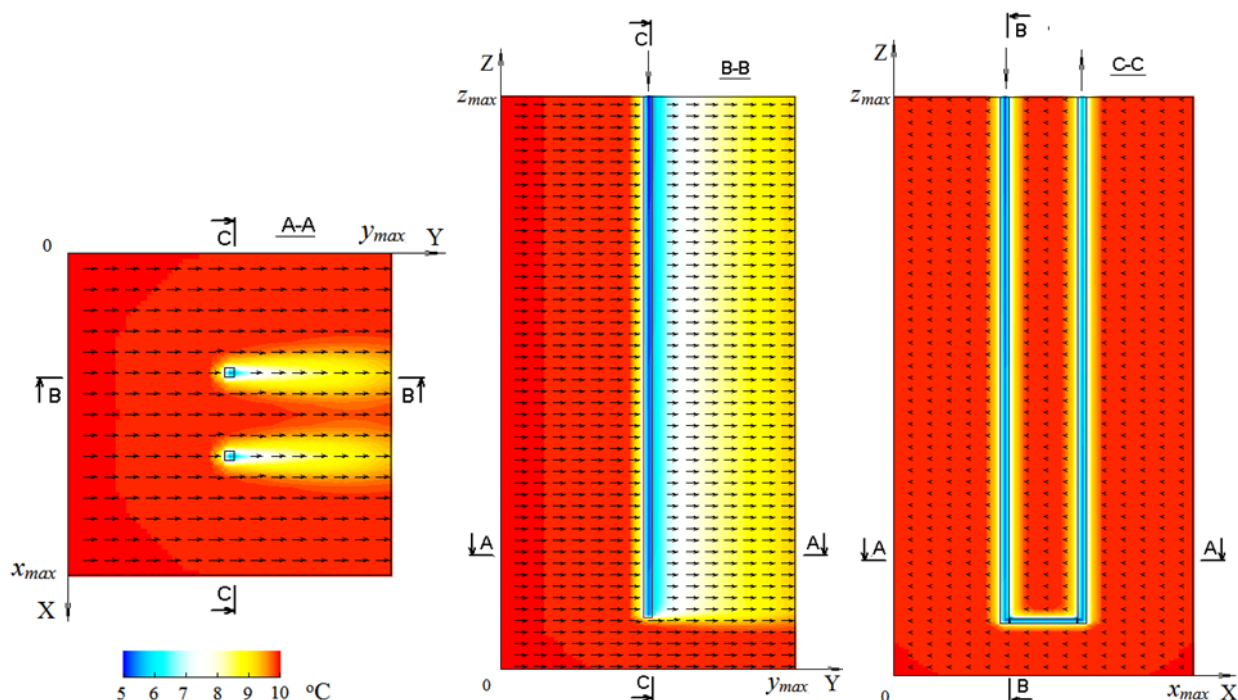


Рис. 2. Поля швидкості і температури в ґрунтовому масиві при русі ґрунтових вод в напрямку осі OY :

$$\Delta p = 10000 \text{ Па}; \varphi = 0,4; d_p = 0,1 \text{ мм.}$$

ди тиску Δp у всіх випадках становлять 10000 Па. Градієнти тиску при цьому будуть дорівнювати $\Delta p / y_{\max} = \Delta p / x_{\max} = 2747,2 \text{ Па/м}$.

Як видно з рис. 3, на ділянці $0 \leq s \leq 16 \text{ м}$ всі чотири криві на графіку майже збігаються. Цей інтервал відповідає опускній ділянці як довгого так і короткого каналів. Вказані ділянки перебувають в однакових умовах стосовно теплообміну з ґрунтом і ґрунтовими водами. У випадку короткого каналу та напрямку руху ґрунтових вод вздовж осі OX , умови теплообміну для підйомної ділянки погіршуються в порівнянні з випадком руху ґрунтових вод вздовж осі OY , при якому як підйомна, так і опускна ділянки каналів перебувають практично в однакових умовах теплообміну. Внаслідок цього температура на виході з короткого каналу при русі ґрунтових вод вздовж осі OX становить $5,53 \text{ }^\circ\text{C}$, а при русі ґрунтових вод вздовж осі OY – $5,62 \text{ }^\circ\text{C}$. Тобто, теплоносій в першому випадку нагрівається на $\Delta t = 0,53 \text{ }^\circ\text{C}$, а в другому – на $\Delta t = 0,62 \text{ }^\circ\text{C}$. Тобто, теплоносій в першому випадку нагрівається на $\Delta t = 0,53 \text{ }^\circ\text{C}$, а у другому випадку – на $\Delta t = 0,62 \text{ }^\circ\text{C}$. Для випадку довгого каналу ($L = 67,5 \text{ м}$) ця відмінність у Δt збільшується. При напрямку ґрунтових вод вздовж осі OX $\Delta t = 1,02 \text{ }^\circ\text{C}$, а при напрямку вздовж осі OY – $\Delta t = 1,2 \text{ }^\circ\text{C}$. Збільшення температури теплоносія в каналі теплообмінника Δt характеризує кількість теплоти $Q = G(c_p \rho) \Delta t$, що вилучається теплоносієм з ґрунту. Ця кількість теплоти залежить як від напрямку течії ґрунтових вод, так і від довжини каналу. Очевидно, що зі збільшенням довжини каналу L , а також глибини його занурювання у ґрунтовий масив H , ця кількість теплоти збільшується (рис. 4). Оскільки інтенсивність теплообміну ґрунтового теплообмінника виявляється вищою у випадку руху ґрунтових вод вздовж осі OY , подальший аналіз характеристик цього теплообмінника буде виконуватися саме для цього напрямку руху.

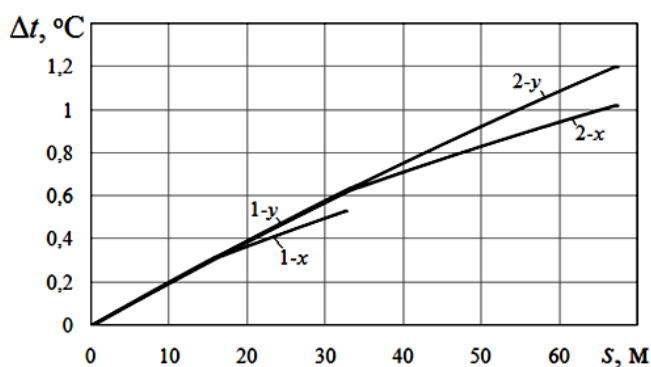


Рис. 3. Зміна температури по довжині каналу ґрунтового теплообмінника при $\varphi = 0,4$; $d_p = 0,1 \text{ мм}$; 1-х; 2-х – напрямки течії ґрунтових вод вздовж осі OX ($dp/dx = 2747,2 \text{ Па/м}$); 1-у; 2-у – напрямки течії – вздовж осі OY ($dp/dy = 2747,2 \text{ Па/м}$); 1-х; 1-у – $H = 16 \text{ м}$; $L = 32,8$; 2-х; 2-у – $H = 33,4$

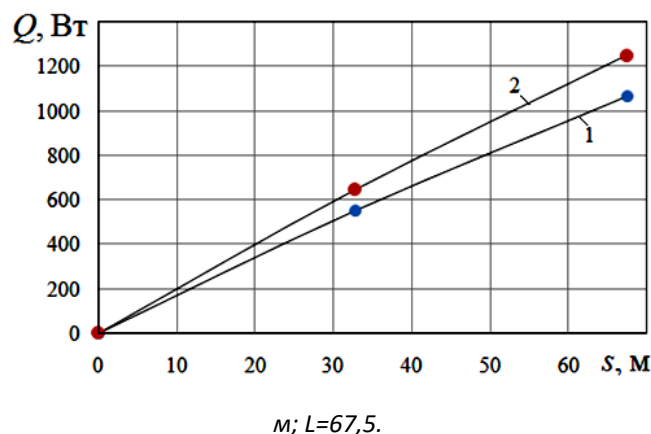


Рис. 4. Залежність кількості теплоти, що вилучається з ґрунту, від довжини каналу при $\varphi = 0,4$; $d_p = 0,1 \text{ мм}$: 1 – напрямки течії ґрунтових вод вздовж осі OX ($dp/dx = 2747,2 \text{ Па/м}$); 2 – напрямки течії – вздовж осі OY ($dp/dy = 2747,2 \text{ Па/м}$)

Інтенсивність теплообміну між поверхнею теплообмінника та пористим ґрунтом залежить від середньої швидкості руху ґрунтових вод, яка в свою чергу залежить від градієнта тиску в ґрунтовому масиві dp/dy . Ця залежність, що одержана для $\phi=0,4$; $d_p=0,25$ мм представлена на рис. 5. При збільшенні градієнта тиску від 270 Па/м до 2700 Па/м середня швидкість руху ґрунтових вод вздовж осі ОУ збільшується від $2,1 \cdot 10^{-5}$ м/с до $2,1 \cdot 10^{-4}$ м/с.

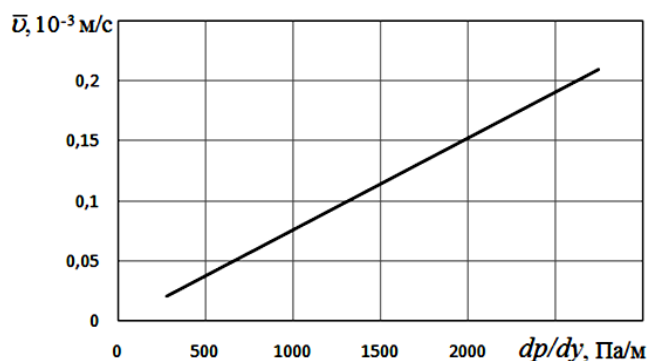


Рис. 5. Залежність осередненої швидкості течії рідини в пористому середовищі від градієнта тиску в ґрунтовому масиві при $\phi=0,4$; $d_p=0,25$ мм

Зміну за довжиною короткого каналу ($L=32,774$ м) температури теплоносія при різних значеннях градієнта тиску dp/dy для $d_p=0,25$ мм; $\phi=0,4$ представлено на рис. 6. З рисунку видно, що зростання температури Δt в каналі теплообмінника збільшується зі збільшенням градієнта тиску dp/dy , що пояснюється підвищенням інтенсивності конвекційного теплообміну на зовнішній поверхні каналу.

Залежність кількості теплоти Q , що вилучається з ґрунту за допомогою короткого ($L=32,774$ м) ґрунтового теплообмінника, від градієнта тиску dp/dy в пористому масиві наведено на рис. 7. Розглядається випадок пористості ґрунту $\phi=0,4$ та середнього діаметра його частинок $d_p=0,25$ мм

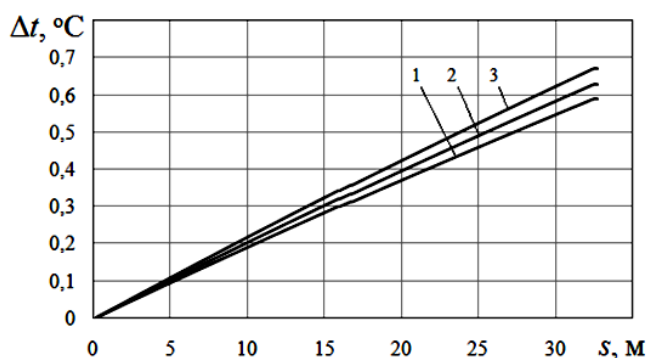


Рис. 6. Зміна температури по довжині каналу ґрунтового теплообмінника при русі ґрунтових вод в напрямку осі ОУ: $H=16$ м; $L=32,774$ м; $\phi=0,4$; $d_p=0,25$ мм; 1 – $dp/dy=274,72$ Па/м; 2 – $549,45$ Па/м; 3 – $2747,2$ Па/м

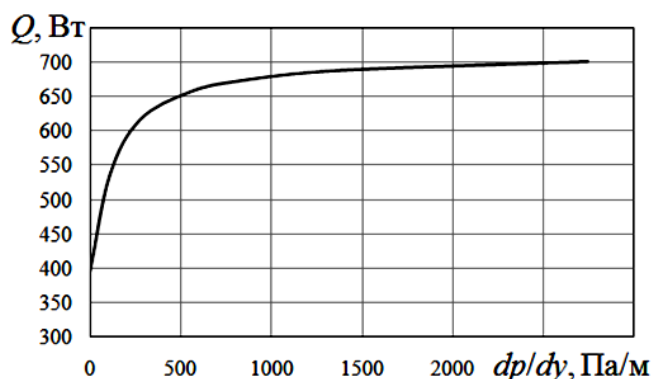


Рис. 7. Залежність кількості теплоти, що вилучається з ґрунту, від градієнта тиску в ґрунтовому масиві: $H=16$ м; $L=32,774$; $\phi=0,4$; $d_p=0,25$ мм.

З рис. 7 видно, що найменший тепловий потік $Q = 393,6$ Вт відповідає випадку $dp/dy = 0$, що означає відсутність вимушеної течії ґрунтових вод. З механізмів теплопередачі залишається природна термогравітаційна конвекція і теплопровідність. На інтервалі dp/dy $0 < dp/dy < 500$ Па/с тепловий потік інтенсивно зростає зі збільшенням градієнта тиску (з 393,6 Вт до 650 Вт). При подальшому збільшенні dp/dy тепловий потік Q продовжує збільшуватися, але менш інтенсивно. При збільшенні dp/dy від 500 Па/м до 2750 Па/м тепловий потік Q збільшується від 650 Вт до 702,4 Вт. З цього випливає, що градієнт тиску та, відповідно, швидкість групових вод, найсуттєвіше впливає на теплообмін при відносно невеликих градієнтах тиску. При їх збільшенні цей вплив стає менш істотним.

Для оцінки інтенсивності тепловіддачі від ґрунтового масиву до теплоносія в каналі теплообмінника застосовується наближене рівняння теплового балансу для теплоносія в стаціонарних умовах. Таке рівняння складається шляхом інтегрування по перерізу каналу рівнянь (8)–(10) з урахуванням граничних умов (11) на його зовнішній поверхні і має вигляд:

$$GC_T \rho_T \frac{\partial \bar{t}_T}{\partial s} = -4Dk(\bar{t}_T - t_\infty); \quad (12)$$

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_3} + \frac{\delta}{\lambda_k} + \frac{1}{\alpha_T}} \quad \text{— коефіцієнт теплопередачі від ґрунтового масиву до теплоносія;}$$

α_3 — умовний коефіцієнт тепловіддачі від ґрунтового масиву до зовнішньої поверхні теплообмінника.

Розв'язання рівняння (12) має вигляд

$$\bar{t}_T(s) = t_\infty + (t_{T,0} - t_\infty) \cdot \exp \left(- \frac{4D}{GC_T \rho_T} \frac{1}{\frac{1}{\alpha_3} + \frac{\delta}{\lambda_k} + \frac{1}{\alpha_T}} s \right),$$

де $t_{T,0}$ — температура теплоносія на вході в теплообмінник. З останнього виразу визначається α_3 :

$$\alpha_3 = - \frac{1}{\frac{4Ds_{\max}}{G C_T \rho_T \ln \left(\frac{\bar{t}_T(s_{\max}) - t_{\infty}}{t_{T,0} - t_{\infty}} \right)} + \frac{\delta}{\lambda_K} + \frac{1}{\alpha_T}}$$

де $\bar{t}_T(s_{\max})$ – температура теплоносія на виході з каналу

теплообмінника, що має довжину $s_{\max}$. Відповідні значення температури визначаються за результатами чисельного моделювання (рис. 3; рис. 6). Залежність коефіцієнта

тепловіддачі α_3 на зовнішній поверхні короткого каналу теплообмінника ($H=16$ м; $L=32,774$) від градієнта тиску в ґрунтовому масиві при $d_p=0,25$ мм; $\phi=0,4$ наведено на рис. 8.

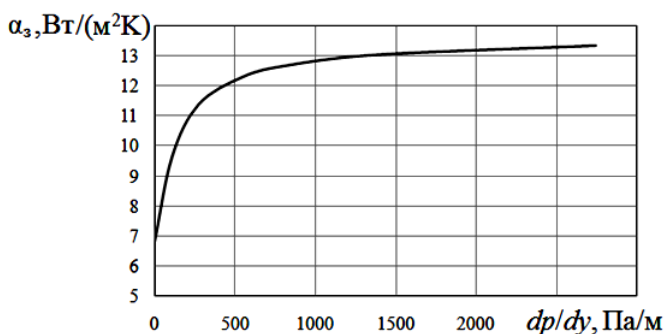


Рис. 8. Залежність коефіцієнта тепловіддачі на зовнішній поверхні теплообмінника від градієнта тиску в ґрунтовому масиві: $H=16$ м; $L=32,774$; $\phi=0,4$; $d_p=0,25$ мм

З рисунку видно, що залежність коефіцієнта тепловіддачі

α_3 від градієнта тиску в ґрунтовому масиві подібна до залежності теплового потоку Q від градієнта тиску (рис. 7). Найбільш інтенсивно коефіцієнт тепловіддачі змінюється при зростанні градієнта тиску dp/dy від 0 до 500 Па/м. Коефіцієнт тепловіддачі при цьому змінюється з 7 Вт/(м²К) до 12 Вт/(м²К). При подальшому зростанні градієнта тиску (від 500 Па/м до 2750 Па/м) коефіцієнт тепловіддачі

α_3 також збільшується, але менш інтенсивно: з 12 Вт/(м²К) до 13,3 Вт/(м²К).

З виразів (6) та (7) для визначення проникності пористого середовища K і коефіцієнта Форхаймера c_f впливає, що на характеристики динаміки фільтраційної течії рідини крізь простий ґрунтовий масив впливає середній діаметр частинок ґрунту d_p . Для визначення впливу діаметра частинок на інтенсивність перенесення теплоти до теплоносія в каналі чисельні дослідження виконуються для ґрунтів з діаметрами частинок $0,1 \text{ мм} \leq d_p \leq 0,4 \text{ мм}$ при однаковій пористості ґрунту $\phi=0,4$. Розглядаються випадки градієнтів тиску $dp/dy=274,72$ Па/м та $2747,2$ Па/м. Залежність осередненої швидкості течії рідини в пористому середовищі від середнього діаметра частинок ґрунту наведено на рис. 9. Як видно з цього рисунку, для обох випадків градієнта тиску середня швидкість фільтраційної течії рідини крізь пористий ґрунтовий масив збільшується зі збільшенням діаметра частинок ґрунту.

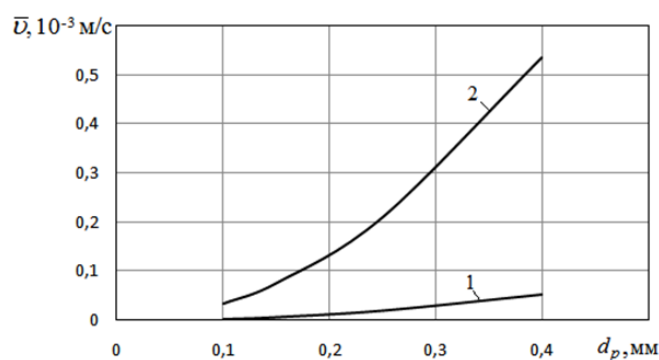


Рис. 9. Залежність осередненої швидкості течії рідини в пористому середовищі від середнього діаметра частинок ґрунту при $\phi=0,4$: 1 – $dp/dy=274,72$ Па/м; 2 – $2747,2$ Па/м

Залежність від діаметра частинок d_p сумарного теплового потоку, що вилучається з ґрунту та надходить до теплоносія в каналі, наведено на рис. 10. З рисунку видно, що кількість теплоти Q , що надходить до теплоносія, зростає зі збільшенням діаметра частинок. Це пов'язано зі зростанням швидкості течії ґрунтових вод (рис. 9), що сприяє інтенсифікації конвекційного теплообміну стінок каналу з цим потоком. Вплив діаметра частинок на тепловий потік Q істотніший при менших значеннях градієнта тиску. Так у випадку $dp/dy=274,72$ Па/м при зростанні діаметра частинок від 0,1 мм до 0,4 мм тепловий потік Q зростає від 456 Вт до 668 Вт (на 46%). У випадку ж $dp/dy=2747,2$ Па/м тепловий потік Q зростає від 645 Вт до 712 Вт (на 10%).

Аналогічний характер має залежність коефіцієнту зовнішньої

тепловіддачі α_3 від діаметра частинок (рис. 11). Для випадку $dp/dy=274,72$ Па/м збільшення діаметра частинок від 0,1 мм до 0,4 мм сприяє збільшенню коефіцієнта тепловіддачі α_3 з 8 Вт/(м²К) до 12,5 Вт/(м²К). У випадку $dp/dy=2747,2$ Па/м коефіцієнт тепловіддачі α_3 збільшується за даних умов від 12,0 Вт/(м²К) до 13,6 Вт/(м²К).

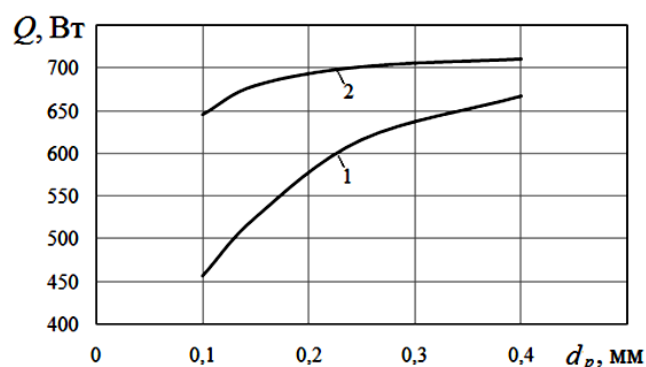
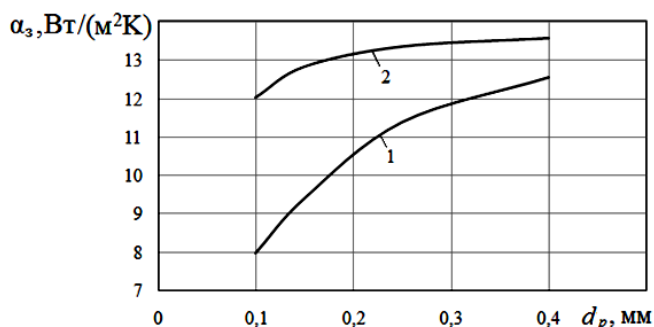


Рис. 10. Залежність кількості теплоти, що вилучається з ґрунту, від середнього діаметра частинок ґрунту: $H=16$ м; $L=32,774$; 1 – $dp/dy=274,72$ Па/м; 2 – $2747,2$ Па/м

Висновки. Результати чисельних досліджень показали, що ефективність роботи U-подібного вертикального ґрунтового теплообмінника, що перебуває під впливом поз-

довжньої течії ґрунтових вод, залежить від орієнтації підйомної та опускної ділянок цього теплообмінника відносно напрямку течії. Теплова ефективність буде вищою, якщо обидві ділянки перебувають в однакових гідродинамічних умовах і одна ділянка не перебуває в тепловому шлейфі (гідродинамічному сліді) від другої ділянки. Очевидним є також результат впливу довжини каналу теплообмінника на кількість вилученої з ґрунту теплоти. Ця кількість теплоти збільшується зі збільшенням довжини каналу.

Рис. 11. Залежність коефіцієнта тепловіддачі на зовнішній



шній поверхні теплообмінника від середнього діаметра частинок ґрунту: $H=16 \text{ м}$; $L=32,774$;
 1 – $dp/dy=274,72 \text{ Па/м}$; 2 – $2747,2 \text{ Па/м}$

Наявність градієнта тиску вздовж ґрунтового масиву викликає рух ґрунтових вод, який сприяє збільшенню тепловіддачі від ґрунтового масиву до теплообмінника. При зростанні градієнта тиску майже пропорційно збільшується швидкість руху ґрунтових вод. Це викликає також збільшення сумарного потоку до теплоносія в теплообміннику та коефіцієнта тепловіддачі на зовнішній поверхні каналу теплообмінника. Мінімальний рівень тепловіддачі спостерігається при відсутності повздовжнього руху ґрунтових вод. Найістотнішим вплив повздовжнього градієнта тиску на теплообмін виявляється при збільшенні градієнта тиску від 0 до 500 Па/м. Тепловий потік при цьому збільшується на 65 %. При подальшому зростанні градієнта тиску тепловий потік продовжує збільшуватися, але менш інтенсивно. При збільшенні градієнта тиску від 500 Па/м до 2750 Па/м тепловий потік Q збільшується тільки на 8 %.

На осереднену швидкість фільтраційного руху ґрунтових вод впливає середній діаметр його частинок. З результатів чисельних досліджень випливає, що середня швидкість фільтраційної течії рідини крізь пористий ґрунтовий масив збільшується зі збільшенням діаметра його частинок.

Зі збільшенням діаметра частинок також збільшується кількість теплоти, що надходить від ґрунтового масиву до теплоносія, а також коефіцієнт тепловіддачі від ґрунту до зовнішніх стінок каналу теплообмінника. Це пов'язано зі зростанням швидкості течії ґрунтових вод зі збільшенням діаметра частинок. Вплив діаметра частинок на тепловий потік істотніший при менших значеннях повздовжнього градієнта тиску. При зростанні діаметра частинок від 0,1 мм до 0,4 мм тепловий потік у випадку $dp/dy=274,72 \text{ Па/м}$

зростає на 46 %. У випадку ж $dp/dy=2747,2 \text{ Па/м}$ тепловий потік при такому ж збільшенні діаметра частинок зростає на 10%.

Таким чином, якщо оцінювати теплову ефективність U-подібного вертикального ґрунтового теплообмінника за кількістю теплоти, що теплообмінник вилучає з ґрунтового масиву, то вона збільшується при збільшенні довжини каналу теплообмінника. Збільшенню ефективності ґрунтового теплообмінника сприяє також збільшення поздовжнього градієнта тиску в ґрунтовому масиві, який викликає збільшення швидкості руху ґрунтових вод. Збільшення діаметра частинок ґрунту при сталій пористості також сприяє збільшенню ефективності теплообмінника.

ПОСИЛАННЯ

1. Basok, B. I., Davydenko, B. V., Lunina, A. A. Numerical model of the temperature conditions of the horizontal ground collector. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. 2012. Vol.85. P. 1114–1126.
2. Басок Б. І., Давиденко Б. В., Божко І. К., Мороз М. В. Нестационарний перенос теплоти в горизонтальному ґрунтовому теплообміннику. *Промышленная теплотехника*. 2018, Т. 40. № 4 С. 34–40.
3. Басок Б. І., Давиденко Б. В., Ткаченко М. В., Недбайло О. М., Давиденко Б. В., Божко І. К., Мороз М. В. Тривимірна модель теплопереносу в системі «ґрунт – горизонтальний ґрунтовий теплообмінник – теплоносій». *Теплові насоси в Україні*, 2019, вип. № 1, с. 22–26.
4. Bocchino, Elizabeth M. Comparison of Horizontal Ground Source (Geothermal) Heat Pump Layouts for Optimal Performance and Thermal Efficiency (2011). *Honors Theses*. 942.
5. Nairen Diao, Qinyun Li, Zhaohong Fang. Heat transfer in ground heat exchangers with groundwater advection. *International Journal of Thermal Sciences*. 2004. Vol. 43. P. 1203–1211.
6. N. R. Diao, H. Y. Zeng, Z. H. Fang. Improvement in modeling of heat transfer in vertical ground heat exchangers. *HVAC&R RESEARCH*. 2004. Vol.10, No 4. P. 459–470.
7. Yujin Nam, Ryozo Ooka, Suckho Hwang. Development of a numerical model to predict heat exchanger rates for a ground –source heat pump system. *Energy and Buildings* 40 (2008) 2133–2140.
8. Manon Bulté, Thierry Duren, Olivier Bouhon, Estelle Petitclerc, Mathieu Agniel, Alain Dassargues. Numerical Modeling of the Interference of Thermally Unbalanced Aquifer Thermal Energy Storage Systems in Brussels (Belgium). *Energies*. 2021, 14, 6241. <https://doi.org/10.3390/en14196241>
9. Q. C. Yang, J. Liang, L. C. Liu. Numerical model for the capacity evaluation of shallow groundwater heat pumps in Beijing Plain, China. *Procedia Environmental Sciences*. 2011. 10. P. 881–889. doi: [10.1016/j.proenv.2011.09.141](https://doi.org/10.1016/j.proenv.2011.09.141).

10. Tengfei Cui, Shanshan Cai, Haijin Guo, Ting Huang. Full-scale model to predict borehole fluid temperature with groundwater advection. Conference: International Ground Source Heat Pump Association. 2018. Stockholm. September 18-20. DOI:[10.22488/okstate.18.000016](https://doi.org/10.22488/okstate.18.000016)
11. W. Pophillat, et al. Analytical solutions for predicting thermal plumes of groundwater heat pump systems. *Renewable Energy* (2018), <https://doi.org/10.1016/j.renene.2018.07.148>
12. X. B. Chen, P. Yu, S. H. Winoto, H. T. Low. Free convection in a porous wavy cavity based on the Darcy-Brinkman-Forchheimer extended model. *Numerical Heat Transfer Applications*. 2007. July. P. 1–40. DOI: [10.1080/10407780701301595](https://doi.org/10.1080/10407780701301595).
13. Ahmed M. Jumaa, Ameer S. Dawood, Hekmat Sh. Mustafa. Approximation study of heat transfer for Darcy-Forchheimer - Brinkman model in porous cavity confined between two finite thickness walls. *International Journal of Advanced Scientific and Technical Research*. 2015. Vol. 2, Issue 5, P. 432–443.
14. Ghoreishi-Madiseh S. A., Hassani F., Mohammadian A., Radziszewski P. A transient natural convection heat transfer model for geothermal borehole heat exchangers. *Journal of Renewable and Sustainable Energy*. 2013. № 5. P. 1–15.
15. Ahmed A. Serageldin, Ali Radwan, Yoshitaka Sakata, Takao Katsura, Katsunori Nagano. The effect of groundwater flow on the thermal performance of a novel borehole heat exchanger for ground source heat pump systems: small scale experiments and numerical simulation. *Energies* (2020), 13, 1418. doi:[10.3390/en13061418](https://doi.org/10.3390/en13061418)
6. N. R. Diao, H. Y. Zeng, Z. H. Fang. Improvement in modeling of heat transfer in vertical ground heat exchangers. *HVAC&R RESEARCH*. 2004. Vol.10, No 4. P. 459–470.
7. Yujin Nam, Ryoza Ooka, Suckho Hwang. Development of a numerical model to predict heat exchanger rates for a ground-source heat pump system. *Energy and Buildings* 40 (2008) 2133–2140.
8. Manon Bulté, Thierry Duren, Olivier Bouhon, Estelle Petitclerc, Mathieu Agniel, Alain Dassargues. Numerical Modeling of the Interference of Thermally Unbalanced Aquifer Thermal Energy Storage Systems in Brussels (Belgium). *Energies*. 2021, 14, 6241. <https://doi.org/10.3390/en14196241>
9. Q. C. Yang, J. Liang, L.C. Liu. Numerical model for the capacity evaluation of shallow groundwater heat pumps in Beijing Plain, China. *Procedia Environmental Sciences*. 2011. 10. P. 881–889. doi: [10.1016/j.proenv.2011.09.141](https://doi.org/10.1016/j.proenv.2011.09.141).
10. Tengfei Cui, Shanshan Cai, Haijin Guo, Ting Huang. Full-scale model to predict borehole fluid temperature with groundwater advection. Conference: International Ground Source Heat Pump Association. 2018. Stockholm. September 18-20. DOI:[10.22488/okstate.18.000016](https://doi.org/10.22488/okstate.18.000016)
11. W. Pophillat, et al. Analytical solutions for predicting thermal plumes of groundwater heat pump systems. *Renewable Energy* (2018), <https://doi.org/10.1016/j.renene.2018.07.148>
12. X. B. Chen, P. Yu, S. H. Winoto, H. T. Low. Free convection in a porous wavy cavity based on the Darcy-Brinkman-Forchheimer extended model. *Numerical Heat Transfer Applications*. 2007. July. P. 1–40. DOI: [10.1080/10407780701301595](https://doi.org/10.1080/10407780701301595).
13. Ahmed M. Jumaa, Ameer S. Dawood, Hekmat Sh. Mustafa. Approximation study of heat transfer for Darcy-Forchheimer - Brinkman model in porous cavity confined between two finite thickness walls. *International Journal of Advanced Scientific and Technical Research*. 2015. Vol. 2, Issue 5, P. 432–443.
14. Ghoreishi-Madiseh S. A., Hassani F., Mohammadian A., Radziszewski P. A transient natural convection heat transfer model for geothermal borehole heat exchangers. *Journal of Renewable and Sustainable Energy*. 2013. № 5. P. 1–15.
15. Ahmed A. Serageldin, Ali Radwan, Yoshitaka Sakata, Takao Katsura, Katsunori Nagano. The effect of groundwater flow on the thermal performance of a novel borehole heat exchanger for ground source heat pump systems: small scale experiments and numerical simulation. *Energies* (2020), 13, 1418. doi:[10.3390/en13061418](https://doi.org/10.3390/en13061418)

REFERENCES

1. Basok, B. I., Davydenko, B. V., Lunina, A. A. Numerical model of the temperature conditions of the horizontal ground collector. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. 2012. Vol. 85. P. 1114–1126.
2. Basok, B. I., Davydenko, B. V., Bozhko I. K., Moroz M. V. Non-stationary heat transfer in a horizontal ground heat exchanger. [in Ukrainian], Промышленная теплотехника. 2018, Т. 40. № 4, С. 34–40.
3. Basok, B. I., Davydenko, B. V., Tkachenko M. V., Nedbailo O. M., Davydenko B. V., Bozhko I. K., Moroz M. V. Three-dimensional model of heat transfer in the system "soil - horizontal soil heat exchanger - coolant", [in Ukrainian], *Теплові насоси в Україні*, 2019, Vol. №1, с. 22–26.
4. Bocchino, Elizabeth M. Comparison of Horizontal Ground Source (Geothermal) Heat Pump Layouts for Optimal Performance and Thermal Efficiency (2011). *Honors Theses*. 942.
5. Nairen Diao, Qinyun Li, Zhaohong Fang. Heat transfer in ground heat exchangers with groundwater advection. *International Journal of Thermal Sciences*. 2004. Vol. 43, P. 1203–1211.
6. N. R. Diao, H. Y. Zeng, Z. H. Fang. Improvement in modeling of heat transfer in vertical ground heat exchangers. *HVAC&R RESEARCH*. 2004. Vol.10, No 4. P. 459–470.
7. Yujin Nam, Ryoza Ooka, Suckho Hwang. Development of a numerical model to predict heat exchanger rates for a ground-source heat pump system. *Energy and Buildings* 40 (2008) 2133–2140.
8. Manon Bulté, Thierry Duren, Olivier Bouhon, Estelle Petitclerc, Mathieu Agniel, Alain Dassargues. Numerical Modeling of the Interference of Thermally Unbalanced Aquifer Thermal Energy Storage Systems in Brussels (Belgium). *Energies*. 2021, 14, 6241. <https://doi.org/10.3390/en14196241>
9. Q. C. Yang, J. Liang, L.C. Liu. Numerical model for the capacity evaluation of shallow groundwater heat pumps in Beijing Plain, China. *Procedia Environmental Sciences*. 2011. 10. P. 881–889. doi: [10.1016/j.proenv.2011.09.141](https://doi.org/10.1016/j.proenv.2011.09.141).
10. Tengfei Cui, Shanshan Cai, Haijin Guo, Ting Huang. Full-scale model to predict borehole fluid temperature with groundwater advection. Conference: International Ground Source Heat Pump Association. 2018. Stockholm. September 18-20. DOI:[10.22488/okstate.18.000016](https://doi.org/10.22488/okstate.18.000016)
11. W. Pophillat, et al. Analytical solutions for predicting thermal plumes of groundwater heat pump systems. *Renewable Energy* (2018), <https://doi.org/10.1016/j.renene.2018.07.148>
12. X. B. Chen, P. Yu, S. H. Winoto, H. T. Low. Free convection in a porous wavy cavity based on the Darcy-Brinkman-Forchheimer extended model. *Numerical Heat Transfer Applications*. 2007. July. P. 1–40. DOI: [10.1080/10407780701301595](https://doi.org/10.1080/10407780701301595).
13. Ahmed M. Jumaa, Ameer S. Dawood, Hekmat Sh. Mustafa. Approximation study of heat transfer for Darcy-Forchheimer - Brinkman model in porous cavity confined between two finite thickness walls. *International Journal of Advanced Scientific and Technical Research*. 2015. Vol. 2, Issue 5, P. 432–443.
14. Ghoreishi-Madiseh S. A., Hassani F., Mohammadian A., Radziszewski P. A transient natural convection heat transfer model for geothermal borehole heat exchangers. *Journal of Renewable and Sustainable Energy*. 2013. № 5. P. 1–15.
15. Ahmed A. Serageldin, Ali Radwan, Yoshitaka Sakata, Takao Katsura, Katsunori Nagano. The effect of groundwater flow on the thermal performance of a novel borehole heat exchanger for ground source heat pump systems: small scale experiments and numerical simulation. *Energies* (2020), 13, 1418. doi:[10.3390/en13061418](https://doi.org/10.3390/en13061418)