

УДК 621.311

ЗАДАЧА ОПТИМІЗАЦІЇ ГІБРИДНОЇ ЕНЕРГОСИСТЕМИ ЗА РІВНЕМ ДИСПЕРСІЇ ГЕНЕРОВАНОЇ ПОТУЖНОСТІ

Отримано 1 лют. 2022; рекомендовано до публікації 21 бер. 2022
Доступно онлайн 13 квіт. 2022

М. П. Кузнєцов¹, О. В. Лисенко², О. А. Мельник³

Автор для кореспонденції: Микола Кузнєцов,
e-mail: renewable@ukr.net

Метою цієї роботи є побудова аналітичних розв'язків задачі оптимізації потужностей в комбінованій енергосистемі. Характерною особливістю локальної системи з відновлюваними джерелами енергії (ВДЕ) є випадкові коливання поточної потужності, обумовлені змінною природою вітрових і сонячних електростанцій. Оптимальний вибір потужностей генерації та допоміжних систем балансування дозволяє зменшити неконтрольовану складову генерації. Об'єкт дослідження – гібридні електроенергетичні системи, які мають властивості локальної мережі. Елементами системи є вітрові та сонячні електростанції, засоби акумуляування енергії та резервні потужності, призначені реагувати на зміну генерації ВДЕ. Тож балансування потужності можна розглядати як суперпозицію випадкових процесів генерації та споживання. Методом дослідження обрано класичний метод множників Лагранжа, а особливістю цієї роботи є представлення розв'язку через інтеграли від випадкових функцій. Застосована модель енергобалансу дає змогу враховувати можливість акумуляування енергії та застосування резервної потужності для випадків відсутності достатньої генерації. В результаті дослідження побудовано аналітичне представлення умов оптимальності складу енергосистеми, тобто встановлених потужностей, при різній конфігурації генеруючого та допоміжного обладнання. Виявлено наявність оптимальних значень для пропорції сонячної та вітрової генерації, резервного генератора, залежності небалансу від акумуляування енергії. Результати можна представити через математичні очікування та дисперсії досліджуваних випадкових величин. Отримані залежності мають узагальнювальний характер, а точні рішення для конкретних енергосистем можливі лише в окремих випадках, коли відомо характер розподілу випадкових процесів генерації та споживання енергії. Для цього необхідне попереднє вивчення джерел енергії, з урахуванням кліматичних особливостей та вимог до енергопостачання. Бібл. 22.

Ключові слова: гібридна енергосистема, відновлювані джерела енергії, випадковий процес, задача Лагранжа.

THE PROBLEM OF OPTIMIZATION OF HYBRID ENERGY SYSTEM ACCORDING TO THE LEVEL OF DISPERSION OF GENERATED POWER

Received 1 Feb. 2022; accepted 21 March 2022.
Available online 13 April 2022

M. Kuznietsov¹, O. Lysenko², O. Melnyk³

Author for correspondence Mykola Kuznietsov,
e-mail: renewable@ukr.net

The purpose of this work is to build analytical solutions for the problem of capacity optimization in the combined power system. A characteristic feature of the local system with renewable energy sources (RES) are random fluctuations in current capacity due to the changing nature of wind and solar power plants. The optimal choice of generation capacities and auxiliary balancing systems allows to reduce the uncontrolled component of generation. The object of the study are hybrid power systems that have the properties of the local network. The elements of the system are wind

¹ д-р техн. наук, заст. директора, Інститут відновлюваної енергетики НАН України, м. Київ, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського», м. Київ
<https://orcid.org/0000-0002-0497-7439>

² д-р техн. наук, доц. каф. енергетики та автоматизації, Таврійський державний агротехнологічний університет, м. Мелітополь
<https://orcid.org/0000-0001-7085-7796>

³ асист. каф. відновлюваних джерел енергії, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського», м. Київ
<https://orcid.org/0000-0003-2894-3476>

¹ DScTech, Deputy Director of the Institute of Renewable Energy at the NAS of Ukraine, Kyiv; National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute», Kyiv.
<https://orcid.org/0000-0002-0497-7439>

² DScTech, Tavria State Agrotechnological University, Melitopol.
<https://orcid.org/0000-0001-7085-7796>

³ Department assistant, National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute», Kyiv.
<https://orcid.org/0000-0003-2894-3476>

and solar power plants, energy storage facilities and reserve capacity designed to respond to changes in RES generation. Then power balancing can be considered as a superposition of random processes of generation and consumption. The classical method of Lagrange multipliers is chosen as the research method, and the peculiarity of this work is the representation of the solution through integrals from random functions. The applied energy balance model allows us to consider the possibility of energy accumulation and the use of reserve power in cases of insufficient generation. As a result of the research the analytical representation of optimality conditions for power system structure is constructed, including the installed capacity at a different configuration of generating and auxiliary equipment. The presence of optimal values for the proportion of solar and wind generation, backup generator, the dependence of imbalance on energy accumulation is established. The results can be presented through mathematical expectations and variances of the studied random variables. The obtained dependences are of a generalizing nature, and precise solutions for specific energy systems are possible only in some cases when the nature of the distribution of random processes of energy generation and consumption is known. This requires a preliminary study of energy sources, considering climatic features and energy supply requirements. Bibl. 22.

Keywords: hybrid power system, renewable energy sources, random process, Lagrange problem.

Перелік використаних скорочень та позначень:

ВДЕ – відновлювані джерела енергії
ВЕС – вітрова електростанція
СЕС – сонячна електростанція
U(t) – поточний рівень навантаження

$P_x(t)$ – потужність джерела x в момент часу t
 σ_x – середньоквадратичне відхилення (СКВ)
 $M\{\cdot\}$ – математичне очікування
 $D\{\cdot\}$ – дисперсія

Вступ. Інтерес до використання чистих відновлюваних джерел енергії зростає переважно внаслідок несприятливого впливу традиційної енергетики на навколишнє середовище та швидке виснаження викопних джерел енергії. Іншим стимулюючим фактором є бажання людей оселятися в місцях, близьких до природи; при цьому через прагнення до комфорту попит на електроенергію не стає меншим. Цей попит можна задовольнити лише за допомогою використання розосередженої генерації на основі гібридних енергосистем з відновлюваними джерелами енергії (ВДЕ). Однак інтеграція відновлюваних джерел енергії вносить певну невизначеність щодо задоволення потреби в електроенергії. Незважаючи на те, що дослідження таких енергосистем в технологічному та економічному плані тривають, відновлювана генерація вже продемонструвала визнані екологічні та соціальні переваги. Непостійна вихідна потужність для автономних систем властива здебільшого сонячним і вітровим електростанціям. Великий потенціал мають гібридні системи, що працюють з централізованою мережею. Однак мінімізація випадкової складової значно покращує можливості впровадження локалізованих гібридних систем навіть за наявності гарантованої потужності, забезпечуючи кращу збалансованість енергопостачання. Оптимальний дизайн таких систем вимагає компромісів між повнотою використання відновлюваної енергії діючими установками та надійністю забезпечення потреб споживача. Пошук методів розрахунку оптимальної конфігурації є темою численних досліджень, спрямованих на впровадження відновлюваної генерації; при цьому застосовуються різні підходи для врахування випадкової природи досліджуваних явищ [1].

Стан дослідження проблеми. Оскільки відновлювані джерела енергії мають негарантовану природу та порівняно високу вартість, дослідники шукають способи зробити їх більш надійними й економічними у використанні [2]. Висока вартість енергії та змінний характер ВДЕ ускладнюють проблему відповідного розміру системи [3]. По-перше, для підтримки надійності системи слід компенсувати переривчасту поведінку ВДЕ. По-друге, загальна вартість системи має бути мінімізована, що можна реалізувати за рахунок оптимального розміру встановлених енергетичних установок [4]. Зокрема, через змінний характер ВДЕ, підтримання балансу між попитом і постачанням електроенергії може стати складним завданням, якщо відсутні додаткові заходи, зокрема допоміжні послуги [5]. Це актуально також для критично важливих інфраструктур, де потрібно гарантувати необхідну електроенергію. Бажаним є оптимальне розміщення відновлюваних джерел і допоміжних акумуляторних систем накопичення енергії [6, 7]. Однак, оскільки акумулятори та ВДЕ стають економічно вигідними, насамперед, завдяки технологічним удосконаленням та дотриманню енергетичної політики, необхідно зосередитися на надійності задоволення попиту на електроенергію разом із традиційним фокусом на оптимізації витрат. Кілька накопичувачів енергії в гібридній мікромережі згладжують коливання відновлюваної енергії, покращують надійність енергопостачання та економію енергії [8]. У цій роботі запропоновано метод оптимізації накопичення енергії в мікромережі з урахуванням змінного попиту. Мета процесу оптимізації – задовольнити попит на електроенергію, одночасно мінімізуючи її вартість при різній імовірності втрати живлення (індекс $LPSP$). В іншому дослідженні [9] оптимальні

розміри та розміщення енергетичних модулів були зроблені також з урахуванням участі користувачів у програмах реагування на попит. Міркування надійності найчастіше є вирішальним при застосуванні ВДЕ [10, 11]. Через стохастичну природу сонячної радіації та вітру для моделювання виробництва відновлюваної енергії використовуються імовірнісні підходи [12, 13]. Невизначеність ВДЕ вирішується за допомогою стохастичної проблеми з обмеженням ризику, щоб максимізувати прибуток та зберегти вимоги щодо надійності [14]. Пропонується оптимальний енергетичний менеджмент з обмеженими ризиками для планування гібридних енергосистем з урахуванням індексів надійності [15]. У статті [16] зосереджуються на проблемі зменшення ризику нездатності задовольнити попит на електроенергію внаслідок невизначеності надходження енергії, притаманної відновлюваним джерелам. Розглянуто різні сценарії попиту, а саме задоволення короткочасного горизонту попиту на електроенергію, постійний попит на енергію та сценарій, коли потреба в електроенергії у визначений майбутній час має бути задоволена з майже впевненою гарантією. При цьому виробництво електроенергії вважається стохастичним. Для кожного з цих сценаріїв надано аналітичне рішення задачі щодо задоволення попиту на електроенергію при мінімальній варіативній складовій генерації.

Постановка завдання. Задача побудови гібридної енергосистеми, в якій значна частка генерації з відновлюваних джерел енергії розглядається дослідниками в напрямі отримання кращих економічних показників за умови достатнього забезпечення потреб споживача. Основною проблемою є випадковий характер зовнішнього надходження енергії. Отже, необхідно мінімізувати вплив цієї невизначеності або оцінити надійність (ймовірність) забезпечення потреб. Особливістю більшості досліджень є необхідність брати до уваги конкретні специфічні умови роботи мікромережі, що обмежує загальність висновків. Зокрема, це врахування випадкової природи вітрової та сонячної енергії на підставі фактичних даних за певний період у минулому, на окремій досліджуваній локації. В останній з цитованих робіт дано узагальнене аналітичне рішення, проте існують певні досить умовні припущення щодо роботи енергосистеми.

Метою цієї роботи є дослідження умов оптимальності параметрів локальної енергосистеми, що враховувало б як стохастичну природу джерел енергії, так і по можливості широкий вибір критеріїв та вимог до надійності енергопостачання. При постано-

вці задачі оптимізації має бути забезпечено можливість отримати загальні рішення, які можна адаптувати до різних зовнішніх умов та режимів роботи мікромережі.

Формалізація задач та отримані результати.

а) Спрощена задача Лагранжа. Розглянемо можливість отримання аналітичного розв'язку, послідовно ускладнюючи умови задачі. Як спрощену задачу розглянемо випадок автономної системи. Як приклад використовуємо умовну обмежену енергосистему (мікромережу), яка має доступ до групи джерел відновлюваної енергії. Вважаємо, що середня потужність ВДЕ відповідає середньому рівню споживання електроенергії. Спосіб компенсації невідповідності поточної генерації та споживання, тобто небалансу потужності, наразі не розглядаємо, однак для його застосування задаємо умову мінімальної дисперсії небалансу.

Отже, задачу *а)* сформулюємо так: існує група потужностей на базі ВДЕ, до складу якої входять одиничні елементи e_i , $i = 1 \dots n$, поточна потужність яких має математичне очікування μ_i та середньоквадратичне відхилення (СКВ) σ_i відповідно. Кількісний показник кожного елемента (α_i) має зміст вагового коефіцієнта і вибраний так, щоб забезпечити умову:

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i \mu_i \geq U$$
, де U – середній рівень навантаження чи споживання (U_{user}). Сукупна дисперсія групи генераторів у загальному випадку визначається правилом: $D\{E\} = \sum_i^n \sum_j^n \alpha_i \sigma_i^2 \alpha_j \sigma_j^2 \rho_{ij}$,

де $E = [\alpha_i e_i(t)]$ – вектор поточної потужності групи елементів з ваговими коефіцієнтами α_i , ρ_{ij} – коефіцієнт кореляції відповідних елементів. Зауважимо, що $\rho_{ii} = 1$, $\rho_{ij} = \rho_{ji}$. Для взаємно незалежних поточних потужностей $e_i(t)$ та $e_j(t)$: $\rho_{ij} = 0$. Задача мінімізації сукупних відхилень потужності ВДЕ в такій постановці належить до нелінійних скінченновимірних задач опуклого програмування з обмеженнями у вигляді нерівностей [16]. Роль аргументів оптимізації відіграють вагові коефіцієнти α_i . Для знаходження оптимального плану застосуємо метод множників Лагранжа з урахуванням умов Каруша – Куна – Такера (доповнювальної нежорсткості). Задача оптимізації матиме вигляд:

$$L(\alpha_i, \lambda) = D(E) + \lambda(U - \sum_{i=1}^n \alpha_i \mu_i) \rightarrow \min, \quad \alpha_i \geq 0 \quad (1)$$

з умовами екстремальності:

$$\frac{\partial}{\partial \alpha_i} \sum_i^n \sum_j^n \alpha_i \sigma_i \alpha_j \sigma_j \rho_{ij} - \lambda \mu_i = 0, \quad \lambda(U - \sum_{i=1}^n \alpha_i \mu_i) = 0 \quad i=1 \dots n. \quad (2)$$

Як приклад розглянемо два некорельованих джерела енергії, скажімо, вітрової та сонячної електростанцій. Тоді система рівнянь (2) матиме вигляд:

$$\begin{cases} 2\alpha_1\sigma_1^2 - \lambda\mu_1 = 0 \\ 2\alpha_2\sigma_2^2 - \lambda\mu_2 = 0 \\ \alpha_1\mu_1 + \alpha_2\mu_2 = U \end{cases}$$

тоді після виключення множника Лагранжа λ отримуємо:

$$\alpha_1 = \frac{\mu_1\sigma_2^2 U}{\mu_1^2\sigma_2^2 + \mu_2^2\sigma_1^2}, \quad \alpha_2 = \frac{\mu_2\sigma_1^2 U}{\mu_1^2\sigma_2^2 + \mu_2^2\sigma_1^2}. \quad (3)$$

Як бачимо, пропорція вагових коефіцієнтів двох джерел є інваріантною стосовно сумарної потужності, і залежить від перших двох моментів розподілу:

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{\mu_1\sigma_2^2}{\mu_2\sigma_1^2}. \quad (4)$$

Цей результат відповідає формулі (10) з роботи [17] щодо оптимальної частки вітрової енергії в

$$W_0 = \frac{k_w\alpha_s^2}{k_s\alpha_w^2 + k_w\alpha_s^2},$$

комбінації з сонячною: де коефіцієнти використання встановленої потужності k_x є аналогом математичного очікування поточної потужності. В [17] на основі дослідження фактичних даних було отримано оптимальну пропорцію номінальної потужності ВЕС до СЕС як 0,3/0,7 за умови, що $k_w = 0,3$; $k_s = 0,1$. Отже, відповідно до (4) визначальною стає роль дисперсії поточної потужності. При цьому результат (4) отримано як частинний випадок більш загальної задачі. Так, до складу локальної енергосистеми можуть входити кілька однотипних електростанцій, тоді поточні коливання їхніх потужностей матимуть певну кореляцію через географічну близькість. Як показують дослідження, вітрові станції демонструють помітну кореляцію, якщо відстань між ними не більше 200–300 км (залежно від рельєфу), а сонячні – на відстанях до 100 км. Тут йдеться саме про короточасні флуктуації потужності як непередбачувані відхилення від середнього добового ходу. Незалежність флуктуацій на різних часових горизонтах розглядалась зокрема в [18, 19], див. рис. 1. Так, при 12-годинному осередненні даних коефіцієнт кореляції випадкових відхилень понад 0,5 для ВЕС спостерігається на відстанях до 300 км, при 1-годинному осередненні – до 100 км (навіть менше при складному рельєфі місцевості); на менших часових інтервалах поточні флуктуації практично не

корелюють. Аналогічна ситуація спостерігається для СЕС.

б) Система з акумулятором енергії. Розглянемо приклад локальної енергосистеми з джерелами електроенергії на основі ВДЕ, в яку додатково введено акумулятор певної потужності. Природним є вибір потужностей ВДЕ, для яких математичне очікування відповідає середньому рівню споживання електроенергії. Для спрощення задачі рівень споживання вважаємо постійним, а акумулятор характеризуємо потужністю, без уточнення ємності та способу заряджання. В такій постановці баланс потужностей в системі описується рівняннями:

$$\begin{aligned} P(t) &= P_{RES}(t) + A - U(t), \\ P_{RES}(t) &= \omega(t) + X(t), \end{aligned} \quad (5)$$

де $P_{RES}(t)$ – поточна генерація ВДЕ в момент часу t ; A – потужність акумулятора; $U(t)$ – поточний рівень навантаження. Потужність ВДЕ може бути представлена як сума $\omega(t)$ – осередненої кривої, що імітує добовий хід, та $X(t)$ – випадкової складової, що описує поточні флуктуації й описується відповідним процесом. Характерним прикладом є процес Орнштейна – Уленбека [20]:

$$dX(t) = -\beta \cdot X(t)dt + \sigma \cdot \delta W_t, \quad (6)$$

де W_t є вінерівським процесом (за іншою термінологією броунівським рухом); β та σ – відповідно коефіцієнти зносу (дрейфу) та волатильності.

За попередніми умовами $U(t) = U$ – постійна, тоді математичне очікування генерації:

$$M\{\omega(t)\} = 1/T \int_0^T \omega(t)dt = C; M\{X(t)\} = 0, \quad (7)$$

де оцінюється робота системи на часовому інтервалі T .

Знайдемо оптимальну потужність акумулятора, яка забезпечує мінімальну дисперсію небалансу потужностей: $D\{P(t)\} \rightarrow \min_A$. Умови екстремальності функціоналу Лагранжа мають вигляд:

$$\begin{aligned} dL/dA &= 0; \\ L(A) &= 1/\tau \int_0^\tau [R_E(t) + A - U]^2 dt; A \geq 0. \end{aligned} \quad (8)$$

$$\text{Звідси } A = 1/\tau [U - \int_0^\tau R_E(t)dt] = \sigma/2\beta\tau (1 - e^{-\beta\tau}), \quad (9)$$

де τ – поточний час. Тут враховано, що середня потужність генерації дорівнює середньому споживанню. Тоді математичне очікування небалансу на обмеженому часовому інтервалі визначається початковим значенням та тривалістю інтервалу, а початкове значення перебуває у коридорі, обмеженому волатильністю процесу. Цей висновок можна поширити й на випадок змінної потужності споживання за умови рівності нулю осередненого балан-

су; в цьому разі на оптимальну потужність акумулятора впливає волатильність сумарного випадкового процесу генерації та споживання. Як впливає з (9), потужність акумулятора не має локального екстремуму, загалом її зростання веде до монотонного зменшення небалансів. При достатньо великому часовому інтервалі вплив поточних флуктуацій нівелюється, що обумовлено прийнятою умовою про рівність середніх потужностей генерації та споживання.

в) Система з резервною потужністю. Розглянемо узагальнене формулювання задачі про оптимальну конфігурацію локальної енергосистеми. Сукупний баланс потужностей можна описати виразом:

$$V(t) = P_W(t) + P_S(t) - P_A(t) + P_G(t) - P_U(t), \quad (10)$$

де потужності в правій частині виразу (10) означають відповідно до індексів поточну потужність вітрової (W), сонячної (S) електростанцій, акумуляторної батареї (A), контрольованого генератора (G) та навантаження (U). Акумуляторна батарея в цьому записі розглядається як навантаження, однак вона може виступати й генератором, залежно від знаку. Як P_G може виступати, наприклад, міні-ГЕС, дизель-генератор чи навіть централізована мережа, якщо енергосистема гібридна. Результатом складання потужностей є варіативна складова $V(t)$, що описує миттєві випадкові відхилення від нульового балансу. Миттєві означає осереднені на деякому елементарному часовому інтервалі Δt .

Потужність системи акумулявання визначається як похідна від накопиченого заряду, а заряд формується в процесі генерації та споживання електроенергії:

$$P_A(t) = C'_t(t),$$

$$C(t) = \int_0^t [P_W(\tau) + P_S(\tau) + P_G(\tau) - P_U(\tau)] d\tau, \quad (11)$$

де $C(t)$ – поточний стан заряду акумулятора.

Вважаємо, що генерація ВДЕ (P_W , P_S) містить осереднену складову та випадкові флуктуації виду (6). Однак у цьому разі робота вітрової та сонячної станцій мають розглядатися окремо, оскільки добові режими генерації та розмах флуктуацій істотно відрізняються; окрім того, співвідношення вітрової та сонячної енергії також є предметом оптимізації.

Приймаємо:

$$V(t) = \alpha_W [\omega_W(t) + X_W(t)] + \alpha_S [\omega_S(t) + X_S(t)] - \alpha_A X_A(t) + \alpha_G g(t) - \alpha_U [\omega_U(t) + X_U(t)], \quad (12)$$

де α_x – вагові коефіцієнти відповідного ресурсу (тут $x = W, S, A, G, U$), чисельно дорівнюють номінальним потужностям. Змінні складові перебувають у межах від 0 до 1, за винятком акумулявання, яке

може входити як доданок (розрядка), так і як різниця (зарядка):

$$\begin{aligned} 0 \leq \omega_x(t) + X_x(t) \leq 1 \quad (x = W, S, U); \\ 0 \leq g(t) \leq 1; |U_A(t)| \leq 1 \end{aligned} \quad (13)$$

Тут складові $\omega_x(t)$ описують осереднену, тобто детерміновану, складову, а $X_x(t)$ – процес випадкових відхилень від середнього. Випадкові відхилення можуть бути описані як процес Орнштейна – Уленбека [13], а осереднені криві визначаються апроксимацією історичних даних чи статистичними методами.

Оптимізація енергосистеми, режим роботи якої описано виразом (10) чи (11), зазвичай виконується за рядом критеріїв. Природною вимогою є загальна збалансованість, тобто нульовий в середньому баланс потужностей: $M\{V(t)\}_0^T = 0$, де символом $M\{\cdot\}$ позначено математичне очікування на часовому інтервалі від 0 до T . Надалі розуміємо інтервал T досить великим (доба, місяць), показники осереднення на якому будуть статистично значущими. Ця вимога задовольняється за рахунок детермінованої складової, тоді як випадкова вважається центрованою навколо нуля. Інша умова – мінімізація випадкових відхилень: $D\{V(t)\}_0^T \rightarrow \min$, де символом $D\{\cdot\}$ позначено дисперсію. Тоді критерієм оптимізації є функціонал:

$$\int_0^T [V(t)]^2 dt \rightarrow \min, \text{ за умови } \int_0^T V(t) dt = 0. \quad (14)$$

За умови (14) впливає також умова циклічності для заряду акумулятора. Без обмеження загальності можна вважати $C(0) = C(T) = 0$.

У такій постановці складові вітрової та сонячної генерації задаються як випадкові функції, що моделюються відповідно до історичних даних про погодні фактори; режим споживання може бути як цілком детермінованим, так і містити випадкову складову. Якщо розглядати задачу (14) як варіаційну, то розв'язком буде режим керованої генерації, який є дзеркальним відображенням небалансу генерації та споживання. Такий розв'язок очевидний математично, але важко реалізується на практиці. В реальності контрольована генерація здебільшого описується ступінчастою функцією, у варіаційній задачі вона відіграє роль оптимального управління, а ваговий коефіцієнт відповідає максимально доступній потужності.

В узагальненому вигляді умова (14) відповідає оптимізаційній задачі випуклого програмування. Аргументами оптимізації виступатимуть вагові коефіцієнти α_x , які фактично є номінальними (максимально досяжними) потужностями, задани-

ми у відносних одиницях: $P_x(t) \leq \alpha_x$.

Тоді цільова функція може бути записана у вигляді:

$$I_0 = \int_0^T [V(t, \alpha_W, \alpha_S, \alpha_A, \alpha_G)]^2 dt \rightarrow \min. \quad (15)$$

Складова P_U і параметр α_U зокрема характеризують навантаження (споживання) як об'єктивний фактор і не можуть бути предметом оптимізації; заходи керування попитом тут не розглядаються. Обмеження стосуються умов нормалізації, а також осередненого балансування:

$$I_1(T) = \int_0^T [\alpha_W \omega_W(t) + \alpha_S \omega_S(t) + \alpha_G g(t) - \alpha_U \omega_U(t)] dt = 0$$

$$I_x = \int_0^T X_x dt = 0, (x = W, S, A, X). \quad (16)$$

Вимога щодо I_x випливає з умови (6), щодо рівності нулю середнього значення флуктуацій для ВДЕ і споживання, як більш жорсткого обмеження. Для акумулювання це відповідає умові циклічності. Вважаємо, що контрольована генерація узгоджена з осередненим рівнем споживання; натомість потужність акумулювання не має трендової складової і є, по суті, стохастичним процесом з нульовим середнім. Поточний стан зарядки акумуляторної батареї як інтегральна характеристика потужності залежить від передісторії балансування (10), тобто від накопичення чи витрачання енергії, і залежатиме переважно від випадкових складових:

$$C(t) = \int_0^t [\alpha_W X_W(\tau) + \alpha_S X_S(\tau) - \alpha_U X_U(\tau)] d\tau,$$

$C_{\min} \leq C(t) \leq C_{\max}$, $C(t) - C(t - \Delta t) \leq \delta C$. (17)
Тут $\delta C = \Delta t \cdot kC$. Диференціюючи (17), можна отримати:

$$C'_t(t) = \alpha_W X_W(t) + \alpha_S X_S(t) - \alpha_U X_U(t), \quad (18)$$

де рівність можлива з урахуванням обмежень (17).

За означенням потужності акумулятора є похідною від накопиченої енергії: $C'_t(t) = \alpha_A X_A(t)$. Підстановка в (12) дала б рівність нулю випадкових складових на кожному часовому проміжку, однак наявність обмежень в (17) унеможливило повне балансування, тобто умову $V(t) \equiv 0$; іншою обставиною є неаналітичний характер функції $g(t)$, тобто режиму контрольованої генерації. Рівність осереднених складових також виконується лише інтегрально, а не в кожен момент часу. Поточні відхилення від балансу, які не можуть бути компенсованими через зазначені обмеження, позначимо як втрату потужності:

$$\text{lost}_P(t) = \alpha_W X_W(t) + \alpha_S X_S(t) - \alpha_A X_A(t) - \alpha_U X_U(t). \quad (19)$$

Тоді ще одним критерієм оптимізації може бути мінімізація втрат енергії чи навантаження:

$$\text{lost}_E(T) = \int_0^T \text{lost}_P(t) dt \rightarrow \min \quad (20)$$

Цільова функція (14) з урахуванням (11) матиме вигляд:

$$I_0(T) = \int_0^T [\alpha_W \omega_W(t) + \alpha_S \omega_S(t) + \alpha_G g(t) - \alpha_U \omega_U(t) + \text{lost}_P(t, \alpha_W, \alpha_S, \alpha_A, \alpha_U)]^2 dt \rightarrow 0, \quad (21)$$

де функція втрат $\text{lost}_P(t)$ є суперпозицією нормально розподілених випадкових процесів.

Оскільки випадкові складові $X_x(t)$ в (19) за означенням є розв'язком рівняння Орнштейна – Уленбека:

$dX(t) = -\beta X(t)dt + \sigma \delta W_t$, то щільність їхньої ймовірності матиме вигляд [20]:

$$f(X) = \frac{1}{\sigma} \sqrt{\frac{\beta}{\pi}} \exp\left(-\frac{X^2 \beta}{\sigma^2}\right),$$

$$X(t) = X(0)e^{-\beta t} + \varepsilon \frac{\sigma}{\sqrt{2\beta}} \sqrt{1 - e^{-2\beta t}}. \quad (22)$$

Тут W_t – змінна Вінера. Розподіл нормальний, з нульовим середнім та дисперсією σ^2/β . Розмірності матимуть такий зміст: розмірність зносу $\beta = [1/t]$, волатильності $\sigma = [X/\sqrt{t}]$, де $\varepsilon \sim N(0,1)$ – стандартна нормальна випадкова величина. Дисперсія в загальному випадку залежить від часу.

Сума нормально розподілених величин в (19) також матиме нормальний розподіл з нульовим середнім та дисперсією, що дорівнює сумі дисперсій складових (за умови їх незалежності).

Функція Лагранжа для оптимізаційної задачі на мінімум небалансу потужностей може бути записана у вигляді:

$$L(T, \alpha_x, \lambda_i) = I_0(T, \alpha_x) + \lambda_1 I_1(T, \alpha_x) + \lambda_2 C(T, \alpha_x) \rightarrow \min \quad (23)$$

з урахуванням умов (12). Вимоги щодо $I_1(T)$ та $C(T)$ в такій задачі мають зміст граничних умов. Умови (12) можна ввести до функції Лагранжа відповідно до теореми Куна – Такера, однак зручніше врахувати їх при виборі оптимальних розв'язків.

Диференціювання виразу (23) по параметрах оптимізації приведе до системи алгебраїчних рівнянь, в яких коефіцієнтами будуть інтеграли від детермінованих та випадкових функцій. Можливі такі види інтегралів:

$$I_1(T) = \int_0^T \omega_x(t) \omega_y(t) dt, \quad I_2(T) = \int_0^T \omega_x(t) X_y(t) dt,$$

$$I_3(T) = \int_0^T X_x(t) X_y(t) dt \quad (24)$$

Інтеграл типу J_1 залежить від детермінованих функцій і може бути обчислений безпосередньо. Інтеграли типу J_2 та J_3 містять випадкові функції, що описують вінерівські процеси, і можуть бути обчислені

як математичне очікування площі під траєкторією процесу, залежного від часу, або як інтеграл Іто [21].

Випадкова функція W_t як вибіркова траєкторія вінерського процесу (6) може бути описана в такий спосіб [20]: $W_t = W(t_n) = \varepsilon\sqrt{n\Delta t} = \varepsilon\sqrt{t}$, де n – кількість кроків за часом. При граничному переході, при $n \rightarrow \infty$, а $\Delta t \rightarrow 0$, W_t відповідає неперервному процесу. Відповідно $\delta W_t = \varepsilon\sqrt{dt}$. Незважаючи на ламаний вигляд траєкторії, інтеграл можна визначити як площу під нею. Значення інтеграла є випадковою величиною, залежною від суми накопичених на кожному інтервалі випадкових змін, і пропорційне часу:

$$S_t = \int_0^t W_\tau d\tau = W_t \frac{t}{2} + \eta \frac{t^{3/2}}{\sqrt{3}}, \text{ або}$$

$$S_t = \frac{W_0 + W_t}{2} (t - t_0) + \eta \frac{(t - t_0)^{3/2}}{\sqrt{3}}, \text{ де } \eta \sim N(0,1). \quad (25)$$

Тут суму гаусових чисел (змін на кожному інтервалі) виразили через одне статистично еквівалентне число η . В такому записі S_t виступає як випадковий гаусів процес з волатильністю, що зростає з часом, і залежний від процесу W_t . Таке співвідношення дозволяє вирахувати різні середні значення для певного моменту часу. Геометрична інтерпретація (25) для інтеграла в межах від t_0 до t : це площа трапеції, де основи – це значення в крайні моменти часу, а випадкова складова η визначає інтеграл відхилень, який має нульове середнє на значних інтервалах часу.

Процеси W_t , S_t мають нульове середнє, а їх дисперсії пропорційні середнім значенням квадратів:

Для довільної детермінованої функції $f(t)$ та гаусо-

$$D\{W_t\} = M\{W_t^2\} = M\{\varepsilon^2\}t = t; \quad D\{S_t\} = M\{S_t^2\} = t^3/3.$$

вого числа $\eta \sim N(0,1)$ справедливі твердження:

$$\int_0^t f(\tau) W_\tau d\tau = \sigma(t)\eta, \quad \sigma^2(t) = \int_0^t \left[\int_\tau^t f(s) ds \right]^2 d\tau. \quad (26)$$

Наприклад, для степеневі функції можна отримати: $\int_0^t \tau^n W_\tau d\tau = \frac{\sqrt{2}t^{n+3/2}}{\sqrt{6+7n+2n^2}}\eta$. Отже, можна в явному вигляді отримати інтеграл типу J_2 , в якому функція $\omega_x(t)$ апроксимована поліномом. Для квадратичного функціоналу типу J_3 можна отримати такі залежності:

$$S_t = \int_0^t W_\tau^2 d\tau; \quad M\{S_t\} = t^2/2; \quad D\{S_t\} = M\{S_t^2\} = 7t^2/12 \text{ і т. д.} \quad (27)$$

Подібні інтеграли є випадковими процесами. Не

завжди вони виражаються явно через процес Вінера, тільки в лінійному щодо W_t випадку інтеграл має нормальний розподіл.

Таким чином, можна отримати коефіцієнти (24) для лінійної системи алгебраїчних рівнянь відносно параметрів оптимізації α_x та множників Лагранжа λ_i . При цьому деякі з коефіцієнтів рівнянь виражатимуться через випадкові величини; до того ж не всі інтеграли можна визначити в явному вигляді. Отже, можна розглядати лише математичні очікування розв'язків та їх довірчі інтервали, що обмежує можливості аналітичного розв'язання задачі стохастичної оптимізації. Як показують дослідження для реальних значень енергетичної ефективності ВЕС та СЕС та коливань їх поточної потужності, ємність акумулятора не має локального екстремума, а оптимальна потужність резервного генератора залежить від алгоритму його вмикання і перебуває на рівні 0,1–0,2 від потужності ВДЕ.

Тож коли компоненти випадкових процесів мають складний вигляд, що не допускає безпосереднього інтегрування, доцільно використовувати імітаційне моделювання та оцінку результатів із застосуванням методів Монте-Карло [22]. В такий спосіб можна отримати числові значення потрібних характеристик, зокрема показників втрат енергії чи навантаження [23]; однак при цьому результати мають обмежене застосування в межах конкретної конфігурації енергосистеми та заданих зовнішніх умов.

Висновки. Модель спільної роботи вітрової та сонячної електростанцій допускає формалізацію у вигляді нелінійної скінченновимірної задачі опуклого програмування з обмеженнями у вигляді нерівностей. Розв'язок такої задачі методом множників Лагранжа дозволяє отримати аналітичне рішення, яке забезпечує мінімальну дисперсію сумарної потужності. Таке рішення залежить лише від пропорції потужностей ВЕС та СЕС, як параметри додатково враховуються коефіцієнти використання встановленої потужності. Поширення результату на групу електростанцій такого типу вимагає оцінки взаємної кореляції окремих станцій і є справедливим для оцінки короткотермінових відхилень поточної потужності від осередненого рівня.

Урахування акумулятора енергії як засобу згладжування випадкових відхилень та відповідного зменшення дисперсії потужностей також може бути сформульоване у вигляді функціоналу Лагранжа. Оптимальна потужність акумулятора, що мінімізує сумарну дисперсію, означає симетрію розподілу його заряду як випадкової величини і визначається дрейфом та волатильністю сумарної потужності ВДЕ. Ця сумарна потужність може враховувати і

навантаження споживача за умови випадкової природи споживання. Основними параметрами системи виступатимуть відносні потужності складових енергосистеми (генерації та навантаження), а для акумулятора також його ємність.

Наявність додаткового засобу балансування у вигляді додаткової контрольованої генерації дозволяє ще зменшити рівень дисперсії значень результуючої потужності. Задача оптимізації параметрів енергосистеми при цьому може бути сформульована в термінах випадкових функцій, а розв'язок отримано у вигляді квадратур. Точні рішення можливі лише в окремих випадках, коли відомо характер розподілу; в загальному випадку можна знайти математичні очікування та довірчі інтервали шуканих параметрів. При цьому потужність резервного генератора може мати оптимальне значення, а акумулятора – монотонно пов'язане зі зменшенням варіативності енергобалансу. В цьому разі оптимальні потужності можуть визначатися вартісними показниками в межах багатокритеріальної задачі оптимізації.

Стаття підготовлена в рамках виконання проєктів науково-технічних робіт Національної академії наук України: «Комплекс-С», «Комплекс-3» (КПКВК 6541030).

ПОСИЛАННЯ

1. П. Д. Лежнюк, О. А. Буславець, О. О. Рубаненко, "Балансування потужності та електроенергії в електроенергетичній системі з відновлюваними джерелами енергії критеріальним методом", *Вісник Національного технічного університету «ХПІ»*, Серія: Енергетика, надійність та енергоефективність, № 1 (2), 2021. DOI: 10.20998/2224-0349.2021.01.09.
2. A. Masih, and H. Verma, "Optimum sizing and simulation of hybrid renewable energy system for remote area", *SAGE Journals*, 2021. DOI:10.1177/0958305X2111030112.
3. D. Emad, M. A. El-Hameed, and A. A. El-Fergany, "Optimal techno-economic design of hybrid PV/wind system comprising battery energy storage: Case study for a remote area", *Energy Conversion and Management*, vol. 249, 2021. DOI:10.1016/j.enconman.2021.114847.
4. K. Rahbar, C.C. Chai, and R. Zhang, "Energy Cooperation Optimization in Microgrids With Renewable Energy Integration," *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 9, no. 2, pp. 1482–1493, 2018.
5. IRENA, Solutions to integrate high shares of variable renewable energy (Report to the G20 Energy Transitions Working Group (ETWG)), International Renewable Energy Agency, Abu Dhabi, 2019.
6. M. Faccio, M. Gamberi, M. Bortolini, and M. Nedaei, "State-of-art review of the optimization methods to design the configuration of hybrid renewable energy systems (HRESS)", *Frontiers in Energy*, vol. 12, no. 4, pp. 591–622, 2018.
7. Y. Yang, S. Bremner, C. Menictas, and M. Kay, "Battery energy storage system size determination in renewable energy systems: A review", *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 91, pp. 109–125, 2018.
8. Yu Shen, Wei Hu, Mao Liu, Fan Yang, and Xiangyu Kong, "Energy storage optimization method for microgrid considering multi-energy coupling demand response", *Journal of Energy Storage*, 2021. DOI:10.1016/j.est.2021.103521.
9. S. M. Hakimi, A. Hasankhani, M. Shafie-khah, and J. P. Catalao, "Optimal sizing and siting of smart microgrid components under high renewables penetration considering demand response", *IET Renewable power generation*, vol. 13, no. 10, pp. 1809–1822, 2019.
10. M. Fan, K. Sun, D. Lane, W. Gu, Z. Li, and F. Zhang, "A Novel Generation Rescheduling Algorithm to Improve Power System Reliability With High Renewable Energy Penetration", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 33, no. 3, pp. 3349–3357, 2018.
11. J. Guoo, W. Liu, F. R. Syed, and J. Zhang, "Reliability assessment of a cyber physical microgrid system in island mode", *CSEE Journal of Power and Energy Systems*, vol. 5, no. 1, pp. 46–55, 2019.
12. H. Verdejo, A. Awerkin, E. Saavedra, W. Kliemann, and L. Vargas, "Stochastic modeling to represent wind power generation and demand in electric power system based on real data", *Applied Energy*, vol. 173, pp. 283–295, 2016.
13. M. Olsson, M. Perninge, and L. Söder, "Modeling real-time balancing power demands in wind power systems using stochastic differential equations" *Electric Power Systems Research*, no. 80, pp. 966–974, 2010.
14. A. Khayatian, M. Barati, and G. J. Lim, "Integrated Microgrid Expansion Planning in Electricity Market With Uncertainty", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 33, no. 4, pp. 3634–3643, 2018.
15. H. Khaloie, A. Anvari-Moghaddam, N. Hatziargyriou, and J. Contreras, "Risk-constrained self-scheduling of a hybrid power plant considering interval-based intraday demand response exchange market prices", *Journal of Cleaner Production*, 202, vol. 282. DOI:10.1016/j.jclepro.2020.125344.
16. Dey Arnab K. et al. On Mitigating the Uncertainty in Renewable Generation in Distribution Microgrids. ArXiv abs/2007.08641, 8 p, 2020.
17. М. П. Кузнецов, О. В. Лисенко, О. А. Мельник, "До оптимального комбінювання вітрових та сонячних електростанцій", *Відновлювана енергетика*, № 1, с. 10–19, 2019. [https://doi.org/10.36296/1819-8058.2019.1\(56\).10-19](https://doi.org/10.36296/1819-8058.2019.1(56).10-19)
18. М. П. Кузнецов, О. О. Кармазін, "Вплив просторової дисперсії на сумарну потужність групи ВЕС" *Відновлювана енергетика*, № 3, с. 62–67, 2013.

19. Design and operation of power systems with large amounts of wind power: Final report, IEA WIND Task 25, Phase one 2006–2008 / Tech. ed. M. Pullinen. – Helsinki, Finland: Espoo, 232 p, 2009.
 20. С. С. Степанов, *Стохастический мир*. [Електронний ресурс]. Доступно: <http://www.synset.com/ru>
 21. Б. Оксендаль, *Стохастические дифференциальные уравнения*. Введение в теорию и приложения: пер. с англ. М.: Мир, АСТ, 2003.
 22. М. Б. Гитман, *Введение в стохастическую оптимизацию: учеб. пособие*, М. Б. Гитман, ред. Пермь: Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2014.
 23. Н. П. Кузнецов, О. В. Лисенко, О. А. Мельник, “Оптимальне регулювання локальної енергосистеми з відновлюваними джерелами енергії”, *Вісник Національного технічного університету «ХПІ»*, Серія: Енергетика, надійність та енергоефективність, № 1 (2), С. 52–61, 2021. DOI:10.20998/2224-0349.2021.01.12.
- ## REFERENCES
1. P. D. Lezhnyuk, O. A. Buslavets, and O. O. Rubanenko, “Balancing of power and electricity in the power generation system with renewable energy sources by the criterion method”, (in Ukrainian), *Bulletin of the National Technical University “KhPI”*. Series: Energy, reliability and energy efficiency, № 1 (2) 2021. DOI: 10.20998 / 2224-0349.2021.01.09.
 2. A. Masih, H. Verma, “Optimum sizing and simulation of hybrid renewable energy system for remote area”, *SAGE Journals*, 2021. DOI:10.1177/0958305X211030112.
 3. D. Emad, M. A. El-Hameed, A. A. El-Fergany, “Optimal techno-economic design of hybrid PV/wind system comprising battery energy storage: Case study for a remote area”, *Energy Conversion and Management*, vol. 249, 2021. DOI:10.1016/j.enconman.2021.114847.
 4. K. Rahbar, C. C. Chai, R. Zhang, “Energy Cooperation Optimization in Microgrids With Renewable Energy Integration”, *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 9, no. 2, pp. 1482–1493, 2018.
 5. IRENA, Solutions to integrate high shares of variable renewable energy (Report to the G20 Energy Transitions Working Group (ETWG)), International Renewable Energy Agency, Abu Dhabi, 2019.
 6. M. Faccio, M. Gamberi, M. Bortolini, and M. Nedaei, “State-of-art review of the optimization methods to design the configuration of hybrid renewable energy systems (HRESS)”, *Frontiers in Energy*, vol. 12, no. 4, pp. 591–622, 2018.
 7. Y. Yang, S. Bremner, C. Menictas, and M. Kay, “Battery energy storage system size determination in renewable energy systems: A review”, *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 91, pp. 109–125, 2018.
 8. Yu Shen, Wei Hu, Mao Liu, Fan Yang, Xiangyu Kong, “Energy storage optimization method for microgrid considering multi-energy coupling demand response”, *Journal of Energy Storage* 2021, DOI:10.1016/j.est.2021.103521.
 9. S. M. Hakimi, A. Hasankhani, M. Shafie-khah, and J. P. Catalao, “Optimal sizing and siting of smart microgrid components under high renewables penetration considering demand response”, *IET Renewable power generation*, vol. 13, no. 10, pp. 1809–1822, 2019.
 10. M. Fan, K. Sun, D. Lane, W. Gu, Z. Li, and F. Zhang, “A Novel Generation Rescheduling Algorithm to Improve Power System Reliability With High Renewable Energy Penetration”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 33, no. 3, pp. 3349–3357, 2018.
 11. J. Guo, W. Liu, F. R. Syed, and J. Zhang, “Reliability assessment of a cyber physical microgrid system in island mode”, *CSEE Journal of Power and Energy Systems*, vol. 5, no. 1, pp. 46–55, 2019.
 12. H. Verdejo, A. Awerkin, E. Saavedra, W. Kliemann, and L. Vargas, “Stochastic modeling to represent wind power generation and demand in electric power system based on real data”, *Applied Energy*, vol. 173, pp. 283–295, 2016.
 13. M. Olsson, M. Perninge, and L. Söder, “Modeling real-time balancing power demands in wind power systems using stochastic differential equations”, *Electric Power Systems Research*, no. 80, pp. 966–974, 2010.
 14. A. Khayatian, M. Barati, and G. J. Lim, “Integrated Microgrid Expansion Planning in Electricity Market With Uncertainty”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 33, no. 4, pp. 3634–3643, 2018.
 15. H. Khaloie, A. Anvari-Moghaddam, N. Hatziaargyriou, and J. Contreras, “Risk-constrained self-scheduling of a hybrid power plant considering interval-based intraday demand response exchange market prices”, *Journal of Cleaner Production*, 202, vol. 282. DOI:10.1016/j.jclepro.2020.125344.
 16. Dey Arnab K. et al. On Mitigating the Uncertainty in Renewable Generation in Distribution Microgrids. ArXiv abs/2007.08641 – 8 p, 2020.
 17. M. P. Kuznietsov, O. V. Lysenko, and O. A. Melnik, “To the optimal combination of wind and solar electricity”, (in Ukrainian) *Vidnovliuvana Energetyka*, № 1, p. 10–19, 2019. DOI: 10.36296/1819-8058.2019.1(56).10–19.
 18. M. P. Kuznietsov, and O. O. Karmazin. “Influence of spatial dispersion on the total capacity of a wind farm group”, (in Ukrainian), *Vidnovliuvana Energetyka*, № 3, p. 62–67, 2013.
 19. Design and operation of power systems with large amounts of wind power: Final report, IEA WIND Task 25, Phase one 2006–2008 / Tech. ed. M. Pullinen. Helsinki, Finland: Espoo, 2009.
 20. S. S. Stepanov. *Stochastic world*, (in Russian). [Online]. Available: <http://www.synset.com/ru>.
 21. B. Oksendal, *Stochastic differential equations. Introduction to theory and applications*, (in Russian). M.: Mir, АСТ, 2003.
 22. M. B. Gitman, *Introduction to stochastic optimization:*

textbook allowance, (in Russian), Perm: Publishing House of Perm. nat. research polytechnic university, 2014.

23. N. P. Kuznietsov, O. V. Lysenko, and O. A. Melnyk, "Optimal regulation of the local power system with renewable energy sources", (in Ukrainian), *Bulletin of the*

National Technical University "KhPI". Series: Energy, reliability and energy efficiency], № 1 (2), p. 52–61, 2021. DOI:[10.20998/2224-0349.2021.01.12](https://doi.org/10.20998/2224-0349.2021.01.12).