

СИНТЕТИЧНІ РЯДИ ІНСОЛЯЦІЇ ПРИ РОЗРАХУНКАХ ФОТОЕЛЕКТРИЧНИХ СТАНЦІЙ

Отримано 29 черв. 2025 р.; рекомендовано до публікації 22 вер. 2025 р.
Доступно онлайн 30 вер. 2025 р.

Гаєвський О. Ю.¹, Гаєвська Г. М.²

Автор для кореспонденції: Гаєвський Олександр,
e-mail: a.gaevskii@kpi.ua

¹ д-р. фіз.-мат. наук, професор
<https://orcid.org/0000-0001-6144-2441>

² старш. викладач
<https://orcid.org/0000-0001-7760-6789>

Анотація. У статті розглянуто застосування синтетичних рядів добових значень пікових сонячних годин $PSH(n)$ до розрахунку розмірів акумуляторної батареї (АБ) автономних фотоелектричних станцій (ФЕС). Для генерації

¹ Інститут відновлюваної енергетики НАН України, м. Київ, Україна

^{1, 2} НТУУ «Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського», Київ, Україна

таких рядів використовується регресійна марковська модель першого порядку з двома типами функції розподілу флуктуацій: гаусової та несиметричної, яка виводиться з радіаційних даних. У роботі запропонований метод визначення ємності АБ за відомої установчої потужності фотоелектричних модулів та навантаження, яка відповідає заданому фактору відмов в електропостачанні LOLP. Отримано залежності між номінальною енергією АБ і величиною параметра LOLP для двох типів флуктуацій інсоляції та виконано порівняння результатів з розрахунком на основі усереднених багаторічних профілів $PSH(n)$.

Ключові слова: синтетичні часові ряди, флуктуації інсоляції, автокореляційна модель, розрахунок ФЕС, ємність акумулятора, надійність енергозабезпечення.

A SYNTHETIC INSOLATION SERIES IN SIZING CALCULATIONS OF PV PLANTS

Received Jun. 29, 2025; accepted Sept. 22, 2025
Available online Sept. 30, 2025

Gaevskii O.¹, Gaevska H.²

Author for correspondence: Gaevskii Oleksandr,
e-mail: a.gaevskii@kpi.ua

¹ Doctor of Phys. Math. Sci., Prof.
<https://orcid.org/0000-0001-6144-2441>

² Senior teacher
<https://orcid.org/0000-0001-7760-6789>

Summary. The application of synthetic series of daily peak solar hours $PSH(n)$ to the battery size problem for stand-alone PV systems is considered. To generate such series, a first-order Markov regression model with two types of fluctuation probability distribution functions is used: Gaussian and asymmetric derived from radiation data. The method for battery size determining under given installed PV power and load, which meets the given power outage factor LOLP, is proposed.

^{1, 2} Institute of renewable energy, NAS of Ukraine, Kyiv, Ukraine

^{1, 2} NTUU «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute», Institute of Renewable Energy, NAS Ukraine, Kyiv, Ukraine

The dependencies between the nominal battery energy and the LOLP factor for two types of insolation fluctuations are obtained and the results are compared with the calculation based on averaged $PSH(n)$ profiles.

Keywords: synthetic time series, insolation fluctuations, autocorrelation model, sizing of PV system, battery capacity, energy reliability.

Вступ і постановка задачі. При комп'ютерних розрахунках ФЕС потрібні послідовності даних про добові та погодинні надходження сонячної радіації, щоб визначити оптимальний компонентний склад системи, який відповідає заданому навантаженню та забезпечує необхідну надійність електропостачання. При моделюванні сонячної радіації зазвичай використовують однорічний

метеорологічний ряд для умов типового метеорологічного року [1]. Це означає, що при проектуванні ФЕС не будуть враховані найгірші радіаційні умови, як можуть виникати під час експлуатації. Тому для техніко-економічного обґрунтування необхідно враховувати кілька сценаріїв розвитку ймовірнісних подій. Реалізація таких сценаріїв можлива шляхом генерування синтетичних

даних щодо надходження сонячного випромінювання на приймальні поверхні [2–4].

Другим аргументом для використання синтетичних рядів інсоляції є те, що часто в наявності маємо обмежений обсяг вхідних даних, наприклад тільки значення середньомісячної радіації. Такі ситуації виникають для деяких місць, де важко отримати детальні записи, або для періодів з втраченими (пошкодженими) даними. У цьому разі можливі два методи оцінки: екстраполяційний або синтетичний. Причому помилок, які виникають при екстраполяції набагато більше, ніж при використанні синтетичного методу. Тобто інсоляцію на багато наступних років розумно моделювати тільки прогнозуванням та генерацією синтетичних рядів. Як приклад генерації добових даних сонячної радіації на основі місячних середньодобових значень радіації можна навести одну з перших робіт [5] у цьому напрямі, яка базується на авторегресійній моделі.

Стохастичні моделі фотогенерації, засновані на синтетичних рядах інсоляції, можуть використовуватись при розрахунках різного роду фотоелектричних систем, включно із системами для автономного, резервного живлення, а також системами, які працюють лише на мережу. Саме врахування стохастичної природи сонячної радіації дозволяє забезпечити необхідний рівень надійності ФЕС.

У цій роботі розроблений метод генерації стохастичних рядів добової інсоляції з перерахунком до кількості пікових сонячних годин (Peak Solar Hours, PSH), що надходить на похилу приймальну поверхню фотоелектричних модулів (ФМ) за добу. Якщо вважати ККД фотомодулів незмінним у різних умовах освітленості, такі синтетичні ряди моделюють часовий профіль фотогенерації. Вихідними даними є багаторічні середньомісячні суми прямої та дифузної радіації на горизонтальну та нормальну поверхні, а також гістограми частот добових відхилень PSH від середніх значень. Ряди добової інсоляції моделюються в роботі як марковський процес першого порядку для відхилень від середніх значень.

Синтетичні ряди інсоляції. Синтетичні ряди сонячної радіації створюються з використанням набору радіаційних даних комп'ютерною симуляцією на основі статистичних моделей, тобто вони є статистично репрезентативними до реально виміряних даних. Поведінка таких синтетичних рядів, їхні часові та просторові особливості мають бути такими самими, як у реальних даних з сонячної радіації, але в кожному момент часу синтетичні та реальні дані не збігатимуться.

Алгоритми створення синтетичних часових рядів базуються в основному на методах авторегресійних ковзних середніх (Autoregressive Moving Average, ARMA) або матриць переходів Маркова (Markov Transition Matrices, MTM), застосування яких було запропоновано в перших роботах цього напрямку [2, 3, 7, 8]. Для генерації синтетичних даних найчастіше використовують спостережувані значення радіації з індексами прозорості: щоденним K_d і погодинним k_t . У роботі [8] був запропонований

метод генерації синтетичних погодинних даних, відомий як TAG (Time-dependent Autoregressive Gaussian). Як функція щільності ймовірності (partial density function, pdf) для погодинного індексу прозорості k_t використовувалась функція Гауса. В авторегресійній моделі першого порядку ARMA(1,0) здійснювався підбір змінної k_t , нормалізованої за допомогою параметризації для залежних від часу середніх значень і значень стандартного відхилення. Потім модель ARMA(1,0) трансформувалась в зворотному напрямку, щоб створити синтетичні залежності k_t .

При аналізі індексів прозорості їх діапазон від 0 до 1 часто розбивають на інтервали значень, причому для кожного інтервалу K_d або k_t існує своя pdf [2, 4, 9]. Поряд з моделями в щоденному та погодинному масштабах відомі підходи створення синтетичних рядів для однохвилинних інтервалів [10–12]. У роботі [10] спостережувані дані для денного коефіцієнта прозорості $K_d = 0 \div 1$ були кластеризовані на 15 інтервалів. Відповідно, були отримані графіки pdf нормалізованого однохвилинного коефіцієнта прозорості (всередині дня) для кожного інтервалу. Для певних інтервалів з K_d від 0.3 до 0.6 графіки однохвилинних pdf мали бімодальний характер, що збігалось зі спостережуваними даними. Добрий збіг експериментальних і синтетичних даних в усіх діапазонах було досягнуто авторами [10] з використанням MTM з кореляцією другого порядку. В роботі [12] запропоновано створення однохвилинних рядів глобальної горизонтальної (GHI) та прямої нормальної (DNI) сонячної радіації на основі 10–15 річних часових рядів погодинних значень DNI та GHI, які отримані зі супутникових даних опромінення. Можна стверджувати, що різні результати з генерації часових рядів інсоляції показують їхню здатність відтворювати природну мінливість сонячного ресурсу в будь-якому місці, що сприяє стохастичному моделюванню розподільних мереж з фотоелектричною генерацією [13].

Генерація добових стохастичних рядів PSH. При розрахунках розмірів ФЕС (sizing problem), тобто компонентного складу станцій, використовуються зазвичай дані щодобової інсоляції [14]. У цій роботі запропонований інший підхід: визначення розмірів ФЕС здійснюється на основі синтетичних рядів щодобових значень $PSH(n)$. Під PSH розуміється тривалість дії стандартного випромінювання інтенсивності 1 кВт/м^2 , яке забезпечує отримання прийнятною поверхнею такої самої енергії, що і реальне сонячне випромінювання за світловий день.

Для генерації стохастичних рядів $PSH(n)$ будемо використовувати техніку, аналогічну описаній у роботах [3, 4] для створення синтетичних рядів індексу прозорості. У багатьох дослідженнях [2–12] було встановлено, що послідовності індексу прозорості добре описуються авторегресійним процесом першого порядку з флуктуаціями. До того ж коефіцієнт кореляції слабо залежить від сезону [3] у межах однієї країни європейської зони. Ці результати корисні для практичних застосувань. По-перше, середньомісячні значення добової інсоляції дозволяють скласти референтний рік, який має ті самі

статистичні властивості (середні значення, дисперсія та автоковаріація), що й історичний ряд, з якого він був отриманий. По-друге, цей метод дає змогу оцінити послідовності щоденного глобального сонячного випромінювання для всіх станцій, де воно не вимірюється безпосередньо, якщо для них відомі середньомісячні значення.

Далі будемо використовувати підхід, запропонований Амато з авторами [3], основою якого є узагальнений частотний розподіл для стохастичних коливань радіації відносно середньодобових значень. Цей розподіл, що складається з багаторічних радіаційних вимірювань, моделює стандартизований (незалежний від сезону) ряд денного опромінення. Модель Амато не дозволяє вносити необхідні змінення протягом року, але вона надає перевагу в оціночних розрахунках завдяки використанню єдиного розподілу для можливих станів атмосфери.

При багаторазовому моделюванні будемо позначати пікові сонячні години за день як $PSH(n, j)$, де n ($n = 1, \dots, N$) – номер дня спостереження, j ($j = 1, \dots, J$) – номер запуску моделі (симуляції). Випадкову величину $PSH(n, j)$ представляємо сумою середньодобового значення $\mu(n)$, отриманого усередненням за багато років і відхиленням від нього [2, 3]:

$$PSH(n, j) = \mu(n) + \sigma(n)X(n, j). \quad (1)$$

Десь відхилення описується добутком $X(n, j)$ на середньоквадратичне відхилення $\sigma(n)$. Далі для зручності будемо називати $X(n, j)$ флуктуаціями, хоча фактично флуктуацією є вказаний добуток. Часові ряди $X(n, j)$ утворюють стаціонарний марковський процес та у певному наближенні описуються автокореляційною моделлю першого порядку:

$$X(n, j) = \rho X(n-1, j) + Y(n, j), \quad (2)$$

де $Y(n, j)$ – залишки, ρ – коефіцієнт кореляції.

Згідно з роботою [3] флуктуації $X(n, j)$, як показує ранговий тест, можна вважати незалежними від змінних n, j . Приклад емпіричного розподілу частот появи різних значень X та функцію розподілу $F(X)$ показано на рис. 1. Штрихова крива щільності розподілу $f(X)$ апроксимує гістограму частот і має бімодальний характер. Щодо pdf, то вигляд кривої $f(X)$ типовий для флуктуацій X і спостерігається для різних регіонів багатьох країн (див., наприклад, [2–4, 7]). $f(X)$ не можна відтворити гаусовим автокореляційним процесом. Але за наявності кумулянти $F(X)$ можлива генерація відповідного стохастичного ряду за допомогою випадкової гаусової змінної.

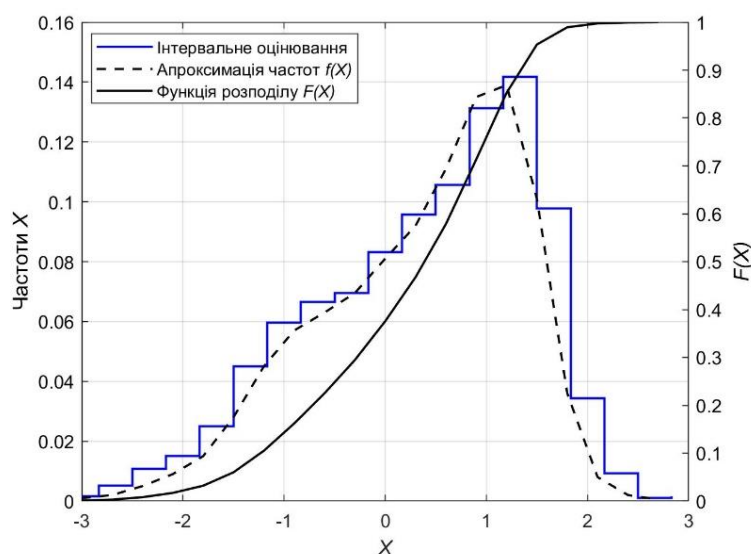


Рис. 1. Приклад емпіричної характеристики типового часового ряду флуктуацій $X(n)$ в європейських широтах (м. Вігна ді Валлі, Італія) [3]: інтервальні оцінки частот X (синя східчаста лінія); функція щільності розподілу $f(X)$ (штрихова лінія); кумулятивна функція розподілу $F(X)$ (чорна крива)

Fig. 1. An example of empirical characteristics of a typical time fluctuations series $X(n)$ in European latitudes (Vigna di Valli, Italy) [3]: interval estimates of frequencies X (blue stepped line); probability density function $f(X)$ (dashed line); cumulative distribution function $F(X)$ (black curve)

Введемо новий часовий ряд $Z(n, j)$, який зберігає структуру авторегресійного процесу першого порядку з тією ж кореляцією ρ :

$$Z(n, j) = \rho Z(n-1, j) + U(n, j), \quad (3)$$

де $U(n, j)$ – незалежна випадкова змінна зі стандартним нормальним розподілом. Відтворимо стохастичний ряд

$X(n, j)$, прирівнявши її функцію розподілу до функції розподілу нормальної випадкової $Z(n, j)$:

$$\frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{-Z}{\sqrt{2}} \right) = F(X), \quad (4)$$

де erfc – доповнювальна функція помилок:

$$\operatorname{erfc}(y) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_y^{\infty} e^{-t^2} dt \quad (5)$$

Опишемо алгоритм створення синтетичного ряду $PSH(n)$.

Генерація випадкових значень $U(n)$.

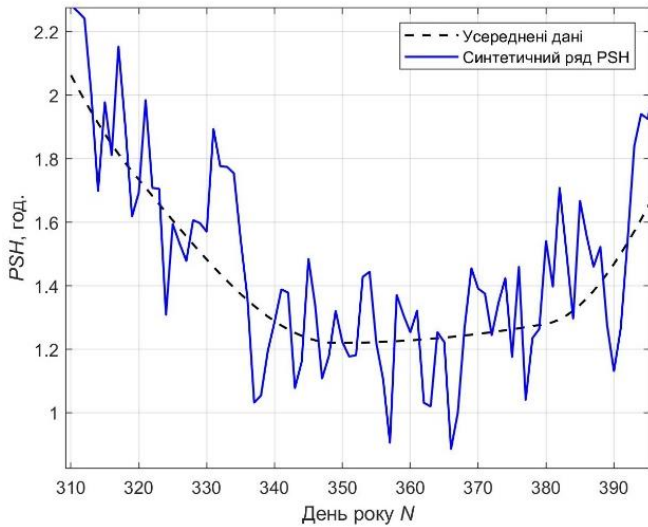
Знаходження послідовності $Z(n)$ з рекурсивних рівнянь:

$$\begin{aligned} Z(1) &= U(1), \\ Z(2) &= \rho Z(1) + U(2), \\ &\dots\dots\dots \\ Z(n) &= \rho Z(n-1) + U(n). \end{aligned} \quad (6)$$

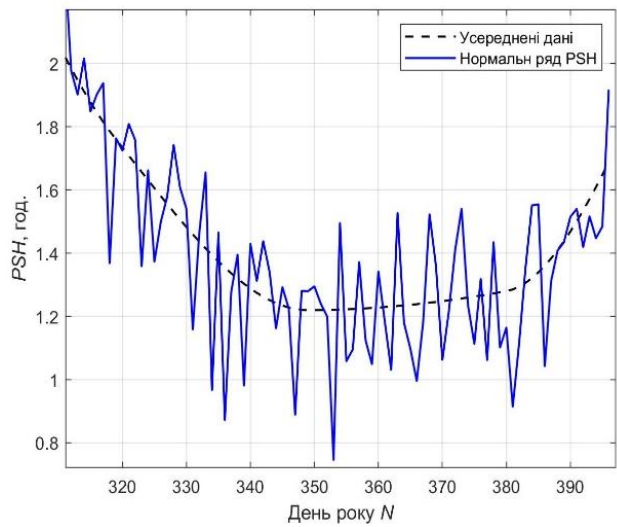
Обчислення лівої частини рівняння (4) для елементів масиву Z .

Визначення елементів масиву X – квантилів функції розподілу в правій частині (4).

Багаторазовий запуск цієї процедури приводить до множини послідовностей $X(n, j)$. У процесі цього дослідження було показано, що статистична обробка цих послідовностей дає схожу з вихідною несиметричну гістограму частот, а також форму pdf, яка була закладена з початку процесу моделювання. На рис. 2, а показаний приклад моделювання стохастичних рядів PSH , отриманий у цій роботі для місцевості в Італії навколо Риму (Vigna di Valle) при середньоквадратичному відхиленні добової інсоляції 14 % та коефіцієнті кореляції $\rho = 0.31$. Для порівняння на рис. 2, б показаний синтетичний ряд у разі нормально розподілених X .



а



б

Рис. 2. Приклад генерації синтетичних рядів для місцевості 42° п. ш., 12° с. д. у період 100 днів найменшої інсоляції: а – для флуктуацій X з негаусовою pdf (рис. 1); б – для нормально розподілених X

Fig. 2. An example of synthetic series generation for locality 42° N, 12° S. during the period 100 days of lowest insolation: a – for non-Gaussian fluctuations X (Fig. 1); b – for normal distributed X

Розрахунок ємності акумулятора автономної ФЕС. У цьому розділі описано, як синтетичні ряди добової інсоляції та, відповідно, пікових сонячних годин можуть використовуватись при розрахунках автономних ФЕС. Зауважимо, що схема розрахунків ФЕС на основі усередненого профілю $PSH(n)$ описана в низці статей (див., наприклад, [15, 16]), але в разі застосування синте-

тичних рядів спостерігаються суттєві особливості. Вважатимемо, що за допомогою методу, описаному в попередньому розділі, отримують серії рядів $PSH(n, j)$ типу показаних на рис. 2.

Енергію, генеровану фотоелектричною системою в n -й день року, можна виразити як

$$E_{PV}(n, j) = \eta_{PV} S \cdot PSH(n, j) \cdot 1 \text{ кВт} = P_{inst} PSH(n, j), \quad (7)$$

де $P_{inst} = \eta_{PV} S \cdot 1 \text{ кВт}$ – установча потужність ФЕС, η_{PV} – ККД фотомодулів.

Акумуляторна система слугує для забезпечення безперервності енергопостачання споживачеві протягом усього призначеного календарного періоду роботи станції, тобто компенсує дефіцит або надлишок енергії фотогенерації над навантаженням:

$$E_{PV}(n, j) + \eta_{bat} \Delta E_{bat}(n, j) = \frac{1}{\eta_{inv}} E_{load}(n, j), \quad (8)$$

де $\Delta E_{bat}(n, j)$ – порція енергії, яку видає ($\Delta E_{bat}(n) > 0$), або поглинає ($\Delta E_{bat}(n) < 0$) АБ за добу n при j -й симуляції, η_{inv} і η_{bat} – ККД інвертора й АБ (процесів заряджання-розряджання), $E_{load}(n, j)$ – енергія

навантаження. Записуючи рівняння балансу (8), ми не враховуємо витрати енергії при саморозряді батареї та на підтримку самої системи (роботу електронного обладнання та електричні втрати).

Протягом календарного року є найнесприятливіші періоди з низькими значеннями PSH . У північних широтах це зазвичай друга половина листопаду, грудень і початок січня, коли тривалість темного часу доби найбільша, а у світлий час фотогенерація може бути недостатньою для покриття потреби навантаження. Цими днями відбувається переважне розрядження акумуляторної системи. Позначимо тривалість цього періоду переважного розрядження як n_D . Сума порцій енергії $\Delta E_{bat}(n, j)$, яку видає батарея в навантаження, не має перевищувати доступну енергію в АБ. Нехай на початок періоду n_D

батарея була повністю заряджена, тоді сформульоване обмеження записується так:

$$\sum_{n=n_{beg}}^{n_{end}} \Delta E_{bat}(n, j) \leq DoD \cdot E_{bat}(j), \quad j=1, 2, \dots, N_j, \quad (9)$$

де N_j – кількість симуляцій. У (9) іде підсумовування в межах початку n_{beg} і кінця n_{end} (номерів днів) несприятливого періоду n_D , DoD – допустима глибина розряду акумуляторів (Degree of Discharge), $E_{bat}(j)$ – енергія всієї акумуляторної системи в день n_{beg} . Остання залежить від j , оскільки на кожній симуляції до АБ будуть висуватися окремі вимоги.

Враховуючи (7), (8), запишемо обмеження (9) у вигляді

$$P_{inst} \sum_{n=beg}^{end} PSH(n, j) + \eta_{bat} DoD \cdot E_{bat}(j) \geq \frac{1}{\eta_{inv}} \sum_{n=beg}^{end} E_{load}(n, j) \quad (10)$$

Припустимо, що в період від n_{beg} до n_{end} добове навантаження постійне: $E_{load}(n) = E_{load} = \text{const}$. Введемо замість P_{inst} , E_{bat} змінні p_{inst} , e_{bat} , що віднесені до енергії навантаження:

$$p_{inst} = \frac{P_{inst}}{E_{load}}, \quad e_{bat}(j) = \frac{E_{bat}(j)}{E_{load}}. \quad (11)$$

та перетворимо умову (10) до зручнішого вигляду

$$p_{inst} \sum_{n=beg}^{end} PSH(n, j) + \eta_{bat} DoD \cdot e_{bat}(j) \geq \frac{n_D}{\eta_{inv}}, \quad (12)$$

Звідси випливає, що на день з номером n_{beg} в акумуляторній системі має бути енергія не менше, ніж

$$\frac{1}{\eta_{inv}} - p_{inst} PSH(n_{beg}) = \frac{1}{\eta_{inv}} - p_{inst} PSH(n_{end}) = 0, \quad (15)$$

звідси випливає $PSH(n_{beg}) = PSH(n_{end}) = PSH_0$. Геометричною інтерпретацією суми в правій частині (13) у цьому разі є заштрихована площа між кривою $PSH(n)$ і лінією рівня PSH_0 , яка показана на рис. 3 для усереднених добових (довідникових) значень PSH . Якщо відомі межі підсумовування n_{beg} і n_{end} , можна за формулою (14) знайти потрібну енергію, яка має бути в АБ на початок періоду n_D . Аналогічно обчислюється сума PSH по днях і у випадку синтетичного профілю інсоляції, приклади якого показані на рис. 2.

Інша ситуація складається при врахуванні флуктуацій добової інсоляції: рівняння (15) для n_{beg} і n_{end} можуть не виконуватись через випадковий фактор. Це ілюструють графіки на рис. 2, де показані флуктуаційні відхилення PSH від середніх значень (штрихової лінії) на кінцях інтервалу моделювання. Тому в цій роботі при подальших

$$e_{bat, \min}(j) = \frac{1}{\eta_{bat} DoD} \left(\frac{n_D}{\eta_{inv}} - p_{inst} h_D(j) \right), \quad (13)$$

де

$$h_D(j) = \sum_{n=n_{beg}}^{n_{end}} PSH(n, j) \quad (14)$$

Це сума пікових годин сонця за період n_D на j -й симуляції. Величина $h_D \cdot 1$ кВт являє собою сумарну інсоляцію за період n_D .

У тому разі, коли розглядається усереднений ряд $PSH(n)$, не потрібно виконувати більше одної симуляції. Тому PSH не залежить від j , а дні n_{beg} і n_{end} можна визначати з умови балансу генерації і навантаження в ці дні:

розрахунках ми залишимо інтервал n_D таким, який відповідає рівнянням (15) для усередненого PSH , але будемо визначати дефіцит енергії генерації на цьому інтервалі, який може виникнути через флуктуації.

Розглянемо застосування викладеного методу до широкого кола задач, коли задані установча потужність АФЕС і рівень добового навантаження E_{load} у несприятливий календарний період n_D . При кожному j -му запуску програми генерується синтетичний ряд $PSH(n, j)$ на основі усереднених радіаційних даних для вибраної місцевості. Задачею є знаходження мінімальної енергії акумуляторної системи, необхідної для забезпечення споживача на заданому рівні надійності, що будемо визначати через фактор відмов в електропостачанні $LOLP^1$ (Loss Of Load Probability). Зауважимо, що обмеження на

¹ $LOLP$ (Loss Of Load Probability) – це відношення загального дефіциту енергії до загального попиту на навантаження протягом певного періоду часу.

максимальну потужність АФЕС не є штучним, оскільки воно може накладатись згідно з технічним завданням проєкту або у зв'язку із заданою площею приймальної поверхні фотомодулів S . Ця площа визначається,

наприклад, розміром земельної ділянки, що відводиться під станцію, кутом нахилу панелей та міжрядною відстанню або іншими обставинами.

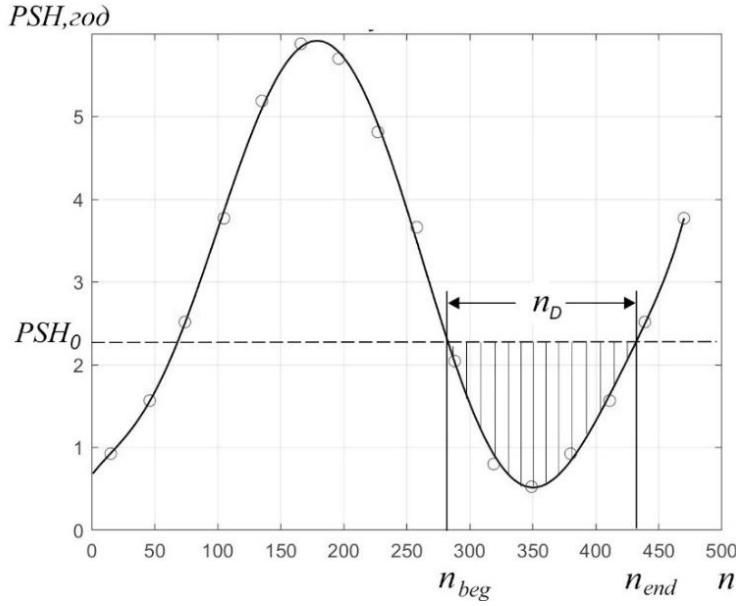


Рис. 3. Приклад усередненої кривої $PSH(n)$, яка отримана інтерполюванням щомісячних даних (м. Бориспіль, Україна) [17]: точки – довідникові дані; суцільна крива – результат інтерполяції; заштрихована площа – область n_D неперервного розрядження-зарядження АБ

Fig. 3. Example of the averaged $PSH(n)$ curve obtained by interpolation of monthly data (Boryspil, Ukraine) [17]: points are reference data; solid curve is the result of interpolation; shaded area is the n_D -period of continuous battery discharging-charging

Зміну поточного стану заряду АБ при кожній j -й симуляції визначаємо через суму порцій енергії $\Delta E_{bat}(n, j)$ за попередні дні на інтервалі n_D :

$$SOC(n, j) = \frac{E_{bat, nom} - \sum_{k=n_{beg}}^n \Delta E_{bat}(n, j)}{E_{bat, nom}} \quad (16)$$

де $E_{bat, nom}$ – номінальна енергія АБ. Результати розрахунку послідовності $SOC(n, j)$ по днях n ілюструються прикладом, показаним на рис. 4 для X з двома типами pdf: несиметричної (а), як на рис. 1, та гаусової (б). Як приклад у роботі проведені розрахунки на основі радіаційних даних для м. Вігна ді Валлі (Італія) [3, 18].

Протягом n_D днів невисокої інсоляції, коли добове навантаження переважно перевищує виробіток енергії за добу, SOC має спадну тенденцію (рис. 4). Після закінчення періоду n_D починається переважне зростання SOC (на графіках не показано). Останнє значення $SOC(n_{end}, j)$ є випадковою величиною, яка змінюється з кожною j -симуляцією, але діапазон її значень залежить від відносної ємності АБ $e_{bat, nom} = E_{bat, nom} / E_{load}$.

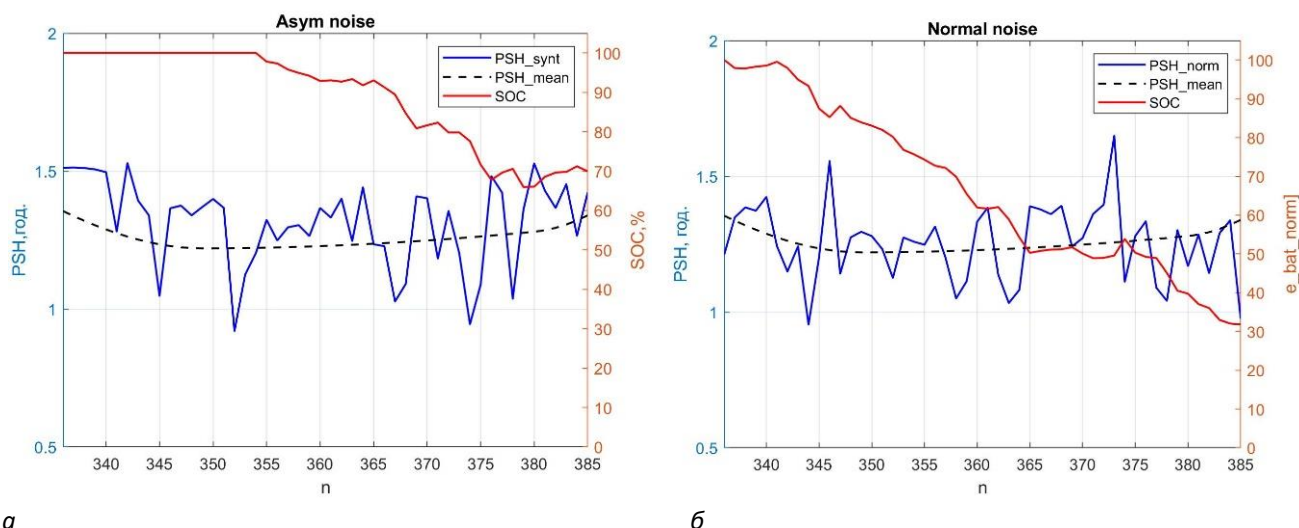
Для розрахунку ємності АБ задаємо граничне значення фактора відмов в електропостачанні $LOLP$. При постійному добовому споживанні протягом усього робочого періоду цей фактор виражається як

$$LOLP = \frac{\langle N_{deficit} \rangle}{N_0}, \quad (17)$$

де N_0 – загальна кількість днів у календарному періоді роботи станції (наприклад, 365). Величина $\langle N_{deficit} \rangle$ у прийнятій схемі розрахунків визначається як результат усереднення при багаторазових симуляціях:

$$\langle N_{deficit} \rangle = \frac{1}{N_J} \sum_{j=1}^{N_J} N_{deficit}(j). \quad (18)$$

Десь $N_{deficit}(j)$ – кількість днів без енергозабезпечення при j -й симуляції, N_J відповідає кількості симуляцій при заданій ємності $E_{bat, nom}$. Поведінку кривої SOC в разі розрядження АБ на максимально допустиму глибину ілюструє рис. 5. Інтервал дефіциту енергії $N_{deficit}(j)$ в батареї для наочності показаний перериванням кривої SOC .



а

б

Рис. 4. Приклад розрахунку профілю $SOC(n)$ з використанням синтетичних рядів для місцевості 42° п. ш., 12° с. д. (Вігна ді Валлі, Італія) в період найменшої інсоляції протягом 50 днів при $p_{inst} = 20$, $e_{bat,nom} = 6$: а – для X з несиметричним pdf (рис. 1); б – для нормальних X

Fig. 4. Example of calculated $SOC(n)$ on base of synthetic series for the locality $42^\circ N$, $12^\circ S$ (Vigna di Valli, Italy) during the least insolation period of 50 days at $p_{inst} = 20$, $e_{bat,nom} = 6$: а – for X with asymmetric pdf (Fig. 1); б – for normal X

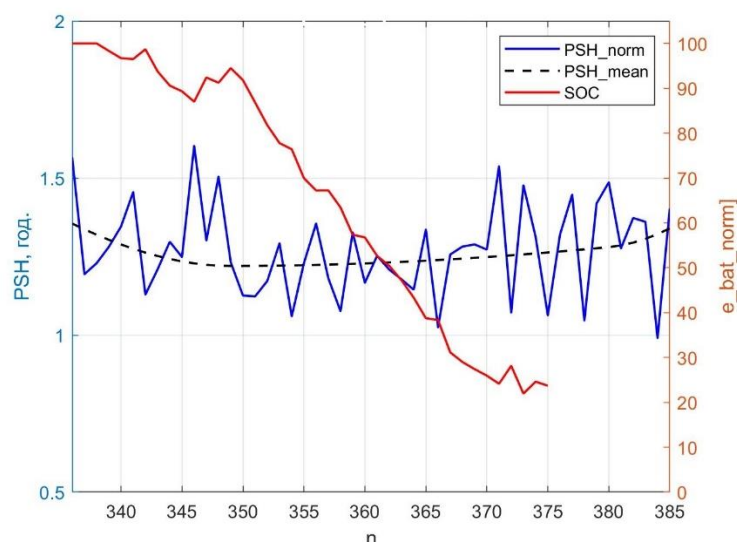


Рис. 5. Приклад поведінки SOC для $DoD = 0.8$, коли є дефіцит енергії: синя лінія – синтетичний ряд $PSH(n)$ при нормальному $X(n)$; чорна штрихова – усереднений профіль $PSH(n)$; червона крива $SOC(n)$ – стан заряду АБ (при $SOC < 20\%$ крива не відображається)

Fig. 5. Example of SOC behavior for $DoD=0.8$ when there is a shortage of energy: blue line – synthetic series $PSH(n)$ with normal frequency distribution $X(n)$; black dashed line – averaged profile $PSH(n)$; red curve $SOC(n)$ – state of charge of the battery (at $SOC < 20\%$ the curve is not displayed)

Описана вище процедура з багаторазовою симуляцією повторювалась нами для різних значень відносної ємності $e_{bat,nom}$ при різних моделях синтетичних рядів PSH і усередненому PSH . Результати розрахунків залежності $LOLP(e_{bat,nom})$ наведені на рис. 6: точками показані усереднені результати симуляцій, лініями – регресії для різних моделей PSH . Кожна точка на графіках отримана усередненням за формулами (17), (18) по 25 симуляціях. Як бачимо, врахування фактора стохастичності інсоляції призводить до значних відмінностей у визначенні потрібної

ємності АБ у порівнянні з розрахунками на усереднених профілях $PSH(n)$. Крім того, при заданому рівні $LOLP$ урахування несиметричності pdf для $X(n)$ може призвести до суттєво менших необхідних значень ємності АБ, ніж для $X(n)$ з нормальним розподілом. Наприклад, при $LOLP = 2\%$ (один тиждень у році не забезпечений енергією для споживача) несиметричному розподілу $X(n)$ відповідає потрібна ємність $E_{bat,nom} = 3.6 E_{load}$, а нормальному розподілу $X(n)$ – ємність $E_{bat,nom} = 5.3 E_{load}$. Але зазначимо, що така ситуація спостерігається саме для гістограм частот X

типу показаної на рис. 1. Інші форми pdf флуктуацій потребують додаткового дослідження.

З графіків на рис. 6 випливає також, що лінія $LOLP(e_{bat,nom})$ при використанні усереднених значень добової інсоляції

(штрихова лінія) має більш крутий нахил, ніж лінії $LOLP$ для синтетичних рядів. Таким чином, при врахуванні стохастичності добової інсоляції вимоги до ємності АБ розмиваються по ширшому діапазону значень $e_{bat,nom}$.

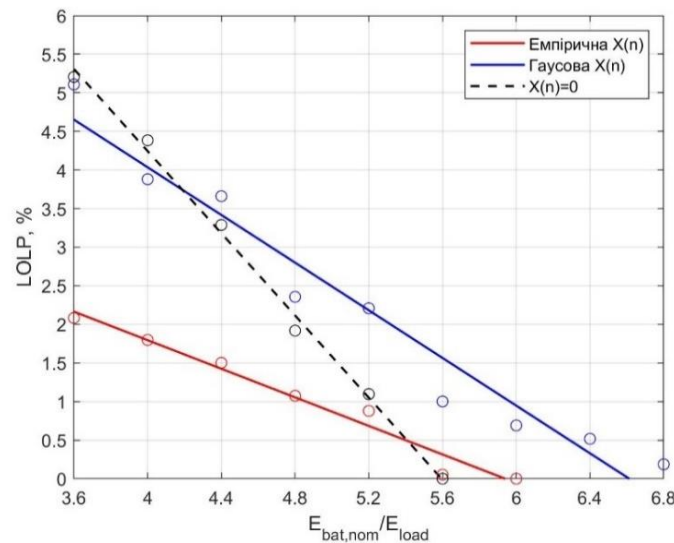


Рис. 6. Графіки залежності $LOLP(e_{bat,nom})$: усереднені результати симуляцій (кола); лінії регресії для нормальної (синя) та асиметричної (червона) pdf $X(n)$; лінія регресії для усередненої $PSH(n)$ (штрихова)

Fig. 6. Graphs of the $LOLP(e_{bat,nom})$ dependences: averaged results of simulations (circles); regression lines for normal (blue) and asymmetric (red) pdf $X(n)$; regression in the case of averaged $PSH(n)$ (dashed)

Висновки. У роботі показано, що при розрахунку автономних ФЕС, особливо при визначенні ємності акумуляторної системи, необхідно враховувати флуктуації добових значень інсоляції. Це може бути здійснено шляхом моделювання синтетичних рядів, які мають такі самі часові особливості, як у реальних даних з сонячної радіації.

Нами запропонований підхід визначення ємності АБ, заснований на моделюванні стохастичних рядів PSH , який забезпечує заданий рівень надійності енергозабезпечення споживача. Проаналізований вплив на величину потрібної ємності АБ з боку функції щільності розподілу pdf для флуктуацій X у добових рядах PSH . Флуктуації з несиметричною pdf певної форми можуть привести до суттєво менших вимог до ємності АБ, ніж при гаусових моделях X .

У статті наведені залежності між фактором відмов в електропостачанні $LOLP$ і мінімально необхідною ємністю АБ для різних типів розподілів величин X . Особливості сильного впливу форми pdf флуктуацій на необхідну ємність акумуляторної системи говорять на користь більш ретельного врахування флуктуаційних характеристик радіації при розрахунках ФЕС.

ПОСИЛАННЯ

1. Generation of a typical meteorological year (No. SAND-78-1096C; CONF-780639-1). Sandia Labs., Albuquerque, NM (USA). <https://www.osti.gov/biblio/7013202>
2. B. Bartoli, B. Coluzzi, V. Guomo, M. Francesca, G. Serio. Autocorrelation of Daily Global Solar Radiation // IL Nuovo Cimento, 1981, Vol. 4C, N 2, 113-122.
3. U. Amato, A. Andretta, B. Bartoli et al. Markov processes and Fourier Analysis as a tool to describe and simulate daily solar irradiance. Solar Energy, 1986, Vol. 37, N 3, 179-194. [https://doi.org/10.1016/0038-092X\(86\)90075-7](https://doi.org/10.1016/0038-092X(86)90075-7).
4. M. Larrañeta, C. Fernandez-Peruchena, M. A. Silva-Pérez, I. Lillo-bravo, A. Grantham, J. Boland. Generation of synthetic solar datasets for risk analysis. Solar Energy, 2019, Vol. 187, 212-225. <https://doi.org/10.1016/j.solener.2019.05.042>.
5. J. M. Santos, J. M. Pinazo, J. Cañada. Methodology for generating daily clearness index values K_t starting from the monthly average daily value $\bar{K}_t$. Determining the daily sequence using stochastic models. Renewable Energy, 2003, Vol. 28, N 10, 1523-1544. [https://doi.org/10.1016/S0960-1481\(02\)00217-3](https://doi.org/10.1016/S0960-1481(02)00217-3).
6. Synthetic Solar Irradiance: Modeling Solar Data. Ed. Jamie M. Bright / Publisher: AIP Publishing (online), Melville, New York, 2021, https://doi.org/10.1063/9780735421820_001.
7. V.A. Graham, K.G.T. Hollands, T.E. Unny. A time series model for K_t with application to global synthetic weather generation. Solar Energy, 1988, Vol. 40, N 2, 83-92. [https://doi.org/10.1016/0038-092X\(88\)90075-8](https://doi.org/10.1016/0038-092X(88)90075-8).

8. R. Aguiar, M. Collares-Pereira. TAG: A time-dependent, autoregressive, Gaussian model for generating synthetic hourly radiation. *Solar Energy*, 1992, Vol. 49, N 3, 167-174, [https://doi.org/10.1016/0038-092X\(92\)90068-L](https://doi.org/10.1016/0038-092X(92)90068-L)
9. U. Amato, A. Andretta, B. Bartoli, B. Coluzzi, V. Cuomo & C. Serio. Stochastic modelling of solar-radiation data // *Il Nuovo Cimento C*, 1985, Vol. 8, N 3, 248-258. <https://doi.org/10.1007/BF02574711D>.
10. B. O. Ngoko, H. Sugihara, T. Funaki. Synthetic generation of high temporal resolution solar radiation data using Markov models. *Solar Energy*, 2014, Vol. 103, 160-170, <https://doi.org/10.1016/j.solener.2014.02.026>.
11. J. M. Bright, C. J. Smith, P. G. Taylor, R. Crook. Stochastic generation of synthetic minutely irradiance time series derived from mean hourly weather observation data. *Solar Energy*, 2015, Vol. 115, 229-242. doi.org/10.1016/j.solener.2015.02.032.
12. M. Larrañeta, C. Fernandez-Peruchena, M.A. Silva-Pérez, I. Lillo-Bravo. Methodology to synthetically downscale DNI time series from 1-h to 1-min temporal resolution with geographic flexibility // *Solar Energy*, 2018, Vol.162, 573-584. doi.org/10.1016/j.solener.2018.01.064.
13. M. Rayati, P. De Falco, D. Proto et al. Generation Data of Synthetic High Frequency Solar Irradiance for Data-Driven Decision-Making in Electrical Distribution Grids. *Energies*, 2021, Vol. 14, 4734, doi.org/10.3390/en14164734.
14. T. Khatib, I.A. Ibrahim, A. Mohamed. A review on sizing methodologies of photovoltaic array and storage battery in a standalone photovoltaic system. *Energy Conversion and Management*, 2016, Vol. 120, 430-448. <https://doi.org/10.1016/j.enconman.2016.05.011>.
15. А. Н. Гаевская, А. Ю. Гаевский. Разработка программного обеспечения для оптимизации параметров фотоэлектрических станций. II. Компонентный состав станции в зависимости от угла наклона фотомодулей. *Відновлювана енергетика*, 2017, № 3(50), 22-34.
16. M. Abed, A. Reddy, T.R. Jyothsna, N. Mohammed. Optimal sizing and performance assessment of stand-alone PV systems using optimum hybrid sizing strategy. *Results in Engineering*, 2025, V. 25, 103793, <https://doi.org/10.1016/j.rineng.2024.103793>
17. Scientific and applied reference book on the climate of the USSR. Series 3. Long-term data. Parts 1–6, Issue 10. Ukrainian SSR. L.: Hydrometeoizdat. 1990. 605 p.
18. Електронний ресурс: https://joint-research-centre.ec.europa.eu/photovoltaic-geographical-information-system-pvgis_en

REFERENCES

1. Generation of a typical meteorological year (No. SAND-78-1096C; CONF-780639-1). Sandia Labs., Albuquerque, NM (USA). <https://www.osti.gov/biblio/7013202>
2. B. Bartoli, B. Coluzzi, V. Guomo, M. Francesca, G. Serio. Autocorrelation of Daily Global Solar Radiation // *Il Nuovo Cimento*, 1981, Vol. 4C, N 2, 113-122.
3. U. Amato, A. Andretta, B. Bartoli et al. Markov processes and Fourier Analysis as a tool to describe and simulate daily solar irradiance. *Solar Energy*, 1986, Vol. 37, N 3, 179-194. [https://doi.org/10.1016/0038-092X\(86\)90075-7](https://doi.org/10.1016/0038-092X(86)90075-7).
4. M. Larrañeta, C. Fernandez-Peruchena, M. A. Silva-Pérez, I. Lillo-bravo, A. Grantham, J. Boland. Generation of synthetic solar datasets for risk analysis. *Solar Energy*, 2019, Vol. 187, 212-225. <https://doi.org/10.1016/j.solener.2019.05.042>.
5. J. M. Santos, J. M. Pinazo, J. Cañada. Methodology for generating daily clearness index values Kt starting from the monthly average daily value $\bar{K}_t$. Determining the daily sequence using stochastic models. *Renewable Energy*, 2003, Vol. 28, N 10, 1523-1544. [https://doi.org/10.1016/S0960-1481\(02\)00217-3](https://doi.org/10.1016/S0960-1481(02)00217-3).
6. Synthetic Solar Irradiance: Modeling Solar Data. Ed. Jamie M. Bright / Publisher: AIP Publishing (online), Melville, New York, 2021, https://doi.org/10.1063/9780735421820_001.
7. V.A. Graham, K.G.T. Hollands, T.E. Unny. A time series model for Kt with application to global synthetic weather generation. *Solar Energy*, 1988, Vol. 40, N 2, 83-92. [https://doi.org/10.1016/0038-092X\(88\)90075-8](https://doi.org/10.1016/0038-092X(88)90075-8).
8. R. Aguiar, M. Collares-Pereira. TAG: A time-dependent, autoregressive, Gaussian model for generating synthetic hourly radiation. *Solar Energy*, 1992, Vol. 49, N 3, 167-174, [https://doi.org/10.1016/0038-092X\(92\)90068-L](https://doi.org/10.1016/0038-092X(92)90068-L)
9. U. Amato, A. Andretta, B. Bartoli, B. Coluzzi, V. Cuomo & C. Serio. Stochastic modelling of solar-radiation data // *Il Nuovo Cimento C*, 1985, Vol. 8, N 3, 248-258. <https://doi.org/10.1007/BF02574711D>.
10. B. O. Ngoko, H. Sugihara, T. Funaki. Synthetic generation of high temporal resolution solar radiation data using Markov models. *Solar Energy*, 2014, Vol. 103, 160-170, <https://doi.org/10.1016/j.solener.2014.02.026>.
11. J. M. Bright, C. J. Smith, P. G. Taylor, R. Crook. Stochastic generation of synthetic minutely irradiance time series derived from mean hourly weather observation data. *Solar Energy*, 2015, Vol. 115, 229-242. doi.org/10.1016/j.solener.2015.02.032.
12. M. Larrañeta, C. Fernandez-Peruchena, M.A. Silva-Pérez, I. Lillo-Bravo. Methodology to synthetically downscale DNI time series from 1-h to 1-min temporal

- hr/>
- resolution with geographic flexibility // *Solar Energy*, 2018, Vol.162, 573-584.
doi.org/10.1016/j.solener.2018.01.064.
13. M. Rayati, P. De Falco, D. Proto et al. Generation Data of Synthetic High Frequency Solar Irradiance for Data-Driven Decision-Making in Electrical Distribution Grids. *Energies*, 2021, Vol. 14, 4734, doi.org/10.3390/en14164734.
14. T. Khatib, I.A. Ibrahim, A. Mohamed. A review on sizing methodologies of photovoltaic array and storage battery in a standalone photovoltaic system. *Energy Conversion and Management*, 2016, Vol. 120, 430-448. <https://doi.org/10.1016/j.enconman.2016.05.011>.
15. A. N. Gaevskaya, A. Yu. Gaevsky. Development of software for optimization of PV plant install parameters. II. Component composition dependence on the inclination angle of PV modules. *Vidnovluvana Energetica*, 2017, No. 3(50), 22-34.
16. M. Abed, A. Reddy, T.R. Jyothsna, N. Mohammed. Optimal sizing and performance assessment of stand-alone PV systems using optimum hybrid sizing strategy. *Results in Engineering*, 2025, V. 25, 103793, <https://doi.org/10.1016/j.rineng.2024.103793>
17. Scientific and applied reference book on the climate of the USSR. Series 3. Long-term data. Parts 1–6, Issue 10. Ukrainian SSR. L.: Hydrometeoizdat. 1990. 605 p.
18. Electronic resource: https://joint-research-centre.ec.europa.eu/photovoltaic-geographical-information-system-pvgis_en