

## МЕТОД РОЗРАХУНКУ ДИНАМІКИ ЗМІНИ УСЕРЕДНЕНОЇ ТЕМПЕРАТУРИ ТА КОНЦЕНТРАЦІЇ НОСІЇВ ЗАРЯДУ В ЕЛЕМЕНТАХ ЕНЕРГЕТИЧНИХ ПРИСТРОЇВ, ЯКІ ВИКОРИСТОВУЮТЬ ЕЛЕКТРОЛІТИ

Отримано 07 трав. 2026 р.; рекомендовано до публікації 26 чер. 2026 р.  
Доступно онлайн 30 чер. 2026 р.

Матях С. В.<sup>1</sup>, Суржик Т. В.<sup>2</sup>,  
Терешенко А. М.<sup>3</sup>, Шейко І. О.<sup>4</sup>

Автор для кореспонденції: Терешенко Андрій,  
e-mail: tereshenko.andrii@iil.kpi.ua

**Анотація.** У статті запропоновано метод розрахунку динаміки зміни усередненої за об'ємом температури та концентрації електричних зарядів в елементах енергетичних пристроїв, у яких використовуються електроліти. Актуальність роботи зумовлена тим, що для електрохімічних акумуляторів, паливних комірок, електролізерів та інших споріднених систем експериментальне визначення локальних значень температури, напруженості

електричного поля і концентрацій носіїв заряду є суттєво ускладненим, тоді як інтегральні або середньооб'ємні параметри доступні для вимірювання. Метою роботи є побудова теоретично обґрунтованого підходу, який дає змогу перейти від локальних рівнянь тепломасопереносу до рівнянь для усереднених у просторі характеристик. Метод базується на приведенні вихідних рівнянь до дивергентної форми, інтегруванні за об'ємом та використанні закону Ньютона для опису теплообміну із зовнішнім середовищем. У результаті отримано звичайне диференціальне рівняння для середньооб'ємної температури та систему рівнянь для усереднених концентрацій зарядів різних знаків. Показано, що в наближенні амбіполярної дифузії рівняння для концентрації набуває структури, аналогічної рівнянню нестационарної теплопровідності для усереднених параметрів. Практичне значення роботи полягає в можливості інтерпретації експериментально визначених інтегральних параметрів та використання одержаних залежностей для оцінювання теплового і концентраційного стану електролітовмісних енергетичних систем.

**Ключові слова:** електроліт, усереднена температура, концентрація зарядів, тепломасоперенос, електромасоперенос, амбіполярна дифузія, електрохімічний акумулятор, паливна комірка, електролізер.

### Перелік використаних позначень та скорочень

T – температура  
t – час  
qv – об'ємна густина тепловиділення  
ρ – густина середовища  
c – питома теплоємність  
λ – коефіцієнт теплопровідності  
V – об'єм  
S – замкнена поверхня, що обмежує об'єм  
Tсер – середньооб'ємна температура

Q – інтегральне тепловиділення в об'ємі  
α – коефіцієнт, що визначає характерний розмір середовища та його форму  
n+, n- – концентрації позитивно та негативно заряджених частинок  
E – напруженість електричного поля  
D+, D- – коефіцієнти дифузії  
μ+, μ- – рухливості заряджених частинок  
Da – коефіцієнт амбіполярної дифузії

**Вступ.** В енергетиці досить широко використовуються середовища, які містять електричні заряди протилежних знаків. Прикладами пристроїв, у яких використовуються такі середовища, є електрохімічні акумулятори, а також перспективні для екологічної енергетики [9, 10] водневі паливні

комірки, де водень можна отримувати за допомогою технологій електролізу води.

Слід зазначити, що у вищезгаданих та інших пристроях, методи локальної діагностики електромагнітних полів, температури і концентрації зарядів, а також динаміки їх зміни в часі практично

неможливо реалізувати експериментально. Тому обмежуються визначенням об'ємно усереднених параметрів, інтерпретація яких вимагає відповідного теоретичного обґрунтування.

**Постановка задачі.** По-перше розглянемо таку вихідну модель процесу нестационарної теплової провідності:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} - \lambda \Delta T = q_v, \quad (1)$$

де  $T$  – температура;  $t$  – час;  $q_v$  – об'ємна густина тепловиділення внаслідок проходження електричного струму;  $\rho$ ,  $c_p$ ,  $\lambda$  – відповідно, густина середовища, питома теплоємність та коефіцієнт теплової провідності.

**Методологія визначення усередненої за об'ємом  $V$  температури.** Приводячи оператор Лапласа  $\Delta T$  до дивергентної форми ( $\Delta T = \nabla \cdot (\nabla T)$ ), використовуючи закон Ньютона ( $\vec{q} = -\lambda \nabla T$ ), де  $\vec{q}$  – густина теплового потоку) і інтегруючи згідно з методологією робіт [1, 2] рівняння (1) за об'ємом  $V$  отримуємо

$$\rho c_p \int_V \frac{\partial T}{\partial t} dV + \int_V (\nabla \cdot \vec{q}) dV = \int_V q_v dV. \quad (2)$$

Оскільки для рухомого середовища виконується умова

$$\int_V \frac{\partial T}{\partial t} dV = \frac{d}{dt} \int_V T dV, \text{ то для середньооб'ємної температури}$$

$$T_{cp} = \int_V T dV / V$$

з (2) маємо

$$\frac{\partial T_{cp}}{\partial t} = \frac{Q_t - Q_-}{\rho c_p V}. \quad (3)$$

Тут  $Q_t = \int_V q_v dV$  – інтегральне тепловиділення

в об'ємі  $V$ , а  $Q_- = \oint_S \vec{q} \cdot d\vec{s}$  (інтеграл по замкненій поверхні  $s$ , оточеної об'ємом  $V$ ) – теплові втрати в оточуюче середовище.

У термінах середньооб'ємних значень

$$q_+ = \frac{Q_t}{V}, q_- = \frac{Q_-}{S} \text{ вираз (3) набуває вигляду}$$

$$\frac{dT_{cp}}{dt} = \frac{q_+ - k q_-}{\rho c_p}, k = S/V. \quad (4)$$

Тут  $k$  – коефіцієнт, який визначає характерний розмір середовища та його форму і який є змінним.

Зміст виразу (4) полягає в тому, що будучи експериментально перевіреною для конкретних значень параметра  $k$  [3–5], він може бути рекомендований і для інших значень  $q_+$ ,  $q_-$ ,  $s$  та  $V$ .

**Методологія визначення усереднених значень концентрацій зарядів у процесі тепломасопереносу.** Для процесів електромасопереносу зарядів різних знаків вихідна математична модель має вигляд [6]

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_+}{\partial t} - D_+ \Delta N_+ + \nabla \cdot (\mu_+ N_+ \vec{E}) &= F_+(N_+ N), \\ \frac{\partial N_-}{\partial t} - D_- \Delta N_- + \nabla \cdot (\mu_- N_- \vec{E}) &= F_-(N_+ N). \end{aligned} \quad (5)$$

Тут  $\vec{E}$  – напруженість електричного поля;  $F_+$ ,  $F_-$  – локальні функції для концентрацій  $N_+$ ,  $N_-$  внаслідок процесів іонізації та рекомбінації;  $D_+$ ,  $D_-$  та  $\mu_+$ ,  $\mu_-$ , відповідно, коефіцієнти дифузії та рухомості заряджених частинок, які пов'язані між собою співвідношеннями Ейнштейна.

Оскільки  $\Delta N_+ = \nabla \cdot (\nabla N_+)$ ,  $\Delta N_- = \nabla \cdot (\nabla N_-)$ , то система (5) приводиться до дивергентної форми по просторових координатах, і застосування теореми про дивергенцію [7] дає змогу отримати систему двох звичайних диференціальних рівнянь за часом  $t$  для усереднених за об'ємом  $V$  концентрацій зарядів  $n_+$ ,  $n_-$

$$n_+ = \int_V N_+ dV / V, n_- = \int_V N_- dV / V.$$

У наближенні амбіполярної дифузії [6], яка часто використовується в теорії електромасопереносу, при  $N_+ \approx N_- = N$ ,  $\mu_+$ ,  $\mu_-$ ,  $D_+$ ,  $D_- = const$  рівняння для  $N$  має вигляд, аналогічний (1),

$$\frac{\partial N}{\partial t} - D_a \nabla^2 N = F_N(N), \quad (6)$$

де  $D_a = \frac{D_+ \mu_- + D_- \mu_+}{\mu_- + \mu_+}$  – коефіцієнт амбіполярної дифузії. Також видно, що структура залежності

$$\frac{dN_{cp}}{dt} = \frac{1}{V} \int_V \frac{\partial N}{\partial t} dV \text{ має вигляд, аналогічний (4).}$$

На завершення зауважимо, що запропонований підхід може бути застосований і для визначення в часі просторово неоднорідних малих збурень параметрів, усереднених за об'ємом, оскільки в цьому разі оператори по просторових координатах також мають дивергентну форму [8].

**Можливе застосування отриманих співвідношень.** Отримані співвідношення для усередненої за об'ємом температури та концентрації зарядів мають важливе методичне значення для аналізу енергетичних пристроїв, у яких використовуються електроліти. Насамперед це стосується систем, де пряме експериментальне визначення локальних температурних полів і полів концентрації носіїв заряду є ускладненим, а контроль стану об'єкта здійснюється переважно за інтегральними або усередненими параметрами. У такому разі запропонований підхід дає змогу пов'язати результати вимірювань з фізичними процесами теплопереносу та електромасопереносу в робочому об'ємі.

Суттєвою перевагою запропонованого підходу є те, що після переходу до усереднених характеристик зберігається можливість аналізу часової динаміки процесів у порівняно простій математичній формі. Це є важливим для задач оцінювання теплового стану електрохімічних акумуляторів, паливних комірок та електролітичних систем, в яких температура і концентрація носіїв заряду істотно впливають на ефективність перетворення енергії, стабільність режимів роботи та ресурс обладнання. При цьому використання усереднених моделей є доцільним у тих випадках, коли детальний просторовий розподіл параметрів недоступний або не є визначальним для інженерної оцінки.

Окремо слід зазначити, що аналогія між рівняннями для середньооб'ємної температури та усереднених концентрацій зарядів у наближенні амбіполярної дифузії створює підстави для використання єдиних підходів до аналізу теплових режимів і режимів зміни концентрації носіїв заряду в таких системах. Це спрощує інтерпретацію експериментальних даних та відкриває можливість побудови узагальнених інженерних моделей для різних типів енергетичних пристроїв з електролітами, зокрема еквівалентних схем та електричних моделей електрохімічних акумуляторів [11]. У практичному відношенні це може бути корисним для прогнозування зміни стану пристрою в часі та для порівняльного аналізу різних конструктивних рішень.

Водночас застосування одержаних співвідношень потребує врахування припущень, прийнятих при усередненні вихідних рівнянь. Зокрема, точність опису визначатиметься характером просторової неоднорідності середовища, умовами теплообміну на межі та особливостями джерел тепловідділення і генерації носіїв заряду. Тому запропонований підхід доцільно розглядати як

ефективний інструмент теоретичного аналізу та інтерпретації експериментально визначених інтегральних характеристик, який у подальшому може бути уточнений для конкретних типів електролітовмісних енергетичних систем.

**Умови застосування усереднених моделей у задачах аналізу електролітовмісних енергетичних систем.** Використання усереднених моделей є найобґрунтованішим у тих випадках, коли основний інтерес становить інтегральна реакція системи на зовнішні або внутрішні збурення, а не детальна структура локальних полів. Для електрохімічних та електролітичних пристроїв це відповідає задачам оцінювання теплового стану, загальної інтенсивності масопереносу, порівняння режимів роботи та аналізу впливу параметрів конструкції на динаміку процесів у всьому об'ємі середовища.

До того ж важливо, що геометричні особливості об'єкта та характер теплообміну з навколишнім середовищем у запропонованому підході враховуються через узагальнені параметри моделі. Такий спосіб опису дає змогу застосовувати одержані співвідношення до систем різної форми і розмірів за умови належного вибору або експериментального уточнення відповідних коефіцієнтів. Саме тому метод може бути корисним не лише для теоретичного аналізу, а й для побудови інженерних розрахункових схем [12].

Ще однією перевагою підходу є можливість його використання під час обробки результатів експериментів, коли вимірюються середні температури, сумарні електричні характеристики або інші інтегральні показники, а відновлення локальної картини процесу є практично недоступним. У такій постановці усереднені моделі можуть виступати основою для інтерпретації експериментальних даних, оцінювання ефективності роботи пристрою та виявлення загальних закономірностей перебігу пов'язаних теплових і електромасопереносних процесів.

Водночас для режимів з різко вираженими локальними перегрівками, суттєвими градієнтами концентрації або складною нелінійною кінетикою запропоновані співвідношення слід розглядати як модель першого наближення. У таких випадках вони можуть використовуватись як базовий рівень опису, який у подальшому уточнюється за допомогою детальніших просторово залежних моделей або додатковою експериментальною ідентифікацією параметрів.

**Висновки**

У роботі запропоновано метод визначення динаміки усередненої за об'ємом температури в елементах енергетичних пристроїв з електролітами на основі інтегрування рівняння нестационарної теплопровідності за об'ємом досліджуваного середовища. Показано, що використання дивергентної форми просторових операторів та закону Ньютона для теплообміну із зовнішнім середовищем дає можливість перейти від локального опису процесу до звичайного диференціального рівняння для середньооб'ємної температури. Аналогічний підхід застосовано до процесів електромасопереносу зарядів різних знаків, унаслідок чого отримано систему рівнянь для усереднених концентрацій заряджених частинок. Встановлено, що в наближенні амбіполярної дифузії рівняння для концентрації має структуру, аналогічну рівнянню для усередненої температури, що свідчить про спільність підходу до опису теплових і концентраційних процесів у таких середовищах. Практичне значення одержаних результатів полягає в можливості інтерпретації інтегральних експериментальних даних у тих випадках, коли локальна діагностика температури, електромагнітних полів і концентрацій зарядів є неможливою або суттєво ускладненою. Перспективи подальших досліджень пов'язані з уточненням параметрів моделі для конкретних типів електролітовмісних енергетичних систем, а також із поширенням запропонованого підходу на задачі аналізу просторово неоднорідних малих збурень усереднених параметрів.

**ПОСИЛАННЯ**

1. Марченко В. А., Хруслов Є. Я. Крайові задачі в областях із дрібнозернистою границею. Київ: Наук. думка, 1974. 280 с.
2. Хруслов Є. Я. Усереднені моделі динаміки суспензій. Київ: Наук. думка, 2018. 326 с.
3. Рєзцов В. Ф., Суржик Т. В., Щокіна В. А. Модель нестационарної зміни середньої температури вологовмісних середовищ. Відновлювана енергетика. 2014. № 4. С. 35–38.
4. Матях С. В., Коломієць Д. П., Харченко Л. Л. Визначення усередненої температури фотоелектричних

батарей. Відновлювана енергетика. 2015. № 4. С. 17–19.

5. Кучинський В. П., Рєзцов В. Ф., Суржик Т. В. Метод прискорених випробувань процесів геліосушіння вологовмісних середовищ. Відновлювана енергетика. 2017. № 1. С. 44–48.
6. Матях С. В. Розв'язання двовірної задачі при моделюванні розподілу зарядів у фотоелектричних і електрохімічних перетворювачах. Відновлювана енергетика. 2014. № 3. С. 25–35.
7. Riley K. F., Hobson M. P., Bence S. J. *Mathematical Methods for Physics and Engineering: A Comprehensive Guide*. 3rd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2006. 1359 p.
8. Рєзцов В. Ф., Суржик Т. В. Синергетичний метод аналізу причин виникнення автоколивальних режимів у процесах перетворення енергії відновлюваних джерел. Відновлювана енергетика. 2017. № 1. С. 14–16.
9. Bondarenko D., Matiakh S., Surzhyk T., Sheiko I., Kravchenko M. Development trends of SOLAR power engineering based on the materials of the scientific and practical conference «Renewable energy and energy efficiency in the 21st century» 2024. *Vidnovluvana Energetika*. № 3. Pp. 76–83. [https://doi.org/10.36296/1819-8058.2024.3\(78\)76-83](https://doi.org/10.36296/1819-8058.2024.3(78)76-83).
10. Bondarenko D., Matiakh S., Surzhyk T., Sheiko I. Actual pathways for solar energy development based on the materials of the scientific and practical conference "Renewable energy and energy efficiency in the 21st century" [Сучасні шляхи розвитку сонячної енергетики за матеріалами науково-практичної конференції «Відновлювана енергетика та енергоефективність у XXI столітті» 2025]. *Vidnovluvana Energetika*. 2025. № (82). Pp. 82–88. [https://doi.org/10.36296/1819-8058.2025.3\(82\).82-88](https://doi.org/10.36296/1819-8058.2025.3(82).82-88).
11. Bondarenko D. Equivalent circuits of electric power accumulators connected to solar photocells. *Vidnovluvana Energetika*. 2019. № 3(58). Pp. 30–34. [https://doi.org/10.36296/1819-8058.2019.3\(58\).30-34](https://doi.org/10.36296/1819-8058.2019.3(58).30-34).
12. Bondarenko D. Electrical model of the hybrid photovoltaic thermal collector. *Vidnovluvana Energetika*. 2025. № 1(80). Pp. 44–50. [https://doi.org/10.36296/1819-8058.2025.1\(80\)44-50](https://doi.org/10.36296/1819-8058.2025.1(80)44-50).

## METHOD FOR CALCULATING THE DYNAMICS OF CHANGES IN THE AVERAGED TEMPERATURE AND CHARGE CARRIER CONCENTRATION IN ELEMENTS OF ENERGY DEVICES USING ELECTROLYTES

Received May 07, 2026; accepted Jun. 26, 2026  
Available online June. 30, 2026

Matiakh S.<sup>1</sup>, Surzhyk T.<sup>2</sup>,  
Tereshenko A.<sup>3</sup>, Sheiko I.<sup>4</sup>

Author for correspondence: Tereshenko Andrii,  
e-mail: tereshenko.andrii@iill.kpi.ua

<sup>1</sup> PhD

<https://orcid.org/0000-0002-1707-3519>

<sup>2</sup> Dr. of Science

<https://orcid.org/0000-0002-1418-7748>

<sup>3</sup> Ph.D. student

<https://orcid.org/0009-0001-9489-1793>

<sup>4</sup> Junior Researcher

<https://orcid.org/0000-0002-5770-3677>

<sup>1, 2, 3, 4</sup> Institute of Renewable Energy of the  
NAS of Ukraine, Kyiv, Ukraine

**Abstract.** *The article proposes a method for calculating the dynamics of changes in the volume-averaged temperature and concentration of electric charges in elements of energy devices that use electrolytes. The relevance of the study is determined by the fact that, for electrochemical batteries, fuel cells, electrolyzers, and other related systems, the experimental determination of local values of temperature, electric field strength, and charge carrier concentrations is significantly complicated, whereas integral or volume-averaged parameters are accessible for measurement. The aim of this work is to develop a theoretically substantiated approach that enables the transition from local heat and mass transfer equations to equations describing spatially averaged characteristics. The method is based on reducing the initial equations to divergence form, integrating them over the volume, and applying Newton's law to describe heat exchange with the external environment. As a result, an ordinary differential equation for the volume-averaged temperature and a system of equations for the averaged concentrations of charges of different signs were obtained. It is shown that, within the approximation of ambipolar diffusion, the concentration equation acquires a structure analogous to the equation of transient heat conduction for averaged parameters. The practical significance of the work lies in the possibility of interpreting experimentally determined integral parameters and using the obtained relationships to assess the thermal and concentration states of electrolyte-containing energy systems.*

**Keywords:** *electrolyte, volume-averaged temperature, charge carrier concentration, heat and mass transfer, electro-mass transfer, ambipolar diffusion, electrochemical battery, fuel cell, electrolyzer.*

### List of used designations and abbreviations

T — temperature

t — time

$q_v$  — volumetric heat generation rate

$\rho$  — density of the medium

c — specific heat capacity

$\lambda$  — thermal conductivity coefficient

V — volume

S — closed surface bounding the volume

$T_{avg}$  — volume-averaged temperature

Q — total heat generation within the volume

$\alpha$  — coefficient that characterizes the representative size of the medium and its shape

$n^+$ ,  $n^-$  — concentrations of positively and negatively charged particles

E — electric field strength

$D^+$ ,  $D^-$  — diffusion coefficients

$\mu^+$ ,  $\mu^-$  — mobilities of charged particles

$D_a$  — ambipolar diffusion coefficient

**Introduction.** Media containing electric charges of opposite signs are widely used in the energy sector. Examples of devices employing such media include electrochemical batteries, as well as hydrogen fuel cells, which are promising for environmentally friendly energy systems [9, 10], where hydrogen can be produced using water electrolysis technologies.

It should be noted that, in the above-mentioned and other devices, methods for the local diagnostics of

electromagnetic fields, temperature, charge concentration, and the dynamics of their temporal variation are practically impossible to implement experimentally. Therefore, the analysis is limited to the determination of volume-averaged parameters, the interpretation of which requires an appropriate theoretical justification.

**Problem Statement.** First, let us consider the following initial model of the transient heat conduction process:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} - \lambda \Delta T = q_v, \quad (1)$$

where  $T$  - temperature;  $t$  - time;  $q_v$  - volumetric heat generation rate caused by the passage of electric current;  $\rho$ ,  $c_p$ ,  $\lambda$  - density of the medium, specific heat capacity, and thermal conductivity coefficient, respectively.

**Methodology for Determining the Temperature Averaged over the Volume V.** By reducing the Laplace operator  $\Delta T$  to divergence form ( $\Delta T = \nabla \cdot (\nabla T)$ ), using Newton's law ( $\vec{q} = -\lambda \nabla T$ ), where  $\vec{q}$  - heat flux density, and integrating equation 1 over the volume  $V$  according to the methodology presented in works [1, 2], we obtain

$$\rho c_p \int_V \frac{\partial T}{\partial t} dV + \int_V (\nabla \cdot \vec{q}) dV = \int_V q_v dV. \quad (2)$$

Since, for a moving medium, the following condition is satisfied

$$\int_V \frac{\partial T}{\partial t} dV = \frac{d}{dt} \int_V T dV, \text{ then, for the volume-averaged temperature}$$

$$T_{cp} = \int_V T dV / V$$

from equation 2, we obtain

$$\frac{\partial T_{cp}}{\partial t} = \frac{Q_t - Q_-}{\rho c_p V}. \quad (3)$$

Here  $Q_t = \int_V q_v dV$  - total heat generation within the

volume  $V$ , and  $Q_- = \oint_S \vec{q} \cdot d\vec{s}$  (the integral over the closed surface  $S$  enclosing the volume  $V$ ) - heat losses to the surrounding medium.

In terms of volume-averaged values

$q_+ = \frac{Q_t}{V}$ ,  $q_- = \frac{Q_-}{S}$  expression (3) takes the form

$$\frac{dT_{cp}}{dt} = \frac{q_+ - k q_-}{\rho c_p}, \quad k = S/V \quad (4)$$

Here,  $k$  - coefficient that determines the characteristic size of the medium and its shape and is variable.

The meaning of expression (4) is that, after being experimentally verified for specific values of the parameter  $k$  [3-5], it can also be recommended for other values of  $q_+$ ,  $q_-$ ,  $S$ , and  $V$ .

**Methodology for Determining Averaged Values of Charge Concentrations in the Heat and Mass Transfer Process.** For electromass transfer processes involving charges of different signs, the initial mathematical model has the following form [6].

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_+}{\partial t} - D_+ \Delta N_+ + \nabla \cdot (\mu_+ N_+ \vec{E}) &= F_+(N_+ N), \\ \frac{\partial N_-}{\partial t} - D_- \Delta N_- + \nabla \cdot (\mu_- N_- \vec{E}) &= F_-(N_+ N). \end{aligned} \quad (5)$$

Here,  $\vec{E}$  - electric field strength;  $F_+$ ,  $F_-$  - local functions for the concentrations  $N_+$ ,  $N_-$  resulting from ionization and recombination processes;  $D_+$ ,  $D_-$  and  $\mu_+$ ,  $\mu_-$  - diffusion coefficients and mobilities of charged particles, respectively, which are related to each other by the Einstein relations.

Since  $\Delta N_+ = \nabla \cdot (\nabla N_+)$ ,  $\Delta N_- = \nabla \cdot (\nabla N_-)$ , system (5) is reduced to divergence form with respect to the spatial coordinates, and application of the divergence theorem [7] makes it possible to obtain a system of two ordinary differential equations with respect to time  $t$  for the concentrations  $n_+$ ,  $n_-$  averaged over the volume  $V$ .

$$n_+ = \int_V N_+ dV / V, \quad n_- = \int_V N_- dV / V.$$

In the approximation of ambipolar diffusion [6], which is often used in the theory of electromass transfer, under the conditions

$$N_+ \approx N_- = N, \mu_+, \mu_-, D_+, D_- = const$$

the equation for  $N$  has a form analogous to (1),

$$\frac{\partial N}{\partial t} - D_a \nabla^2 N = F_N(N), \quad (6)$$

where  $D_a = \frac{D_+ \mu_- + D_- \mu_+}{\mu_- + \mu_+}$  - ambipolar diffusion coefficient. It is also evident that the structure of the dependence

$$\frac{dN_{cp}}{dt} = \frac{1}{V} \int_V \frac{\partial N}{\partial t} dV$$
 has a form analogous to (4).

Finally, it should be noted that the proposed approach can also be applied to determine, over time, spatially inhomogeneous small perturbations of parameters averaged over the volume, since in this case the operators with respect to spatial coordinates also have divergence form [8].

**Possible Application of the Obtained Relationships.** The obtained relationships for the volume-averaged temperature and charge concentration are of important methodological significance for the analysis of energy devices that use electrolytes. This primarily concerns systems in which the direct experimental determination of local temperature fields and charge carrier concentration fields is complicated, while the state of the object is monitored mainly by means of integral or averaged parameters. In this case, the proposed approach makes it possible to relate measurement results to the physical processes of heat transfer and electromass transfer in the working volume.

A significant advantage of the proposed approach is that, after the transition to averaged characteristics, it remains possible to analyze the temporal dynamics of the processes in a relatively simple mathematical form. This is important for problems related to assessing the thermal state of electrochemical batteries, fuel cells, and electrolytic systems, in which temperature and charge carrier concentration significantly affect energy conversion efficiency, stability of operating modes, and equipment lifetime. At the same time, the use of averaged models is appropriate in cases where a detailed spatial distribution of parameters is either unavailable or not decisive for engineering assessment.

It should also be noted that the analogy between the equations for the volume-averaged temperature and the averaged charge concentrations in the approximation of ambipolar diffusion provides a basis for applying unified approaches to the analysis of thermal regimes and regimes of charge carrier concentration variation in such systems. This simplifies the interpretation of experimental data and enables the development of generalized engineering models for various types of electrolyte-based energy devices, in particular, equivalent circuits and electrical models of electrochemical batteries [11]. In practical terms, this may be useful for predicting changes in the state of a device over time and for the comparative analysis of different design solutions.

At the same time, the application of the obtained relationships requires consideration of the assumptions adopted when averaging the initial equations. In particular, the accuracy of the description will be determined by the nature of the spatial inhomogeneity of the medium, the heat exchange conditions at the boundary, and the specific features of heat generation sources and charge carrier generation. Therefore, the proposed approach should be considered an effective tool for theoretical analysis and interpretation of experimentally determined integral characteristics, which can subsequently be refined for specific types of electrolyte-containing energy systems.

**Conditions for the Application of Averaged Models in Problems of Analyzing Electrolyte-Containing Energy Systems.** The use of averaged models is most justified in cases where the primary interest lies in the integral response of the system to external or internal perturbations rather than in the detailed structure of local fields. For electrochemical and electrolytic devices, this corresponds to problems of assessing the thermal state, the overall intensity of mass transfer, comparing operating modes, and analyzing the influence of design parameters on the dynamics of processes throughout the entire volume of the medium.

At the same time, it is important that the geometric features of the object and the nature of heat exchange with the surrounding environment are taken into account in the proposed approach through generalized model parameters. This method of description makes it possible to apply the obtained relationships to systems of different shapes and sizes, provided that the corresponding coefficients are properly selected or experimentally refined. Therefore, the method may be useful not only for theoretical analysis but also for the development of engineering calculation schemes [12].

Another advantage of the approach is the possibility of using it in the processing of experimental results, when average temperatures, total electrical characteristics, or other integral indicators are measured, while reconstruction of the local picture of the process is practically inaccessible. In such a formulation, averaged models can serve as a basis for interpreting experimental data, evaluating device performance, and identifying general regularities in the course of coupled thermal and electromass transfer processes.

At the same time, for regimes with pronounced local overheating, significant concentration gradients, or complex nonlinear kinetics, the proposed relationships should be considered as a first-approximation model. In such cases, they can be used as a basic level of description, which may subsequently be refined using more detailed spatially dependent models or through additional experimental identification of parameters.

## Conclusions

The paper proposes a method for determining the dynamics of the volume-averaged temperature in elements of energy devices with electrolytes based on the integration of the transient heat conduction equation over the volume of the medium under study. It is shown that the use of the divergence form of spatial operators and Newton's law for heat exchange with the external environment makes it possible to proceed from a local description of the process to an ordinary differential equation for the volume-averaged temperature.

A similar approach is applied to electromass transfer processes involving charges of different signs, resulting in a system of equations for the averaged concentrations of charged particles. It is established that, in the approximation of ambipolar diffusion, the concentration equation has a structure analogous to the equation for the averaged temperature, which indicates the commonality of the approach to describing thermal and concentration processes in such media.

The practical significance of the obtained results lies in the possibility of interpreting integral experimental data in cases where local diagnostics of temperature, electromagnetic fields, and charge concentrations is impossible or significantly complicated. Prospects for further research are associated with refinement of the model parameters for specific types of electrolyte-containing energy systems, as well as with extending the proposed approach to problems of analyzing spatially inhomogeneous small perturbations of averaged parameters.

## REFERENCES

1. Marchenko V. A., Khruslov Ye. Ya. *Boundary Value Problems in Domains with a Fine-Grained Boundary*. Kyiv: Naukova Dumka, 1974. 280 p.
2. Khruslov Ye. Ya. *Averaged Models of Suspension Dynamics*. Kyiv: Naukova Dumka, 2018. 326 p.
3. Rieztsov V. F., Surzhyk T. V., Shchokina V. A. Model of transient variation of the average temperature of moisture-containing media. *Vidnovluvana Energetika*. 2014. No. 4. P. 35–38.
4. Matiakh S. V., Kolomiets D. P., Kharchenko L. L. Determination of the averaged temperature of photovoltaic batteries. *Vidnovluvana Energetika*. 2015. No. 4. P. 17–19.

- 
5. Kuchynskiy V. P., Rieztsov V. F., Surzhyk T. V. Method of accelerated testing of solar drying processes of moisture-containing media. *Vidnovluyana Energetika*. 2017. No. 1. P. 44–48.
  6. Matiakh S. V. Solution of a two-dimensional problem in modeling charge distribution in photovoltaic and electrochemical converters. *Vidnovluyana Energetika*. 2014. No. 3. P. 25–35.
  7. Riley K. F., Hobson M. P., Bence S. J. *Mathematical Methods for Physics and Engineering: A Comprehensive Guide*. 3rd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2006. 1359 p.
  8. Rieztsov V. F., Surzhyk T. V. Synergetic method for analyzing the causes of self-oscillatory regimes in energy conversion processes of renewable sources. *Vidnovluyana Energetika*. 2017. No. 1. P. 14–16.
  9. Bondarenko D., Matiakh S., Surzhyk T., Sheiko I., Kravchenko M. Development trends of solar power engineering based on the materials of the scientific and practical conference “Renewable Energy and Energy Efficiency in the 21st Century” 2024. *Vidnovluyana Energetika*. No. 3/2024. P. 76–83. [https://doi.org/10.36296/1819-8058.2024.3\(78\)76-83](https://doi.org/10.36296/1819-8058.2024.3(78)76-83).
  10. Bondarenko D., Matiakh S., Surzhyk T., Sheiko I. Actual pathways for solar energy development based on the materials of the scientific and practical conference “Renewable Energy and Energy Efficiency in the 21st Century” *Vidnovluyana Energetika*. 2025. No. 3(82). P. 82–88. [https://doi.org/10.36296/1819-8058.2025.3\(82\).82-88](https://doi.org/10.36296/1819-8058.2025.3(82).82-88).
  11. Bondarenko D. Equivalent circuits of electric power accumulators connected to solar photocells. *Vidnovluyana Energetika*. 2019. No. 3(58). P. 30–34. [https://doi.org/10.36296/1819-8058.2019.3\(58\).30-34](https://doi.org/10.36296/1819-8058.2019.3(58).30-34).
  12. Bondarenko D. Electrical model of the hybrid photovoltaic thermal collector. *Vidnovluyana Energetika*. 2025. No. 1(80). P. 44–50. [https://doi.org/10.36296/1819-8058.2025.1\(80\)44-50](https://doi.org/10.36296/1819-8058.2025.1(80)44-50).

