

ДОСЛІДЖЕННЯ РЕЗЕРВІВ ПІДВИЩЕННЯ ЕНЕРГЕТИЧНОЇ ЕФЕКТИВНОСТІ МАЛОЇ ГЕС ЗА ЗМІНИ ЧАСТОТИ СТРУМІВ ТУРБОАГРЕГАТУ

Отримано 29 лип. 2025 р.; рекомендовано до публікації 09 груд. 2025 р.
Доступно онлайн 31 груд. 2025 р.

Попович О. М.¹, Головань І. В.²

Автор для кореспонденції: Попович Олександр,
e-mail: popovich1955@ukr.net

¹ д-р. техн. наук
<https://orcid.org/0000-0002-9238-5782>

² канд. техн. наук
<https://orcid.org/0000-0002-5250-6981>

^{1, 2} Інститут відновлюваної енергетики НАН України, Інститут електродинаміки НАН України, м. Київ, Україна

Обґрунтовано комплексну математичну модель електромеханічної системи малої ГЕС для цілей дослідження її енергетичної ефективності в умовах варіювання величин: відкриття лопатей осьового напрямного апарату, частоти струмів асинхронного генератора, статичного напору. Розроблено методику чисельного експерименту дослідження області ефективного застосування частотного регулювання турбоагрегатів. Пошук умов оптимальних режимів роботи здійснюється за критерієм максимуму енергетичної ефективності – співвідношення величини генерованої потужності й витрат води, які встановлюються за результатами визначення параметрів усталених режимів роботи завдяки розв'язку системи диференціальних рівнянь електричної, механічної, гідравлічної рівноваги до усталеного стану з урахуванням взаємного впливу складових системи, нелінійності їх рівнянь. Перший етап чисельного експерименту призначено для визначення оптимальних значень частоти зміни струмів асинхронного генератора за незмінної величини статичного напору. Показано, що доцільність застосування частотного регулювання турбоагрегатів зростає з наближенням до меж області енергоефективного використання турбіни. Другий етап чисельного експерименту пов'язаний з визначенням умов ефективної роботи ГЕС з частотним регулюванням у режимі природного стоку. Встановлено, що за оптимальних режимів частотного регулювання знижуються витрати, що дозволяє збільшити рівень води у водосховищі й енергетичний вихід ГЕС. На конкретному прикладі показано, що в режимі природного стоку застосування частотного регулювання забезпечило збільшення величини генерованої потужності на 53 %.

Ключові слова: гідравлічна електрична станція, імітаційна модель, електромеханічна система, динамічні математичні моделі, усталені режими роботи, енергетична ефективність, частотне регулювання.

Використані позначення та скорочення

ГЕС – гідравлічна електрична станція

ТА – турбінний агрегат

АГ – асинхронний генератор

ККДТ – коефіцієнт корисної дії турбіни

ЕМС – електромеханічна система

H – статичний напір

Q_g – витрати

P_e – генерована потужність

f – частота

P_g – теплові втрати нагрівання обмотки АГ

a_0 – відкриття лопатей осьового напрямного апарату

Мала гідроенергетика в умовах України [1–5] використовує водні ресурси, які є важливою складовою інших галузей виробництва, а також суттєво впливають на стан навколишнього середовища. У цих умовах доцільний режим експлуатації водосховищ ГЕС не можна визначати, зважаючи на обсяги виробленої енергії. Режим слід вибирати за комплексними критеріями ефективності з урахуванням багатьох чинників [6]. Така комплексна оцінка потребує досліджень (і відповідних засобів) для визначення параметрів робочих режимів ГЕС, які можуть суттєво відхилитись від проектних оптимальних.

Визначення ефективної стратегії використання водних ресурсів потребує порівняльної оцінки результатів різних варіантів організації цього процесу. Зокрема, актуальним є забезпечення балансу між отриманням максимальної енергетичної ефективності й мінімізацією коливань рівня води водосховища для запобігання екологічним проблемам і збереження стабільних умов роботи інших технічних систем, залежних від рівня води [7–11]. Наприклад, це можуть бути водозабори систем водопостачання, об'єкти сонячної енергетики, розміщені на поверхні води. Доцільність розміщення сонячних панелей на

поверхні води водосховища пов'язана з: покращенням їх охолодження для більшої енергетичної ефективності; наявністю великих вільних рівних поверхонь; зменшенням нагріву води водосховища для менших її втрат з випаровуванням і негативних впливів на водний біоценоз.

Під час роботи ГЕС у режимі природного стоку режим роботи гідротурбіни часто істотно відхиляється від оптимального. Для його вдосконалення доцільними є розробка і обґрунтування додаткових способів регулювання [12, 13], зокрема частотного регулювання турбоагрегатів [14, 15]. При цьому збільшується на одиницю розмірність простору для пошуку оптимального співвідношення режимних параметрів. У сучасній практиці дослідження енергетичної ефективності складних технічних систем широкого застосування набули чисельні методи оптимізації, зокрема градієнтні підходи, методи глобального пошуку (генетичні алгоритми, рої частинок тощо). Втім, при дослідженні ЕМС малої ГЕС, побудованої на основі складних нелінійних моделей гідротурбіни, асинхронного генератора та гідравлічної системи, такі методи не завжди можуть виявитися ефективними. Зокрема, через складну структуру моделі, що характеризується дискретними параметрами, сильною нелінійністю, відсутністю аналітичних виразів для градієнтів цільової функції автоматизовані методи оптимізації часто виявляються або нестійкими, або обчислювально неефективними.

З огляду на вищевикладене у цій роботі застосовано метод перебору для пошуку екстремуму, який знаходить практичне використання [16]. У роботі реалізовано поетапний ручний підхід до оптимізації – методичний перебір можливих комбінацій варіюваних параметрів з подальшим аналізом їх впливу на значення критерію енергетичної ефективності. Такий підхід дозволяє здійснити достовірний і керований пошук області оптимальних режимів роботи, зберігаючи стабільність розв'язку і точність оцінювання ефективності. Це особливо важливо в умовах використання імітаційної моделі, що описує систему в її динаміці до досягнення усталеного режиму. Саме така структура дослідження дозволила уникнути труднощів збіжності, властивих чисельним алгоритмам за наявності нелінійних та неаналітичних залежностей.

Метою роботи є отримання кількісної оцінки енергетичної доцільності застосування регулювання частоти струмів асинхронного генератора (АГ). Для досягнення цієї мети буде обґрунтовано комплексну математичну модель дослідження режимів ЕМС малої ГЕС в умовах варіювання величин: відкриття лопатей осьового напрямного апарату, частоти струмів АГ, статичного напору. Крім того, розроблено методику цього чисельного експерименту, досліджено область ефективного застосування частотного регулювання турбоагрегатів: визначено її параметри і величину резервів підвищення енергетичної ефективності.

Умови дослідження подібні до застосованих за комплексної математичної моделі ГЕС [17] і імітаційної моделі гідротурбіни [18]. Режим роботи досліджується з урахуванням взаємного впливу гідротурбіни, асинхронного генератора із засобами керування, гідравлічної системи ГЕС. Функціональна схема ЕМС малої ГЕС, яка наведена на рис. 1, відображає структуру системи і механізм взаємного впливу її складових. Величина статичного напору (з урахуванням втрат напору гідравлічної мережі) визначає напір турбіни, який (залежно від величини її швидкості й стану напрямного апарату) обумовлює величину витрат води і моменту на валу; момент турбіни через мультиплікатор прикладений до валу АГ і у взаємодії з електромагнітним моментом АГ (який залежить від ковзання ротора, частоти й величини струмів) визначає швидкість обертання усіх валів і, відповідно, впливає на витрати води. З урахуванням зв'язків складових ЕМС (рис. 1) рівняння електричної, механічної і гідравлічної рівноваги [18, 17] забезпечують визначення параметрів усталених режимів роботи відповідно до керуючих впливів системи керування на напрямний апарат турбіни і перетворювач параметрів електричної енергії в електричних колах АГ. Зміна частоти впливає на кутову швидкість валів і забезпечує встановлення потрібного режиму роботи. У режимі природного стоку система керування забезпечує рівність припливу і витрат води ГЕС та встановлення відповідного режиму статичного напору. Електрична потужність генератора після перетворення спрямовується до споживачів.

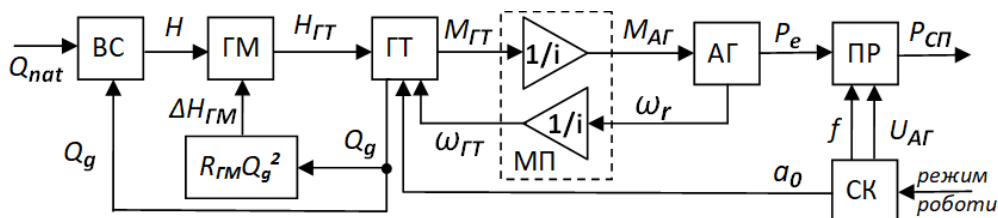


Рис. 1. Функціональна схема ЕМС малої ГЕС: ВС – водосховище; ГМ – гідравлічна мережа; Г – гідравлічна турбіна; МП – мультиплікатор; А – асинхронний генератор; ПР – перетворювач параметрів електричної енергії; СК – система керування; Q_{nat} – приплив води до водосховища; Q_g – витрати води ГЕС; H – статичний напір; $H_{ГТ}$ – напір ГТ; $\Delta H_{ГМ}$ – втрати напіру в ГМ; $R_{ГМ}$ – опір ГМ; $M_{ГТ}$, M_{Ag} – момент на валу ГТ і АГ; $\omega_{ГТ}$, ω_r – кутова швидкість валу ГТ і АГ; i – передавальне відношення МП; P_e , P_{cp} – електрична потужність АГ і направлена споживачу; f , U_{Ag} – частота і напруга АГ; a_0 – відкриття лопатей осьового напрямного апарата ГТ

Пошук умов оптимальних режимів роботи здійснюється за критерієм максимуму енергетичної ефективності – співвідношення обсягів виробленого продукту і витрачених ресурсів [6]. Для умов малої ГЕС це співвідношення генерованої потужності й витрат води, як миттєвий показник і інтегралів цих величин – при аналізі робочих циклів [17]. Така комплексна математична модель призначена для дослідження усталених режимів роботи, які забезпечують дослідження енергетичної ефективності з нехтуванням впливу перехідних процесів. За даної умови, спираючись на умови чисельного експерименту, визначаються параметри робочих режимів і відповідні величини критерію ефективності. Зважаючи на складні нелінійні моделі складових ЕМС ГЕС, пошук параметрів усталених режимів роботи здійснюється за результатами розв'язку до усталеного стану системи диференціальних рівнянь електричної, механічної і гідравлічної рівноваги з використанням засобів імітаційного моделювання. Це, на відміну від математичного апарату алгебраїчних рівнянь усталених режимів роботи, дозволяє позбутися проблеми збіжності рішення систем рівнянь з нелінійними коефіцієнтами [20, 19].

Математична модель комплексного дослідження ЕМС ГЕС з пропелерними гідротурбінами Пр 15/1100-5-25 з діаметром $D_1 = 1,2$ м і з АГ на базі серійних двигунів 4А355М2, [17, 18, 21] скорегована з урахуванням частотного регулювання турбоагрегатів і передбачає зміну частоти струмів АГ і, відповідно, величини напруги за законом $U/f = \text{const}$. Модель [17] передбачає можливість зміни кількості паралельно працюючих однотипних

турбоагрегатів. Механічна енергія з кожної турбіни передається до двох АГ, які у паралель передають електричну енергію до споживачів. Для покращення ступеня завантаження АГ передбачено можливість електричного відключення одного з них. Математичну модель АГ для системи імітаційного моделювання побудовано з урахуванням втрат у сталі за допомогою відповідних еквівалентних контурів [22].

Комплексна математична модель ЕМС малої ГЕС для дослідження режимів з варіюванням частоти струмів АГ у системі імітаційного моделювання наведена на рис. 2. Вона відповідає функціональній схемі, зображеній на рис. 1. У верхній третині рис. 2 розміщено блоки розв'язку диференціальних рівнянь гідравлічної й механічної рівноваги [18] з визначенням витрат води і кутової швидкості ротора турбіни. При цьому використано блок моделювання пропелерної гідротурбіни Пр 15/1100-5-25, [18]. У середній частині рис. 2 розміщено імітаційну модель АД з еквівалентними контурами втрат у сталі [22]. Ця модель побудована на базі моделі АД електромеханотронної системи з довільною структурою обмотки статора. У системі імітаційного моделювання вітки обмотки статора представлено керованими джерелами струму, відповідно до їх розрахованих величин (і переданих блоками i_1 , i_2 , i_3) у блоці структурного моделювання АД_355М2. У ньому відповідно до вхідних величин кутової швидкості ротора і миттєвих значень напруги (матриця напруги складається з трьох нульових величин для короткозамкнених еквівалентних

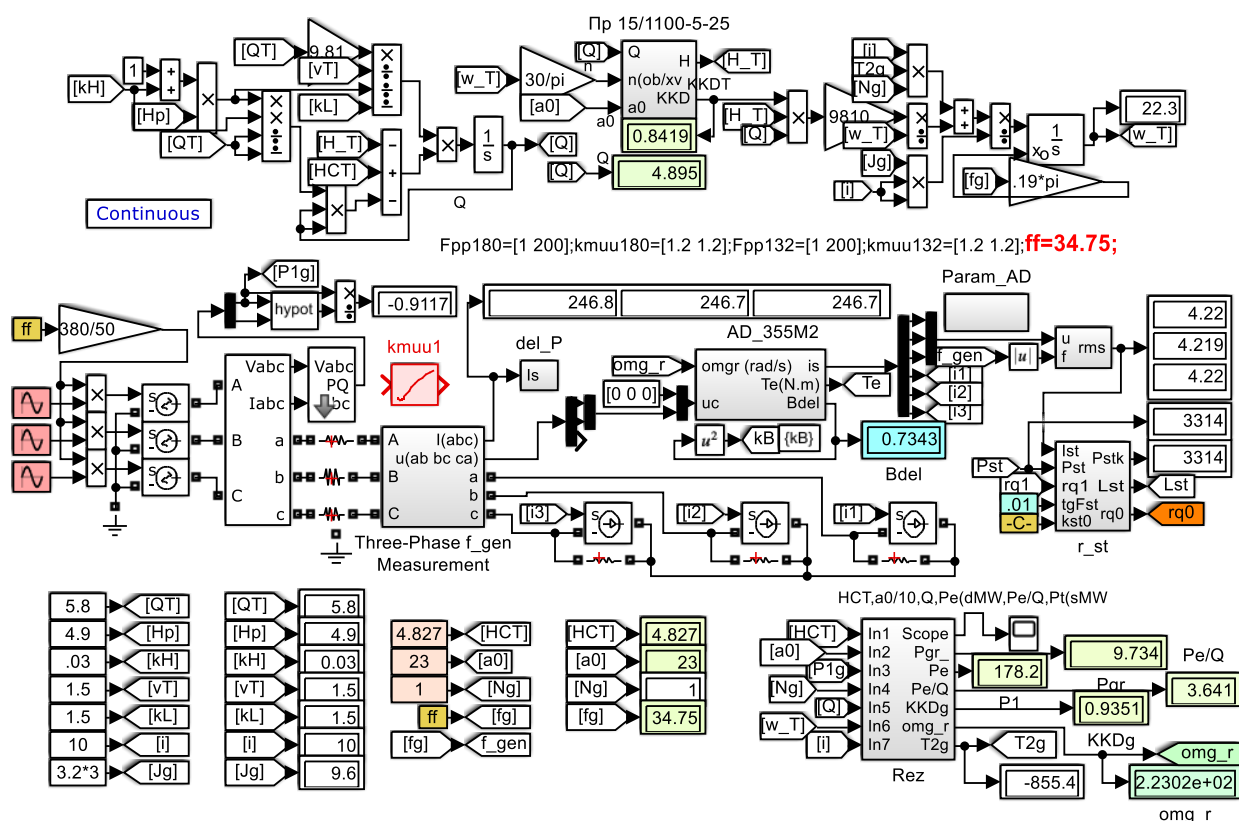


Рис. 2. Комплексна імітаційна модель ЕМС малої ГЕС з варіюванням частоти струмів АГ

контурів втрат у сталі і двох лінійних напруг для схеми з'єднання фаз АД «зірка») розраховуються миттєві значення струмів (трьох еквівалентних контурів і трьох фаз статора), електромагнітний момент, індукція повітряного проміжку. Розрахунок параметрів АД здійснюється у блоці Param_AD, параметрів еквівалентних контурів – r_{st} , втрат потужності у АД – del_P . У нижній третині рис. 2 розміщено блоки вихідних даних і розрахунку показників робочих режимів. Приклад розрахунку параметрів робочих режимів ЕМС малої ГЕС до усталеного стану показано на рис. 3. Розмірності указано в позначеннях кривих: статичного напору, H ; витрат води, Qg ; відкриття лопатей осьового напрямного апарату, $a0$; генерованої потужності АГ, Pe ; теплові втрати нагрівання обмотки АГ, Pg ; показника ефективності, Pe/Q .

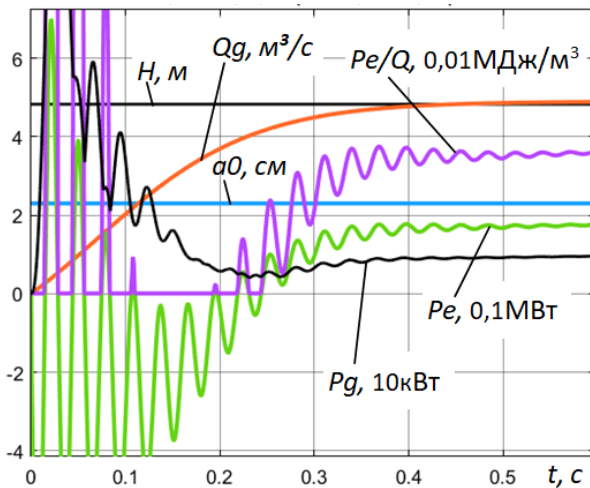


Рис. 3. Розрахунок параметрів робочого режиму до усталеного стану

У цій роботі вдосконалена комплексна математична модель, що використовується для пошуку оптимальних величин режимних параметрів за критерієм максимуму відношення генерованої потужності (Pe) до витрат води ГЕС (Qg). При цьому варіюються величини статичного напору (H), відкриття лопатей осьового напрямного апарату ($a0$), частоти струмів АГ (f). Математична модель, яка побудована в системі імітаційного моделювання середовища MATLAB, спираючись на задані початкові умови, забезпечує розв'язок системи диференціальних рівнянь електричної, механічної й гідравлічної рівноваги до усталеного стану параметрів робочого режиму. Величина останніх забезпечує встановлення значення критерію ефективності й бажаний напрям зміни варіюваних параметрів для пошуку оптимального варіанта. Відповідно до особливостей конструкції гідротурбіни величина відкриття лопатей осьового напрямного апарату змінюється дискретно, а напір та частота може змінюватись плавно. Система MATLAB надає можливості зміни варійованої величини в процесі розрахунку, але в розробленій моделі це може стосуватись тільки напору, оскільки задане значення частоти використовується при ініціалізації моделі для задання параметрів стандартних блоків розрахунку.

Відповідно до викладеного пошук оптимальних робочих параметрів (за критерієм максимуму величини Pe/Q) здійснювався за результатами ряду розрахункових спроб зі зміною початкових умов частоти й величини відкриття лопатей осьового напрямного апарату, а також статичного напору води водосховища з можливістю його зміни в процесі розрахунку. Для мінімізації кількості розрахункових спроб чисельний експеримент здійснювався у кілька етапів.

Перший етап чисельного експерименту починається з визначення оптимальних значень частоти зміни струмів АГ за незмінних величин статичного напору (H , від 3 до 8 м з кроком 1 м) і відкриття лопатей напрямного апарату ($a0$, від 23 до 31 мм з кроком 1 мм). Як приклад результати чисельного експерименту за величини напору $H = 5$ м показано на рис. 4. У кожному рядку відповідно до величини $a0$ показано, за зміни частоти f , Гц, зміну величини параметрів робочого режиму: Pe/Q , $0,01\text{МВт}/(\text{м}^3/\text{с})=0,01\text{МДж}/\text{м}^3$; ККДТ – ККД турбіни; Pg , кВт – теплові втрати нагрівання обмотки АГ, які в номінальному режимі становлять 16,77 кВт (множник попереду вказує на кількість одночасно працюючих АГ турбіни); Qg , $\text{м}^3/\text{с}$ – витрати ГЕС; Pe , кВт – генерована потужність. За кожної величини $a0$ варіювання частотою здійснювалось з метою пошуку умов максимальної ефективності. Внаслідок аналізу отриманих даних при варіюванні величиною $a0$ визначено, що за напору $H = 5$ м оптимальними є величини: $a0 = 26$ мм і $f = 45$ Гц.

a0/H 24/5	f	37.5	40	42.5	45	50
	Pe/Q	3.83	3.88	3.88	3.8	3.48
	ККДТ	.858	.87	.87	.855	.791
	Pg	1*10.54	1*10.4	1*10.2	1*9.85	1*9.1
	Qg	5.16	5.22	5.28	5.34	5.45
	Pe	198	203	205	203	190
a0/H 25/5	f	40	42.5	45	47.5	50
	Pe/Q	3.879	3.914	3.9	3.8	3.64
	ККДТ	.87	.878	.88	.858	.825
	Pg	1*10.72	1*10.6	1*10.4	1*10.06	1*9.7
	Qg	5.35	5.42	5.48	5.54	5.59
	Pe	208	212	214	211	203
a0/H 26/5	f	42.5	45	47.5	50	
	Pe/Q	3.89	3.916	3.9	3.78	
	ККДТ	.875	.882	.88	.858	
	Pg	1*10.85	1*10.8	1*10.62	1*10.29	
	Qg	5.56	5.62	5.69	5.75	
	Pe	216	220	222	218	
a0/H 27/5	f	45	47.5	50	52.5	
	Pe/Q	3.88	3.9	3.87	3.75	
	ККДТ	.88	.88	.879	.855	
	Pg	1*11	1*10.94	1*10.8	1*10.53	
	Qg	5.78	5.85	5.9	5.98	
	Pe	224	228	229	224	
a0/H 29/5	f	50	52.5	55	57.5	
	Pe/Q	3.77	3.79	3.77	3.67	
	ККДТ	.859	.865	.865	.847	
	Pg	1*11.2	1*11.25	1*11.27	1*11.13	
	Qg	6.3	6.35	6.43	6.51	
	Pe	236	240	242	240	

Рис. 4. Зміна параметрів режиму з частотою за $H = 5$ м і зміни $a0$

У такий самий спосіб виконано дослідження і з іншими величинами напору в заданому діапазоні його зміни. Для кожного з них визначено режими з максимальною величиною критерію ефективності системи. Результати

зведено до табл. 1, де для кожного заданого значення напору наведено параметри оптимального режиму за сталої частоти, 50 Гц, [17] (перший стовпчик) і за змінної частоти (аналогічно рис. 4).

Таблиця 1. Параметри оптимальних режимів роботи за сталої величини напору

Параметри режиму	Н, м											
	8		7		6		5		4		3	
	50Гц	53Гц	50Гц	50Гц	50Гц	50Гц	50Гц	45Гц	50Гц	40Гц	50Гц	34Гц
Q, м ³ /с	6,75	6,8	6,4	6,4	6,25	6,25	5,95	5,62	5,8	5,02	5,63	4,36
a0, мм	24,5	25	25	25	26	26	27	26	29	26	31	26
Pe, 0,1 МВт	4,2	4,3	3,5	3,5	2,9	2,9	2,35	2,2	1,75	1,57	1,2	1,02
Pe/Q, 0,01 МДж/м ³	6,14	6,22	5,5	5,5	4,75	4,75	3,9	3,916	3	3,13	2,05	2,34
Δ(Pe/Q), %	1,3		0		0		0,41		4,33		14,15	

Останній рядок табл. 1 показує у відсотках, за сталої величини напору, збільшення величини критерію ефективності завдяки регулюванню частоти струмів АГ. Видно, що при роботі турбіни в області максимальних ККД [18, 21] застосування частотного регулювання не має позитивних наслідків. Ефективність регулювання збільшується із зсувом робочих режимів до меж області енергоефективного використання турбіни. Наприклад, під час роботи з напором 3 м, якщо знизити частоту струмів до 34 Гц, енергетичну ефективність можна збільшити на 14 %.

Другий етап чисельного експерименту пов'язаний з визначенням умов ефективної роботи ГЕС з частотним регулюванням у певних експлуатаційних режимах. Для зменшення негативного техногенного впливу на навколишнє середовище зараз актуальним є забезпечення природного стоку водосховищ ГЕС з мінімізацією коливань рівня води в ньому. У роботі [17] досліджено такий режим і внаслідок чисельного експерименту за промислової частоти струмів АГ визначено, що максимум енергетичної ефективності в разі природного стоку з $Q = 4,875 \text{ м}^3/\text{с}$ має місце за умов: $a0 = 23 \text{ мм}$; $H = 4,078 \text{ м}$ з параметрами робочого режиму: $Pe = 114,8 \text{ кВт}$; $Pg = 6,8 \text{ кВт}$; $Pe/Q = 2,354 \cdot 10^{-2} \text{ МДж/м}^3$.

Застосування частотного регулювання турбоагрегату додає додатковий оптимізаційний параметр, що значно ускладнює пошук оптимуму. Для зниження кількості розрахункових спроб цей пошук розпочнемо з умов оптимальної роботи зі сталими напорами відповідно до табл. 1. Для цього за даними цієї таблиці у функції витрат побудуємо залежності зміни оптимальних частоти і напору, які наведено на рис. 5. При цьому оптимальна величина відкриття лопатей осьового напрямного апарату практично не змінюється і становить 25...26 мм. Ці залежності дозволяють визначити, якій величині сталої напору відповідають задані витрати і якою повинна бути частота для максимуму енергетичної ефективності за цієї умови.

У пошуку оптимальних умов режиму природного стоку визначальним є саме стала величина витрат водосховища ГЕС, а не сталий напір, який є умовою побудови залежностей на рис. 5. Тому ці залежності забезпечують тільки початкові умови для подальшого оптимізацій-

ного пошуку. При величині природного стоку $Q = 4,875 \text{ м}^3/\text{с}$ за допомогою залежностей на рис. 5 визначено такі початкові значення оптимізаційного дослідження: $H = 3,78 \text{ м}$; $f = 38,68 \text{ Гц}$.

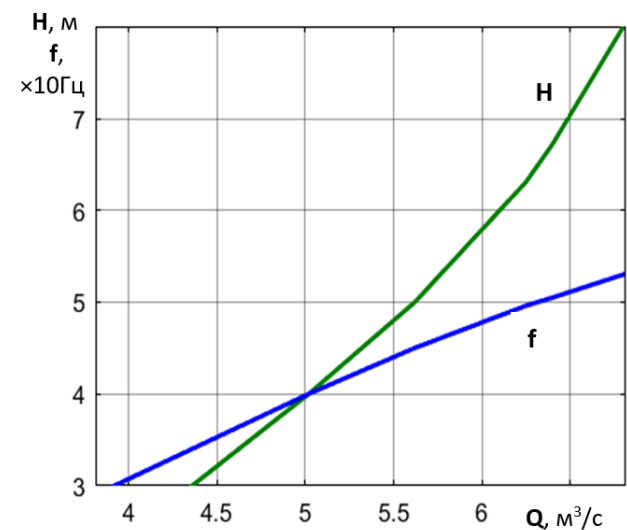


Рис. 5. Зміна оптимальних частоти і напору у функції подачі за даними табл. 1

Чисельний експеримент пошуку уточнених значень параметрів оптимального робочого режиму природного стоку виконано за серією розрахункових спроб, кожна з яких відбувалась із заданими величинами $a0$ і f . У заданих умовах за допомогою розробленої математичної моделі здійснювався розрахунок диференціальних рівнянь до усталеного стану. При цьому зіставлялися отримана величина витрат і задана величина природного стоку. Розрахункова спроба виконувалась до отримання рівності цих величин, що досягалось поступовою зміною значення напору без зупинки розрахункового процесу. Сукупність послідовно отриманих результатів відображена у табл. 2. Кожна наступна розрахункова спроба здійснювалася з вихідними даними, які відповідали кінцю розрахунку попередньої спроби й зі зміною частоти струмів АГ у напрямку, який забезпечує збільшення енергетичної ефективності ГЕС.

Таблиця 2. Параметри режимів за розрахунковими спробами оптимізаційного дослідження

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$a0$, мм	25	25	25	25	25	25	25	25	24	24	24	23	23	23	23
f , Гц	38,68	38	37,5	37	36,5	36	35,5	35	35,5	35	34,5	35,5	35	34,5	34
H , м	4,03	4,065	4,09	4,117	4,144	4,172	4,199	4,227	4,462	4,49	4,52	4,733	4,763	4,794	4,827
Pe , кВт	153,7	154,9	155,6	156,3	156,7	157,1	157,2	157,2	166,9	167	166,9	175,7	176	176	175,9

У першому рядку табл. 2 вказано номер розрахункової спроби. Кожна з них закінчувалась із однаковою величиною витрат. Оскільки величина витрат є сталою, то оцінка ефективності виконувалась за величиною генерованої потужності. Якщо за зміни частоти ефективність переставала збільшуватись, то змінювалась величина $a0$. За результатами 15 розрахункових спроб (у допустимих за технічними характеристиками турбіни межах зміни відкриття лопатей напрямного апарату) визначено умови максимальної енергетичної ефективності ГЕС із частотним регулюванням АГ: $a0 = 23$ мм; $H = 4,78$ м; $f = 34,75$ Гц; $Pe = 176,2$ кВт. Результат дослідження для цих умов показано на рис. 2 і рис. 3. Отримані результати за даними табл. 2 показано у вигляді графічних залежностей на рис. 6.

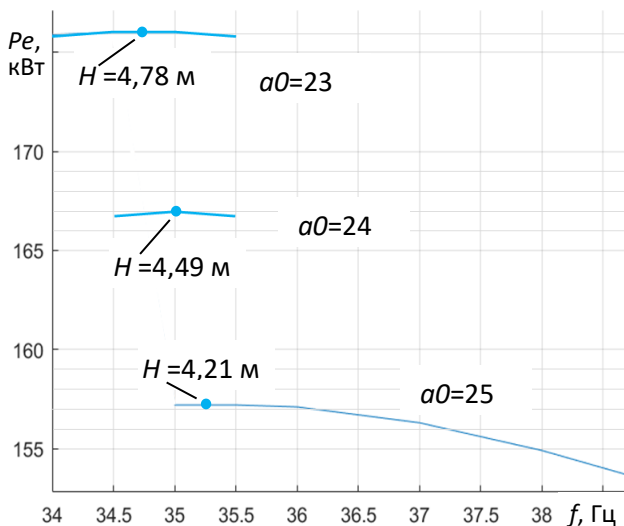


Рис. 6. Величина генерованої потужності за частотного регулювання в режимі природного стоку з $Q=4,875 \text{ м}^3/\text{с}$

Уточнене оптимізаційне дослідження режиму природного стоку забезпечує кращі результати, порівняно з даними за умовами оптимуму при сталих напорах (рис. 5). Це можна пояснити тим, що зменшення оптимальної за енергетичною ефективністю величини частоти струмів супроводжується зменшенням витрат, а їх збільшення до величини природного стоку підтримується за підвищеної величини напору. У результаті напір на рис. 6 більший, ніж на рис. 5, на 1 м, а це приводить до суттєвого збільшення потенційної енергії води і, відповідно, генерованої потужності. На розглянутому прикладі показано, що частотне регулювання, порівняно з роботою з

частотою промислової мережі, забезпечує збільшення енергетичної ефективності у $176/114,8 = 1,53$ рази.

Висновки. Комплексна математична модель ЕМС малої ГЕС забезпечує порівняльний аналіз ефективності режимів частотного регулювання АГ внаслідок визначення параметрів усталених режимів роботи за різних частот з підвищенням точності дослідження завдяки розв'язку системи диференціальних рівнянь електричної, механічної, гідравлічної рівноваги до усталеного стану з урахуванням взаємного впливу складових системи, нелінійності їх рівнянь.

Ручний варіант чисельного експерименту з пошуку оптимуму, структурований у кілька логічних етапів з послідовною звуженою деталізацією області параметрів, виявився не лише доцільним, а й практично виправданим шляхом досягнення достовірних і фізично обґрунтованих результатів щодо умов максимальної енергетичної ефективності функціонування малої ГЕС у змінних режимах роботи. Мінімізація кількості розрахункових спроб чисельного експерименту з пошуку оптимуму (за критерієм максимуму відношення величин генерованої потужності до витрат ГЕС, з варіюванням величини відкриття лопатей осьового напрямного апарату, частоти струмів АГ, статичного напору) забезпечується попереднім пошуком оптимуму режимів зі сталим напором з наступним їх уточненням з урахуванням вимог режиму ГЕС, який досліджується.

Доцільність застосування частотного регулювання АГ турбоагрегатів малих ГЕС залежить від співвідношення параметрів потрібного енергоефективного режиму роботи (напір, продуктивність, відкриття лопатей осьового напрямного апарату), які визначено за допомогою варіювання частоти струмів АГ, з оптимальними параметрами роботи турбіни за певного напору і промислової частоти. У разі збігу цих параметрів доцільність мінімальна. Вона зростає з наближенням до меж області енергоефективного використання турбіни.

Доцільність застосування частотного регулювання турбоагрегатів малих ГЕС збільшується в режимах природного стоку, для яких характерна робота з малими напорами. При цьому за оптимальних режимів частотного регулювання знижуються витрати, що дозволяє збільшити рівень води у водосховищі й енергетичний вихід ГЕС. На прикладі роботи турбіни Пр 15/1100-5-25 з діаметром $D_1 = 1,2$ м і з АГ на базі асинхронного двигуна 4А355М2 за природного стоку з $Q = 4,875 \text{ м}^3/\text{с}$, зменшення частоти з 50 до 34,75 Гц (за умови вибору оптимальної величини інших регульованих параметрів) супроводжується умовами балансу між витратами ГЕС і природним стоком у

разі збільшення величини напору на 1 м і величини генерованої потужності на 53 %.

ПОСИЛАННЯ

1. Васько П. Ф. Аспекти подальшого розвитку гідроенергетики за матеріалами науково-практичної конференції “Відновлювана енергетика та енергоефективність у XXI столітті” 2023. Відновлювана енергетика. 2023. № 2. С. 61–65.
[https://doi.org/10.36296/1819-8058.2023.2\(73\).61-65](https://doi.org/10.36296/1819-8058.2023.2(73).61-65)
2. Перехід України на відновлювану енергетику до 2050 року / О. Дячук, М. Чепелев, Р. Подолець, Г. Трипольська та ін. ; за заг. ред. Ю. Огаренко та О. Алієвої // Пред-во Фонду ім. Г. Бьолля в Україні. Київ: Вид-во ТОВ «АРТ КНИГА», 2017– 88 с.
3. Лежнюк П. Д. Відновлювані джерела енергії в розподільних електричних мережах: монографія / П. Д. Лежнюк, О. А. Ковальчук, О. В. Нікіторович, В. В. Кулик. Вінниця : Вінниця : ВНТУ, 2014. 204 с.
4. Кривцов В. С. Неисчерпаемая энергия: Учебник. / В. С. Кривцов, А. М. Олейников, А. И. Яковлев. Харьков: Нац. аэрокосм. ун-т «Харьк. авиац. ин т», Севастополь: Севастоп. нац. техн. ун-т, 2006. Кн. 3. Альтернативная энергетика. 643 с.
5. Лежнюк П. Д. Малі гідроелектростанції з асинхронними генераторами: монографія / П. Д. Лежнюк, О. В. Нікіторович, В. В. Кулик; Вінниц. Нац. техн. ун-т. Вінниця: ВНТУ, 2011. 142 с.
6. Popovych O. M., Golovan I. V. Complex design tools for improvement of electromechanical systems with induction motors. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2022. No. 2. Pp. 52–59. <https://doi.org/10.15407/techned2022.02.052>
7. Самойленко Є. Г. Основи проектування гідроенергетичних вузлів: підручник. Запоріжжя: ЗДІА, 2011– 388 с.
8. Поташич С. І., Карамушка О. М. Безпечна експлуатація гідротехнічних споруд гідроелектростанцій України на сучасному етапі. Вісник Національного університету водного господарства та природокористування. 2013. No 2(62). С. 11–19.
9. Vasko P. F., Ibragimova M. R. (Ukraine). Energy Efficiency of Small Hydropower Plant through Environmental Restrictions on Water Use for Power Generation. *International Scientific Journal for Alternative Energy and Ecology (ISJAE)*. 2017. № 04-06 (216–218). pp 103–115. doi: 10.15518/isjaee.2017.04-06.103-115
10. Лежнюк П. Д. Проектування електричної частини електричних станцій: навчальний посібник / П. Д. Лежнюк, В. М. Лагутін, В. В. Тептя. Вінниця: ВНТУ, 2009. 194 с.
11. Vasko P. F., Moroz A. V. (Ukraine). Legislative incentives and environmental limits of hydropower resources of small rivers in Ukraine. *International Scientific Journal for Alternative Energy and Ecology (ISJAE)*. 2014. № 15. Pp 82–92.
12. Mazurenko L. I., Dzhura O. V., Kotsiuruba A. V. and Shykhnenko M. O. A Wind-Hydro Power System Using a Back-to-Back PWM Converter and Parallel Operated Induction Generators. *2020 IEEE Problems of Automated Electrodrive. Theory and Practice (PAEP)*. Kremenchuk. Ukraine. 2020. Pp. 1–5. doi: <https://doi.org/10.1109/PAEP49887.2020.9240777>
13. Mazurenko L. I., Kotsiuruba A. V., Dzhura O. V. and Shykhnenko M. O. Voltage and Power Regulation of an Induction Generator-Based Hydroelectric Power Plant. *2021 IEEE International Conference on Modern Electrical and Energy Systems (MEES)*. Kremenchuk. Ukraine. 2021. Pp. 1–6. doi: <https://doi.org/10.1109/MEES52427.2021.9598549>
14. Vasko P. F. Increasing Power Efficiency of Small Hydropower Plant by Implementing Variable Rotation Frequency of Hydraulic Units. *International Scientific Journal for Alternative Energy and Ecology (ISJAE)*. 2011. № 8. Pp. 115–132.
15. Mazurenko L. I., Dzhura O. V., Kotsiuruba A. V. and Shykhnenko M. O. A Wind-Hydro Power System Using a Back-to-Back PWM Converter and Parallel Operated Induction Generators. *2020 IEEE Problems of Automated Electrodrive. Theory and Practice (PAEP)*. Kremenchuk. Ukraine. 2020. Pp. 1–5. doi: <https://doi.org/10.1109/PAEP49887.2020.9240777>
16. Стронгин Р. Г. Численные методы в многоэкстремальных задачах (информационно-статистические алгоритмы). Наука, 1978. 240 с.
17. Попович О. М., Головань І. В. Дослідження енергетичної ефективності електро механічної системи малих ГЕС у маневрових режимах роботи засобами комплексного моделювання. Відновлювана енергетика. 2024– № 3. С. 122–131. DOI: [https://doi.org/10.36296/1819-8058.2024.3\(78\).122-131](https://doi.org/10.36296/1819-8058.2024.3(78).122-131)
18. Попович О. М., Головань І. В. Імітаційна модель гідротурбіни для комплексного моделювання електро механічної системи ГЕС. Відновлювана енергетика. 2023. № 2. С. 51–60. [https://doi.org/10.36296/1819-8058.2023.2\(73\)51-60](https://doi.org/10.36296/1819-8058.2023.2(73)51-60)
19. Фильц Р. В. Математические основы теории электро механических преобразователей / Р. В. Фильц . Киев: Наук. думка, 1979. 206 с.
20. Чабан В.Й. Методи нелінійної електротехніки. Львів: Світ, 1990. 168 с.
21. Гидроэлектростанции малой мощности: Учеб. пособие / Под. ред. В. В. Елистратова. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2005. 432 с.
22. Попович О. М., Головань І. В. Моделювання асинхронних машин у складі електро механічних систем з урахуванням втрат у сталі статора. Технічна електро динаміка. 2024. № 5. С. 24–29. <https://doi.org/10.15407/techned2024.05.024>

INVESTIGATION OF RESERVES FOR ENHANCING THE ENERGY EFFICIENCY OF A SMALL HYDROPOWER PLANT UNDER VARIATIONS IN TURBINE GENERATOR CURRENT FREQUENCY

Received Jul. 29, 2025; accepted Dec. 09, 2025
Available online Dec. 31, 2025

Popovych O.¹, Golovan I.²

Author for correspondence: Popovych Olexandr,
e-mail: popovich1955@ukr.net

¹ Dr. of Science (Tech.)
<https://orcid.org/0000-0002-9238-5782>

² Cand. of Science (Tech.)
<https://orcid.org/0000-0002-5250-6981>

^{1,2} Institute of renewable energy, NAS of Ukraine, Kyiv, Ukraine; Institute of Electrodynamics, NAS of Ukraine, Kyiv, Ukraine

A comprehensive mathematical model of the electromechanical system of a small hydropower plant has been substantiated for the purpose of investigating its energy efficiency under varying parameters: the opening degree of the axial guide vane apparatus, the current frequency of the induction generator, and the static head. A methodology for conducting numerical experiments aimed at studying the domain of effective application of frequency control of turbine-generator units has been developed. The search for optimal operating conditions is carried out according to the criterion of maximum energy efficiency—the ratio of generated power to water consumption—determined from the steady-state operating parameters obtained by solving the system of differential equations of electrical, mechanical, and hydraulic equilibrium until the steady state is reached, with consideration of the mutual influence of system components and the nonlinearity of their equations. The first stage of the numerical experiment is intended to determine the optimal values of the asynchronous generator current frequency variation under constant static head. It is shown that the expediency of applying frequency control to turbine-generator units increases as the operating point approaches the boundary of the turbine's energy-efficient operating region. The second stage of the numerical experiment is related to identifying the conditions for efficient operation of the hydropower plant with frequency control under a natural flow regime. It has been determined that, under optimal frequency control modes, water discharge is reduced, thereby increasing the reservoir water level and, consequently, the hydropower plant's energy output. A specific case study demonstrates that, in natural flow conditions, the application of frequency control resulted in a 53% increase in generated power.

Keywords: small hydropower plant, simulation model, electromechanical system, dynamic mathematical models, steady-state operating modes, energy efficiency, frequency control.

List of symbols and abbreviations

HPP – hydro power plant;

TA – turbine assembly;

IG – induction generator;

η_T – turbine efficiency;

EMS – electromechanical system;

H – static head;

Q_g – flow rate;

P_e – generated power;

f – frequency;

P_g – heating losses of the IG;

α_0 – opening of the axial guide vane apparatus

Small-scale hydropower in Ukraine [1–5] utilizes water resources that are an essential component of other production sectors and significantly affect the environment. Under these conditions, the energy volume produced alone cannot determine the optimal operational regime of hydroelectric reservoirs. The selection of such a regime should be based on comprehensive efficiency criteria, taking into account multiple influencing factors [6]. This comprehensive assessment requires specialized studies and corresponding tools to determine the operational parameters of hydroelectric power plants (HPPs), which may substantially deviate from the project-design optimal values.

Determining an effective strategy for water resource utilization requires a comparative evaluation of the outcomes of different organizational approaches. In particular, it is essential to maintain a balance between achieving maximum energy efficiency and minimizing water-level fluctuations in the reservoir, in order to prevent ecological issues and ensure stable operation of other technical systems dependent on water level [7–11]. Examples of such systems include water intake facilities for municipal water supply and solar energy installations located on the water surface. The deployment of floating solar panels on reservoirs is justified by several factors: improved cooling for higher energy

efficiency, availability of large flat surfaces, and reduced water heating, which minimizes evaporation losses and mitigates negative impacts on the aquatic biocenosis.

Operation of HPPs under natural flow regimes often results in significant deviations of turbine performance from its optimal state. To improve this performance, it is advisable to develop and justify additional regulation methods [12, 13], including frequency control of turbine-generator units [14, 15]. This approach increases the dimensionality of the parameter space for searching optimal operational settings. In modern practice, numerical optimization methods—such as gradient-based approaches and global search algorithms (genetic algorithms, particle swarm optimization, etc.)—are widely used for evaluating the energy efficiency of complex technical systems. However, when analyzing small-scale HPPs modeled using complex nonlinear representations of turbines, induction generators, and hydraulic systems, these methods may not always be practical. Specifically, due to the complex model structure characterized by discrete parameters, strong nonlinearity, and the absence of analytical expressions for objective function gradients, automated optimization methods often prove either unstable or computationally inefficient.

In this context, the present work employs a brute-force search method for extremum identification, which has practical applicability [16]. A stepwise manual optimization approach has been implemented—systematic iteration through possible combinations of variable parameters, followed by analysis of their impact on the energy efficiency criterion. This approach enables a reliable and controlled

search for the domain of optimal operational regimes, maintaining solution stability and assessment accuracy. This is especially important when using a simulation model that captures the system's dynamic behavior until it reaches a steady-state regime. The chosen research structure effectively prevents convergence issues commonly encountered in numerical algorithms applied to nonlinear and non-analytical dependencies.

The objective of this study is to obtain a quantitative assessment of the energy feasibility of implementing frequency control of the induction generator (IG) currents. To achieve this goal, a comprehensive mathematical model is developed for the investigation of operational regimes of the small-scale HPP's electromechanical system (EMS) under varying conditions of axial guide vane opening, IG current frequency, and static head. Additionally, a methodology for this numerical experiment is proposed, and the effective application domain of turbine-generator frequency regulation is investigated, including the determination of its parameters and potential reserves for improving energy efficiency.

The research conditions are similar to those applied in the comprehensive mathematical model of HPPs [17] and in the simulation model of the hydraulic turbine [18]. Operational regimes are studied considering the mutual interactions among the hydraulic turbine, the induction generator with its control system, and the HPP's hydraulic system. The functional diagram of the small-scale HPP EMS, shown in Fig. 1, reflects the system structure and the mechanism of interaction between its components.

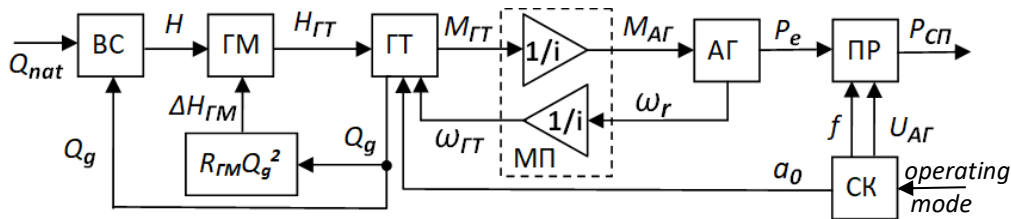


Fig. 1. Functional diagram of the EMC of a small hydropower plant: BC – water reservoir; ΓM – hydraulic network; ΓT – hydraulic turbine; $МП$ – multiplier; $АГ$ – asynchronous generator; $ПП$ – converter of electric power parameters; $СК$ – control system; Q_{nat} – water inflow to the reservoir; Q_g – water flow at the HPP; H – static head; H_{HT} – head of the HT; $\Delta H_{\Gamma M}$ – head loss in the hydraulic network; R_{TM} – hydraulic network resistance; $M_{\Gamma T}$, M_{AG} – torque on the shaft of the GT and AG; $\omega_{\Gamma T}$, ω_r – angular velocity of the GT and AG shaft; i – transmission ratio of the MP; P_e , P_{cn} – electric power of the AG and directed to the consumer; f , U_{AG} – frequency and voltage of the AG; a_0 – opening of the blades of the axial guide apparatus of the GT

The magnitude of the static head (taking into account losses in the hydraulic network) determines the turbine head, which, depending on the turbine speed and the state of the guide vane apparatus, dictates the water flow and torque on the shaft. The turbine torque, through a multiplier, is applied to the IG shaft and, in interaction with the electromagnetic torque of the IG (which depends on rotor slip, frequency, and current magnitude), determines the rotational speed of all shafts and, consequently, affects the water flow.

Considering the interconnections of EMS components (Fig. 1), the equations of electrical, mechanical, and hydraulic equilibrium [17, 18] provide the determination of steady-state operational parameters in accordance with the control system's influence on the turbine guide vane and the conversion of electrical energy parameters within the IG circuits. Frequency variation affects the angular velocity of the shafts and ensures the establishment of the desired operational regime. Under natural flow conditions, the control system ensures the equality of HPP inflow and outflow and establishes

the corresponding static head regime. The electrical power generated by the IG, after conversion, is supplied to consumers.

The search for optimal operational conditions is carried out according to the criterion of maximum energy efficiency, defined as the ratio of the produced output to the consumed resources [6]. For small-scale HPPs, this ratio corresponds to the generated power versus water consumption, considered both as an instantaneous indicator and as the integral of these quantities over operational cycles [17]. This comprehensive mathematical model is intended for the study of steady-state operating regimes, allowing the assessment of energy efficiency while neglecting the influence of transient processes. Under these conditions, based on the numerical experiment, the operational parameters and the corresponding values of the efficiency criterion are determined. Given the complex, nonlinear models of EMS components in HPPs, steady-state operating parameters are determined by solving the system of differential equations for electrical, mechanical, and hydraulic equilibrium until a steady state is reached, using simulation tools. Unlike the algebraic approach for steady-state operating

regimes, this method avoids convergence issues in systems with nonlinear coefficients [19, 20].

The mathematical model for comprehensive EMS analysis of HPPs with propeller hydraulic turbines Pr 15/1100-5-25, with a diameter of $D1 = 1.2$ m, and induction generators based on series 4A355M2 motors [17, 18, 21], has been refined to account for turbine-generator frequency control. It allows for variation of the IG current frequency and, accordingly, the voltage according to the law U/f . The model [17] also allows adjustment of the number of identical turbine-generator units operating in parallel. Mechanical energy from each turbine is transmitted to two induction generators, which supply electrical energy to consumers in parallel. To improve the loading factor of the IGs, the model includes the option to electrically disconnect one generator. The IG model for simulation purposes is built considering steel losses using appropriate equivalent circuits [22].

The comprehensive mathematical model of the EMS of a small-scale HPP for investigating operational regimes with variable IG current frequency in a simulation system is shown in Fig. 2. It corresponds to the

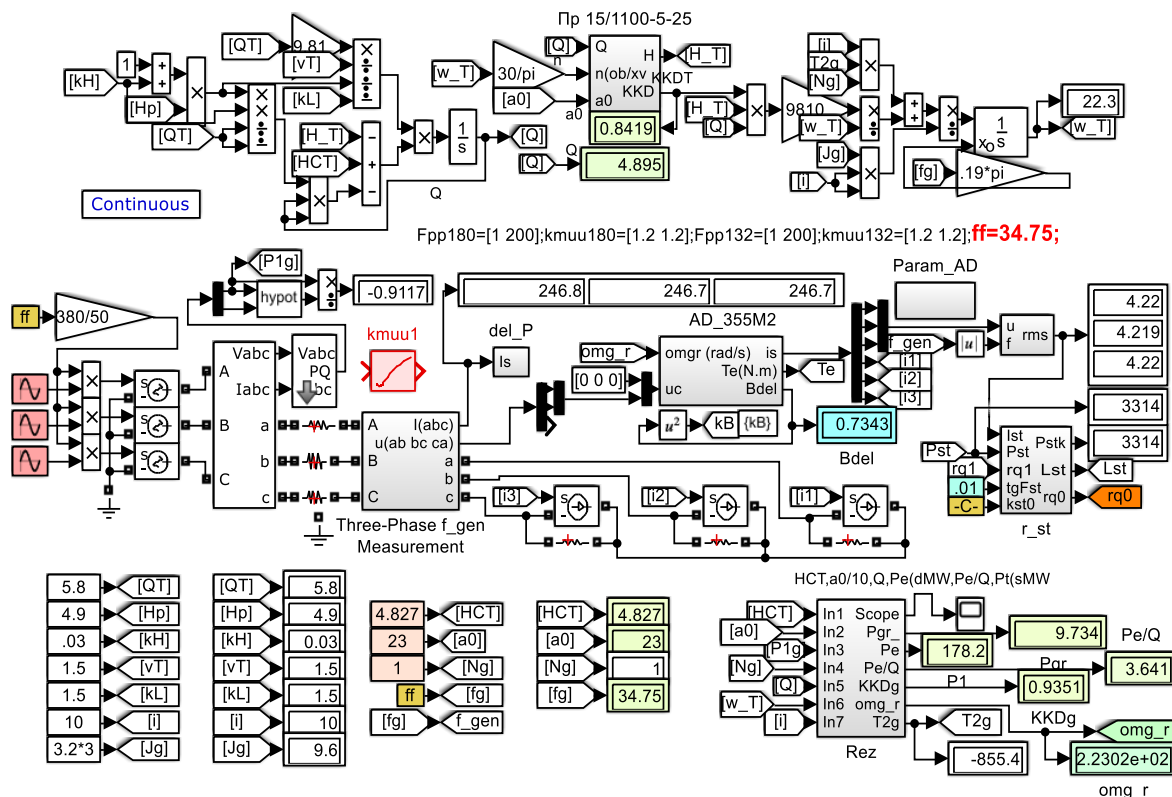


Fig. 2. Comprehensive EMC simulation model of a small hydropower plant with variation of AG current frequency currents frequency

functional diagram in Fig. 1. In the upper third of Fig. 2, blocks for solving the differential equations of hydraulic and mechanical equilibrium [18] are placed, determining the water flow and rotor angular velocity of the turbine. A propeller hydraulic turbine Pr 15/1100-5-25 [18] is used in this block for simulation.

In the middle part of Fig. 2, the simulation model of the induction generator (IG) with equivalent steel-loss circuits [22] is located. This model is based on an induction generator model for electromechanical systems with an arbitrary stator winding structure. In the simulation system, the stator winding branches are represented by controlled current

sources according to their calculated values (transmitted via blocks i1, i2, i3) within the structural modeling block AD_355M2. In this block, using the input rotor angular velocity and instantaneous voltage values (the voltage matrix consists of three zero values for the short-circuited equivalent steel loss circuits and two-line voltages for the IG "star" connection scheme), the instantaneous values of currents (three equivalent circuits and three stator phases), electromagnetic torque, and air-gap flux density are calculated. The calculation of IG parameters is performed in the Param_AD block, equivalent circuit parameters in r_{st} , and IG power losses in del_P . In the lower third of Fig. 2, output blocks and blocks for calculating operational regime indicators are placed. An example of calculating the operational regime parameters of the small-scale HPP EMS until reaching steady state is shown in Fig. 3. The dimensions are indicated in the curve labels: static head, H ; water flow, Qg ; axial guide vane opening, $a0$; generated power of the IG, Pe ; IG losses, Pg ; and efficiency indicator, Pe/Q .

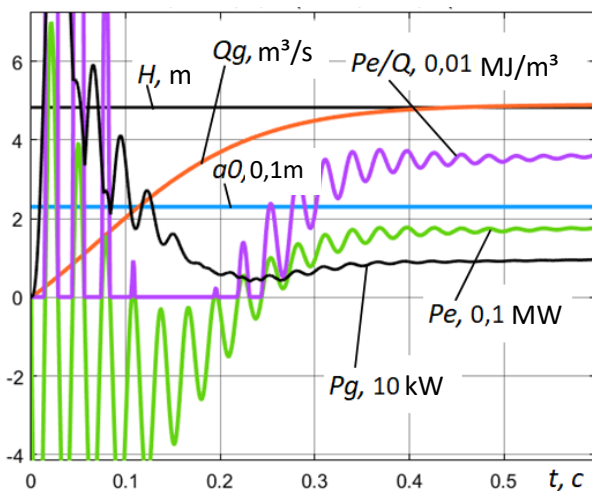


Fig. 3. Calculation of operating mode parameters to steady state

In this study, a refined comprehensive mathematical model is used to search for optimal operational parameter values according to the criterion of maximizing the ratio of generated power (Pe) to HPP water flow (Qg). The variables considered are the static head (H), the axial guide vane opening ($a0$), and the IG current frequency (f). The mathematical model, implemented in the MATLAB simulation environment, solves the system of differential equations of electrical, mechanical, and hydraulic equilibrium until the steady-state operational parameters are reached, based on the specified initial conditions. The resulting steady-state values allow the determination of the efficiency criterion and indicate the desired direction for adjusting the variable parameters in the search for the optimal configuration.

According to the turbine design characteristics, the axial guide vane opening changes discretely, whereas the head and frequency can vary continuously. MATLAB provides the capability to modify variable parameters during the calculation; however, in the current model, this feature applies only to the head, as the specified frequency value is used

during model initialization to set the parameters of standard calculation blocks.

Based on this approach, the search for optimal operational parameters (according to the maximum Pe/Q criterion) was conducted through a series of computational trials with variations in the initial conditions of frequency, axial guide vane opening, and reservoir static head, allowing for head adjustment during the calculation process. To minimize the number of computational attempts, the numerical experiment was conducted in several stages.

The first stage of the numerical experiment begins with determining the optimal IG current frequency values while keeping the static head (H , from 3 to 8 m with a step of 1 m) and the axial guide vane opening ($a0$, from 23 to 31 mm with a step of 1 mm) constant. As an example, the results of the numerical experiment for a head of $H=5$ m are shown in Fig. 4. In each row, corresponding to a specific $a0$ value, the variation of operational parameters with changing frequency f [Hz] is presented: Pe/Q , 0.01 MW/(m³/s) = 0.01 MJ/m³; η_T – turbine efficiency; Pg , kW – IG heat losses, which are 16.77 kW under nominal conditions (the multiplier indicates the number of simultaneously operating IGs per turbine); Qg , m³/s – HPP water flow; Pe , kW – generated power. For each $a0$ value, frequency variation was performed to identify conditions of maximum efficiency. As a result of analyzing the obtained data over the range of $a0$, it was determined that for a head of $H=5$ m, the optimal values are: $a0=26$ mm and $f=45$ Hz.

a0/H 24/5	f	37.5	40	42.5	45	50
	Pe/Q	3.83	3.88	3.88	3.8	3.48
	KKDT	.858	.87	.87	.855	.791
	Pg	1*10.54	1*10.4	1*10.2	1*9.85	1*9.1
	Qg	5.16	5.22	5.28	5.34	5.45
	Pe	198	203	205	203	190
a0/H 25/5	f	40	42.5	45	47.5	50
	Pe/Q	3.879	3.914	3.9	3.8	3.64
	KKDT	.87	.878	.88	.858	.825
	Pg	1*10.72	1*10.6	1*10.4	1*10.06	1*9.7
	Qg	5.35	5.42	5.48	5.54	5.59
	Pe	208	212	214	211	203
a0/H 26/5	f	42.5	45	47.5	50	
	Pe/Q	3.89	3.916	3.9	3.78	
	KKDT	.875	.882	.88	.858	
	Pg	1*10.85	1*10.8	1*10.62	1*10.29	
	Qg	5.56	5.62	5.69	5.75	
	Pe	216	220	222	218	
a0/H 27/5	f	45	47.5	50	52.5	
	Pe/Q	3.88	3.9	3.87	3.75	
	KKDT	.88	.88	.879	.855	
	Pg	1*11	1*10.94	1*10.8	1*10.53	
	Qg	5.78	5.85	5.9	5.98	
	Pe	224	228	229	224	
a0/H 29/5	f	50	52.5	55	57.5	
	Pe/Q	3.77	3.79	3.77	3.67	
	KKDT	.859	.865	.865	.847	
	Pg	1*11.2	1*11.25	1*11.27	1*11.13	
	Qg	6.3	6.35	6.43	6.51	
	Pe	236	240	242	240	

Fig. 4. Changing the mode parameters with a frequency of $H = 5$ m and changing $a0$

A similar investigation was carried out for other head values within the specified range. For each head, the operational regimes corresponding to the maximum value of the system efficiency criterion were determined. The results

are summarized in Table 1, where for each specified head value, the parameters of the optimal regime are presented for a fixed frequency of 50 Hz [17] (first column) and for a variable frequency (analogous to Fig. 4).

Table 1. Parameters of optimal operating conditions at a constant head

Mode parameters	H, m											
	8		7		6		5		4		3	
	50Hz	53Hz	50Hz	50Hz	50Hz	50Hz	50Hz	45Hz	50Hz	40Hz	50Hz	34Hz
Q, m ³ /s	6,75	6,8	6,4	6,4	6,25	6,25	5,95	5,62	5,8	5,02	5,63	4,36
a0, mm	24,5	25	25	25	26	26	27	26	29	26	31	26
Pe, 0,1MW	4,2	4,3	3,5	3,5	2,9	2,9	2,35	2,2	1,75	1,57	1,2	1,02
Pe/Q, 0,01 MJ/m ³	6,14	6,22	5,5	5,5	4,75	4,75	3,9	3,916	3	3,13	2,05	2,34
Δ(Pe/Q), %	1,3		0		0		0,41		4,33		14,15	

The last row of Table 1 shows, in percentage terms and at constant head, the increase in the efficiency criterion achieved through IG frequency control. It can be seen that when the turbine operates within the region of maximum efficiency [18, 21], the application of frequency regulation does not yield positive results. The effectiveness of regulation increases as the operating regimes shift toward the boundaries of the turbine's energy-efficient operating region. For example, at a head of 3 m, reducing the current frequency to 34 Hz can increase energy efficiency by 14%.

The second stage of the numerical experiment concerns determining the conditions for efficient HPP operation with frequency regulation across specific operational modes. To reduce the negative environmental impact, it is currently important to ensure the natural water outflow from reservoirs while minimizing water level fluctuations. In [17], such a mode was investigated, and as a result of the numerical experiment under industrial IG frequency, it was determined that the maximum energy efficiency for a natural outflow of $Q=4.875 \text{ m}^3/\text{s}$ occurs under the conditions: $a_0=23 \text{ mm}$; $H=4.078 \text{ m}$, with the following operational parameters: $Pe=114.8 \text{ kW}$; $Pg=6.8 \text{ kW}$; $Pe/Q=2.354 \times 10^{-2} \text{ MJ/m}^3$.

The application of frequency regulation to the hydro unit introduces an additional optimization parameter, which significantly complicates the search for the optimum. To reduce the number of calculation attempts, this search is initiated from the conditions of optimal operation at constant heads, as specified in Table 1. Based on these data, frequency–head dependencies as a function of flow rate were constructed, as shown in Fig. 5. In this case, the optimal value of the axial guide vane opening remains practically unchanged at 25–26 mm. These dependencies make it possible to determine which constant head corresponds to the given water flow and the frequency should be applied to achieve maximum energy efficiency under these conditions. When searching for optimal conditions for the natural outflow regime, the decisive factor is the constant reservoir discharge of the HPP, rather than a constant head, which was the basis for constructing the dependencies in

Fig. 5. Therefore, these dependencies provide only the initial conditions for further optimization. For a natural outflow of $Q=4.875 \text{ m}^3/\text{s}$, the dependencies of Fig. 5 yielded the following initial values for the optimization study: $H=3.78 \text{ m}$; $f=38.68 \text{ Hz}$.

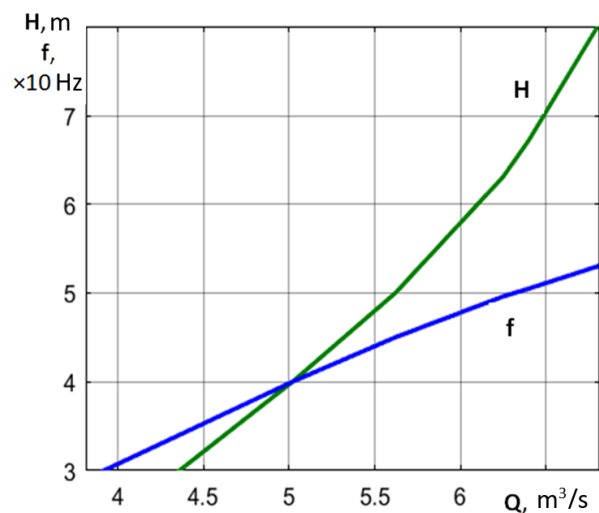


Fig. 5. Changes in the optimal frequency and head in the flow function according to Table 1

The numerical experiment to refine the parameters of the optimal operating regime for natural outflow was carried out through a series of calculation attempts, each performed at specified values of a_0 and f . Under these conditions, the developed mathematical model was used to solve the system of differential equations until a steady state was reached. At the same time, the calculated discharge was compared with the prescribed natural outflow value. Each computational attempt continued until equality between the calculated and prescribed discharge was achieved, which was accomplished by gradually adjusting the head value without interrupting the computational process.

The set of consecutively obtained results is presented in Table 2. Each subsequent computational attempt was performed

med using the output data from the end of the previous attempt, with adjustment of the IG current frequency in the direction that ensured an increase in the HPP's energy efficiency.

The first row of Table 2 indicates the number of the computational attempt. Each attempt ended with the same discharge value. Since the discharge value is constant, efficiency was evaluated based on the generated power.

Table 2. Parameters of the modes according to the calculation attempts of the optimization study

No	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a_0 , mm	25	25	25	25	25	25	25	25	24	24	24	23	23	23	23
f , Hz	38.68	38	37.5	37	36.5	36	35.5	35	35.5	35	34.5	35.5	35	34.5	34
H , m	4.03	4.065	4.09	4.117	4.144	4.172	4.199	4.227	4.462	4.49	4.52	4.733	4.763	4.794	4.827
Pe , kW	153.7	154.9	155.6	156.3	156.7	157.1	157.2	157.2	166.9	167	166.9	175.7	176	176	175.9

When the efficiency ceased to increase with frequency adjustment, the value of a_0 was modified. Based on the results of 15 computational attempts (within the permissible range of guide vane openings according to the turbine's technical specifications), the conditions for maximum energy efficiency of the HPP with IG frequency regulation were determined as follows: $a_0=23$ mm; $H=4.78$ m; $f=34.75$ Hz; $Pe=176.2$ kW. The outcome of the study under these conditions is shown in Fig. 2 and Fig. 3. The results obtained from Table 2 are presented in graphical form in Fig. 6.

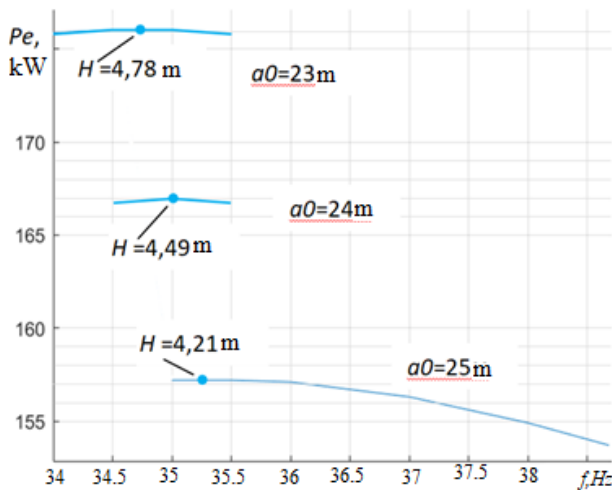


Fig. 6. Generated power at frequency control in the natural flow mode with $Q=4.875$ m³/s

The results of the refined optimization study of the natural flow regime provide better outcomes compared to those obtained under conditions of constant head optimization (Fig. 5). This can be explained by the fact that a reduction in the optimal frequency value for maximum energy efficiency is accompanied by a decrease in discharge, while its increase up to the value of the natural flow is sustained under a higher head. As a result, according to Fig. 6, the head is 1 m greater than that in Fig. 5, which leads to a significant increase in the potential energy of water and, accordingly, in the generated power. In the examined case, it is shown that frequency regulation, compared to operation at the industrial grid frequency, provides an increase in energy efficiency by a factor of $176 / 114.8 = 1.53$.

Conclusions. The comprehensive mathematical model of the electromechanical system of a small HPP ensures a

comparative analysis of the efficiency of induction generator frequency-controlled modes by determining the parameters of steady-state operating conditions at various frequencies. The improved accuracy of the study is achieved through solving the system of differential equations of electrical, mechanical, and hydraulic equilibrium up to steady state, taking into account the mutual interaction of system components and the nonlinear nature of their equations.

A manual version of the numerical experiment for optimum search, structured into several logical stages with a sequential narrowing and detailing of the parameter domain, proved to be not only feasible but also practically justified as a way of obtaining reliable and physically sound results regarding the conditions for maximum energy efficiency of a small HPP in variable operating modes. The minimization of the number of computational trials in the numerical experiment for optimum search (with the criterion of maximizing the ratio of generated power to discharge, by varying the opening of the axial guide vane, the frequency of the induction generator currents, and the static head) is achieved by the preliminary search for optimum modes under constant head, followed by refinement that takes into account the requirements of the HPP regime under study.

The feasibility of applying frequency regulation of induction generator turbine units in small hydropower plants depends on the ratio between the parameters of the required energy-efficient operating mode (head, discharge, and opening of the axial guide vane), determined by varying the generator current frequency, and the optimal turbine parameters at a given head and industrial frequency. When these parameters coincide, the feasibility is minimal. It increases as the operating point approaches the boundary of the turbine's energy-efficient utilization range.

The feasibility of applying frequency control to turbine units in small hydropower plants increases under natural flow conditions, which are characterized by operation at low heads. Under optimal frequency-regulated modes, discharges are reduced, which allows for a higher reservoir water level and greater HPP energy output.

For example, for the turbine Pr 15/1100-5-25 with a diameter $D_1 = 1.2$ m and an induction generator based on the motor 4A355M2, under natural flow with $Q = 4.875$ m³/s, reducing the frequency from 50 to 34.75 Hz (with optimal adjustment of other controllable parameters) results in a balance between HPP discharge and natural inflow,

accompanied by a 1-meter increase in head and a 53% increase in generated power.

REFERENCES

- Vasko P.F. Aspects of the further development of hydropower based on the materials of the scientific and practical conference "Renewable energy and energy efficiency in the 21st century" 2023. Vidnovlyuvana enerhetyka. 2023. No. 2. Pp.61–65. [https://doi.org/10.36296/1819-8058.2023.2\(73\).61-65](https://doi.org/10.36296/1819-8058.2023.2(73).61-65). [in Ukr].
- Transition of Ukraine to renewable energy until 2050 / O. Dyachuk, M. Chepelyev, R. Podolets', H. Trypol's'ka et.al.; edited by Y. Oharenko, O. Aliyeva // Heinrich Boell Foundation in Ukraine. Kyiv: ART KNYHA, 2017. 88 p. [in Ukr].
- Lezhnyuk P. D. Design of the electrical part of power plants: A Textbook / P. D. Lezhnyuk, V. M. Lahutin, V. V. Teptya. – Vinnytsya : VNTU, 2009. – 194 s. [in Ukr].
- Krivtsov V.S. Inexhaustible Energy: A Textbook / V. S. Krivtsov, A. M. Oleynikov, A. I. Yakovlev. - Kharkiv: National Aerospace University – Kharkiv Aviation Institute, Sevastopol: Sevastopol National Technical University, 2006. V. 3. Al'ternativnaya energetika. – 643 p. [in Rus]
- Lezhnyuk P. D. Small hydroelectric power plants with asynchronous generators: monograph / P. D. Lezhnyuk, O. V. Nikitorovych, V. V. Kulyk ; Vinnytsya. NTU Vinnytsya: VNTU, 2011. 142 s. [in Ukr].
- Popovych O.M., Golovan I.V. Complex design tools for improvement of electromechanical systems with induction motors. Tekhnichna Elektrodynamika. 2022. No. 2. Pp. 52–59. <https://doi.org/10.15407/techned2022.02.052>. [in Eng].
- Samoilenko E.H. Fundamentals of designing hydropower units, Zaporizhzhia: ZDIA, p. 388, 2011. [in Ukr].
- Potashnyk S. I., Karamushka O. M. Safe operation of hydraulic structures of hydroelectric power plants of Ukraine at the present stage. Bulletin of National University of Water and Environmental Engineering. 2013. No. 2(62). Pp. 11–19. [in Ukr].
- Vasko P.F., Ibragimova M.R. (Ukraine). Energy Efficiency of Small Hydropower Plant through Environmental Restrictions on Water Use for Power Generation. International Scientific Journal for Alternative Energy and Ecology (ISJAE). 2017. № 04-06 (216-218). Pp. 103–115. doi: 10.15518/isjaee.2017.04-06.103-115
- Lezhnyuk P. D. Design of the electrical part of power plants: a textbook / P. D. Lezhnyuk, V. M. Lahutin, V. V. Teptya. Vinnytsya: VNTU, 2009. 194 p. [in Ukr].
- Vasko P.F., Moroz A.V. (Ukraine). Legislative incentives and environmental limits of hydropower resources of small rivers in Ukraine. International Scientific Journal for Alternative Energy and Ecology (ISJAE). 2014. No. 15. Pp 82–92.
- Mazurenko L. I., Dzhura O. V., Kotsiuruba A. V. and Shykhnenko M. O. A Wind-Hydro Power System Using a Back-to-Back PWM Converter and Parallel Operated Induction Generators. 2020 IEEE Problems of Automated Electrodrive. Theory and Practice (PAEP). Kremenchuk. Ukraine. 2020. Pp. 1–5. doi: <https://doi.org/10.1109/PAEP49887.2020.9240777>
- Mazurenko L. I., Kotsiuruba A. V., Dzhura O. V. and Shykhnenko M. O. Voltage and Power Regulation of an Induction Generator-Based Hydroelectric Power Plant. 2021 IEEE International Conference on Modern Electrical and Energy Systems (MEES). Kremenchuk. Ukraine. 2021. Pp. 1–6. doi: <https://doi.org/10.1109/MEES52427.2021.9598549>
- Vasko P. F. Increasing Power Efficiency of Small Hydropower Plant by Implementing Variable Rotation Frequency of Hydraulic Units. International Scientific Journal for Alternative Energy and Ecology (ISJAE). 2011. No.8. Pp. 115–132.
- Mazurenko L. I., Dzhura O. V., Kotsiuruba A. V. and Shykhnenko M. O. A Wind-Hydro Power System Using a Back-to-Back PWM Converter and Parallel Operated Induction Generators. 2020 IEEE Problems of Automated Electrodrive. Theory and Practice (PAEP). Kremenchuk. Ukraine. 2020. Pp. 1–5. doi: <https://doi.org/10.1109/PAEP49887.2020.9240777>
- Strongin R. G. Numerical methods in multi-extremal problems (information-statistical algorithms. Nauka, 1978. 240 p. [in Rus]
- Popovych O. M., Holovan' I.V. Research on the energy efficiency of the electromechanical system of small hydroelectric power plants in shunting modes of operation using complex modeling tools. Vidnovlyuvana enerhetyka. 2024. No. 3. Pp. 122–131. [in Ukr]
- Popovych O. M., Holovan' I. V. A simulation model of a hydro turbine for complex modeling of the electromechanical system of a hydroelectric power station. Vidnovlyuvana enerhetyka. 2023. No. 2. Pp. 51–60. [https://doi.org/10.36296/1819-8058.2023.2\(73\)51-60](https://doi.org/10.36296/1819-8058.2023.2(73)51-60). [in Ukr].
- Filts R.V. Mathematical foundations of the theory of electromechanical converters / Filts R. V. Kyiv: Nauk. dumka. 1979. 206 p. [in Rus]
- Chaban V.Y. Methods of nonlinear electrical engineering Lviv: Svit, 1990. 168 p. [in Ukr].
- Small-scale hydroelectric power stations: Study guide / Edited by V.V.Elystratov. Polytechnic University, 2005. 432 p. [in Rus]
- Popovych O. M., Holovan' I. V. Modeling of induction machines as part of electromechanical systems taking into account losses in stator steel. Tekhnichna elektrodynamika. 2024. No. 5. Pp. 24–29. <https://doi.org/10.15407/techned2024.05.024>. [in Ukr]