

УДОСКОНАЛЕННЯ МЕТОДУ УЗГОДЖЕННЯ ХАРАКТЕРИСТИК НАСОСА СИСТЕМИ ГІДРОАКУМУЛЮВАННЯ ТА ФОТОЕЛЕКТРИЧНОЇ СТАНЦІЇ

Отримано 30 січ. 2026 р.; рекомендовано до публікації 23 бер. 2026 р.
Доступно онлайн 31 бер. 2026 р.

Головко В. М.¹, Семененко Р. Ю.²

Автор для кореспонденції: Семененко Роман,
e-mail: semenenko.roman@ill.kpi.ua

¹ д-р. техн. наук, професор
<https://orcid.org/0000-0003-0195-9654>

² аспірант
<https://orcid.org/0000-0003-4737-7836>

Анотація. У роботі розглядається задача підвищення енергоефективності систем автономного гідроакumuлювання на базі фотоелектричних станцій (ФЕС). На основі розробленої імітаційної моделі системи «ФЕС – асинхронний електропривод – відцентровий насос» розроблено алгоритм узгодження встановлених потужностей агрегатів системи. Обґрунтовано доцільність частотного регулювання за комбінаторною характеристикою для підтримки максимального ККД. Удосконалено метод узгодження характеристик фотоелектричної станції та насосної установки шляхом синтезу закону частотного керування на основі комбінаторної залежності. Запропоновано методику вибору насосних агрегатів з урахуванням перевищення номінальної потужності насоса над потужністю приводу в 1,3–2 рази, що дає змогу розширити діапазон регулювання та підвищити стабільність роботи за низької інсоляції. Результати моделювання підтвердили, що завдяки застосуванню схеми паралельної роботи насосів з алгоритмом ступінчастого регулювання можна досягти коефіцієнта використання сонячної енергії для акумулювання води на рівні 58,5 %.

Ключові слова: акумулювання енергії, вода, відновлювані джерела енергії, сонячна радіація, фотоелектрична станція, сонячне випромінювання, гідроакumuлювання, електростанція.

Вступ

У сучасній світовій енергетиці спостерігається стрімка трансформація, що зумовлена необхідністю декарбонізації та переходом до сталого розвитку. Ключовим аспектом цього процесу є зростання частки відновлюваних джерел енергії (ВДЕ), серед яких сонячна фотоенергетика демонструє найвищі темпи впровадження. Однак широка інтеграція фотоелектричних станцій (ФЕС) у локальні та загальні енергосистеми стикається з фундаментальною проблемою стохастичного характеру генерації, що критично залежить від погодних умов, хмарності та часу доби. Це зумовлює гостру необхідність використання ефективних систем акумулювання енергії для вирівнювання графіків навантаження, згладжування піків генерації та забезпечення надійного енергопостачання споживачів. Серед існуючих технологій зберігання енергії одним з найбільш перспективних, екологічних та довговічних рішень є гідроакumuлювання, зокрема у форматі малих автономних комплексів або систем з використанням плавучих ФЕС [1, 2].

Ключовою науково-технічною проблемою створення ефективних автономних систем «ФЕС – насосна установка» є складність узгодження зовнішніх характеристик джерела живлення, яке має нестабільну вихідну потужність, з електромеханічними та гідравлічними характеристиками насосних агрегатів. Специфіка роботи таких систем полягає у необхідності миттєвого балансування потужності: фотоелектричний масив вимагає роботи в

точці максимальної потужності (МРР), тоді як насосний агрегат має жорстку залежність споживання від частоти обертання та напору [3]. Як зазначають дослідники, класичні методи проектування, орієнтовані на стабільну мережу, не забезпечують ефективності в умовах автономного сонячного живлення, що призводить до значних втрат енергії або частих аварійних зупинок системи [4, 5].

Існуючі методи керування часто не враховують повною мірою динаміку перехідних процесів, а також нелінійну зміну ККД відцентрового насоса в широкому діапазоні регулювання частоти обертання. Сучасні дослідження вказують на перспективність застосування адаптивних алгоритмів керування частотними перетворювачами, проте питання підняття ефективності роботи насосів за критерієм максимуму гідравлічного ККД в умовах різкої зміни інсоляції залишається недостатньо вивченим [6, 7]. Окрему складність становить коректне математичне подання характеристик гідромашин у вигляді неперервних 3D-поверхонь для точного моделювання режимів [8].

Тому актуальним науково-технічним завданням є розробка вдосконалених методів узгодження енергетичних характеристик елементів системи, які б дали змогу адаптувати роботу насосного обладнання до змінного профілю сонячної генерації, забезпечуючи при цьому максимальний виробіток гідравлічної енергії [9, 10].

Метою є удосконалення методу узгодження характеристик насоса системи гідроакumuлювання та фотоелектричної станції з урахуванням нерівномірності надход-

ження сонячної радіації на базі математичного моделювання.

Визначення основних величин та їх скорочень: сумарна інсоляція, що надходить на похилу поверхню (I), кВт/м², час доби (t), год; коефіцієнт корисної дії фотоелектростанції (η_{pv}), %; сумарна площа сонячних модулів (S), м²; об'єм верхнього водосховища (V_{BP}), м³; об'єм нижнього водосховища (V_{HP}), м³; витрата води через насосну станцію (Q_{pump}), м³/с; електрична потужність двигуна насоса (P_{motor}), кВт; механічна потужність насоса (P_{pump}), кВт; потужність сонячної електростанції (P_{pv}), кВт; ефективність насоса (η_{pump}), %;

потужність споживання (N_{cons}), кВт; рівень води у верхньому резервуарі (Z_{ur}), м; рівень води у нижньому резервуарі (Z_{dr}), м; гідростатичний напір насоса (H_{pump}), м.

Виклад основного матеріалу

Модель фотоелектричної станції (ФЕС). У поданій імітаційній моделі (рис. 1), ФЕС розглядається як керуване джерело потужності, інтегроване в трифазну мережу змінного струму. На відміну від статичних розрахунків, ця модель враховує динаміку зміни сонячної інсоляції протягом доби та стохастичний характер погодних умов [3].

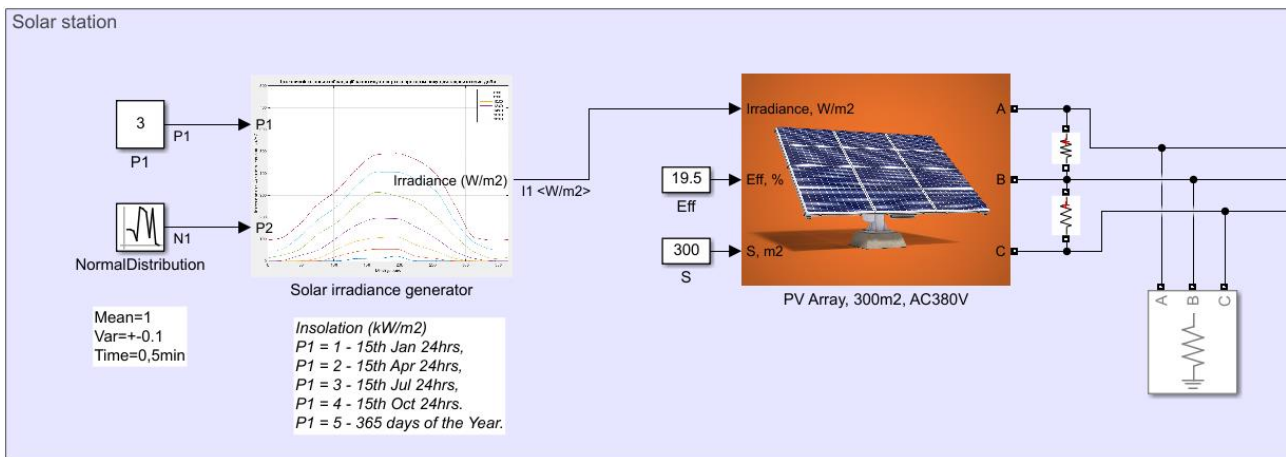


Рис. 1. Імітаційна модель ФЕС

Вихідна активна потужність ФЕС (P_{pv}) у моделі визначається як функція трьох основних параметрів: рівня інсоляції (I), площі фотоелектричного масиву (S) та загального коефіцієнта корисної дії системи (η). Для врахування стохастичного характеру надходження сонячної енергії використано коефіцієнт хмарності (ξ). У моделі він поданий як стаціонарний випадковий процес з нормальним розподілом, що дає змогу врахувати короточасні флуктуації надходження сонячної радіації.

Відповідно до структури підсистеми «Solar Power» розрахунок виконується за рівнянням:

$$P_{pv} = I(t) \cdot S \cdot T(t) \cdot \xi(t) \quad (1)$$

де: $I(t)$ — поточне значення сонячної інсоляції, Вт/м²; S — ефективна площа сонячних панелей, м²; η — ККД перетворення (враховує ефективність панелей та інвертора), в. о.; $\xi(t)$ — коефіцієнт хмарності (cloudiness factor), що представлений як стаціонарний випадковий процес з нормальним розподілом.

Узгодження з електричною мережею здійснює трифазний інвертор (рис. 2). Завдяки використанню перетворення симетричних складових модель забезпечує стабільну генерацію активної потужності P навіть у разі спотворень або несиметрії напруги в точці приєднання насосної системи.

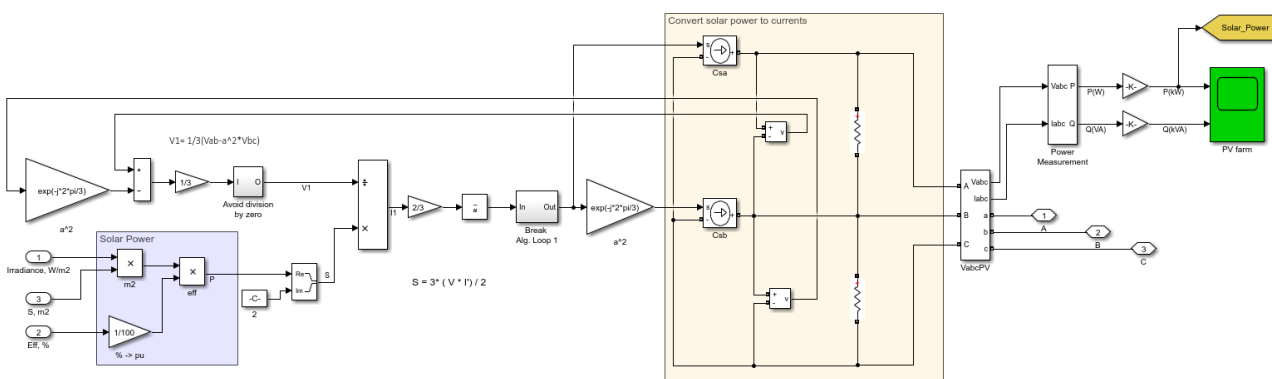


Рис. 2. Імітаційна модель інвертора ФЕС

Система описується такою послідовністю математичних операцій [9, 11]:

1. Розрахунок цільового комплексного струму (I_{ref}):

Для формування керуючих впливів інвертора ФЕС обчислюється комплексне значення опорного струму I_{ref} за алгоритмом зворотного зв'язку за напругою прямої послідовності U_{ref} (знак « $-$ » позначає комплексне спряження, коефіцієнт « -2 » внизу вказує на напрямок потоку енергії – генерація в мережу):

$$I_{ref} = \frac{-2P}{U_{ref}} \quad (2)$$

2. Виділення напруги прямої послідовності (U_1):

Для коректної роботи в несиметричних режимах блок реалізує класичне перетворення методів симетричних складових для прямої послідовності:

$$U_1 = (1/3)(U_{ab} + a \cdot U_{bc} + a^2 \cdot U_{ca}) \quad (3)$$

де $a = \exp(j\frac{2\pi}{3})$ – фазний оператор зсуву на 120° ,

U_{ab}, U_{bc}, U_{ca} – лінійні напруги,

U_1 – вектор напруги прямої послідовності.

3. Формування базового сигналу струму (I_1):

Струм прямої послідовності I_1 розраховується як частка від ділення генерованої потужності на напругу прямої послідовності:

$$I_1 = (2/3) \cdot (P/U_1) \quad (4)$$

4. Зворотне перетворення у фазні струми:

Для отримання керуючих сигналів для джерел струму C_{sa} та C_{sb} використовується фазний зсув назад:

$$I_{ca} = I_1 \cdot e^{j0} = I_1 \quad (5)$$

$$I_{cb} = I_1 \cdot a^2 = I_1 \cdot e^{-j\frac{2\pi}{3}} \quad (6)$$

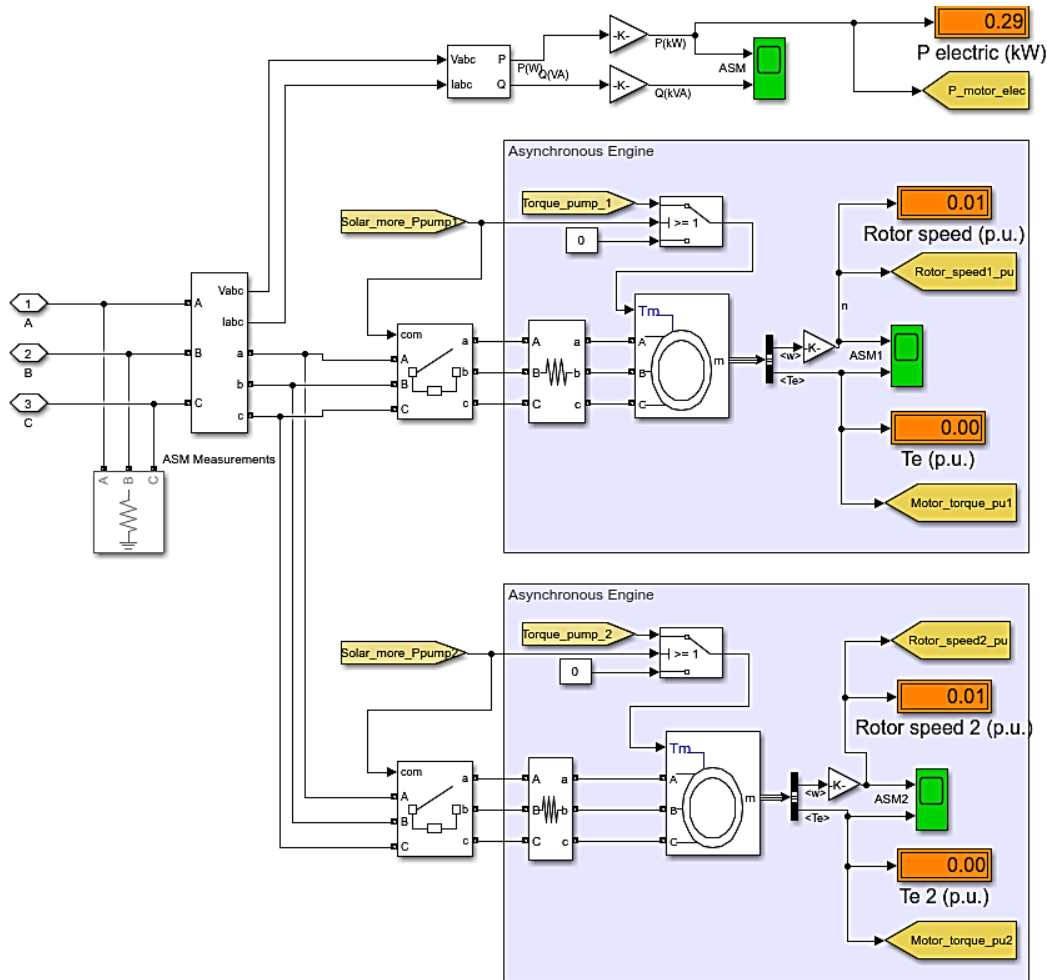
5. Рівняння балансу потужності:

Фінальна перевірка моделі здійснюється блоком Power Measurement, який підтверджує виконання тотожності шляхом розрахунку активної вихідної потужності P_{out} :

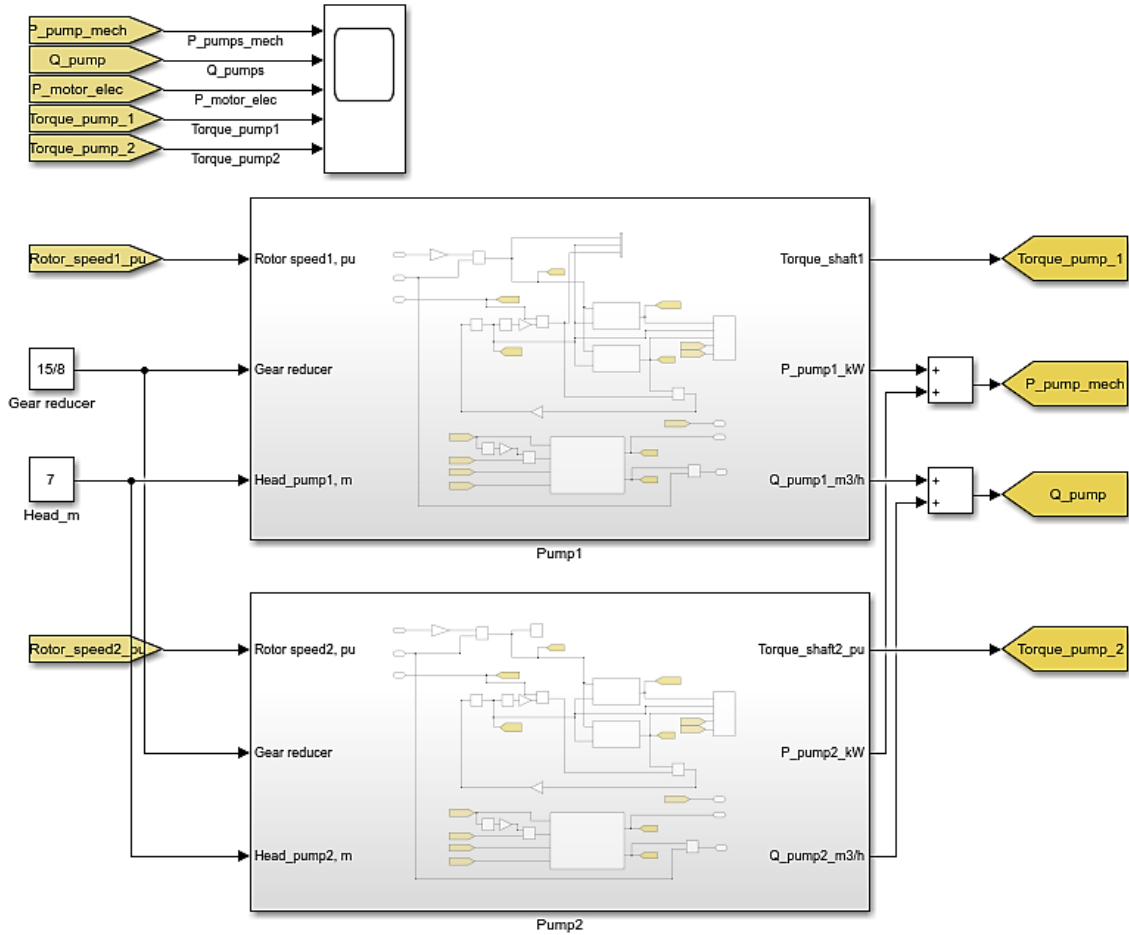
$$P_{out} = \operatorname{Re}\left\{\frac{3}{2}(V_1 \cdot \bar{I}_1)\right\} \quad (7)$$

Імітаційна модель насосної установки. Математичний опис моделі насосної станції на базі асинхронних двигунів (АД) та відцентрових насосів охоплює три взаємопов'язані рівні: електромеханічне перетворення енергії в двигуні, гідравлічні характеристики насоса та алгоритм обчислення робочих параметрів у Simulink.

Насосна станція (рис. 3) подана двома ідентичними агрегатами, кожен з яких складається з асинхронного двигуна з короткозамкненим ротором та відцентрового насоса з керованою частотою обертання.



a



6

Рис. 3. Імітаційна модель насосної станції на базі асинхронних двигунів та відцентрових насосів:
а – частина 1, б – частина 2

Динаміка асинхронного двигуна в системі координат dq , яка обертається з синхронною швидкістю, описується системою диференціальних рівнянь напруг та потокозчеплень [9]:

$$\begin{cases} u_{sd} = R_s i_{sd} + \frac{d\psi_{sd}}{dt} - \omega_e \omega_{sq} \\ u_{sq} = R_s i_{sq} + \frac{d\psi_{sq}}{dt} - \omega_e \omega_{sd} \\ 0 = R_r i_{rd} + \frac{d\psi_{rd}}{dt} - (\omega_e - \omega_r) \psi_{rq} \\ 0 = R_r i_{rq} + \frac{d\psi_{rq}}{dt} - (\omega_e - \omega_r) \psi_{rd} \end{cases} \quad (8)$$

Рівняння руху ротора, що визначає зміну частоти обертання під впливом електромагнітного моменту (T_e) та моменту опору насоса (T_{shaft}):

$$J \frac{d\omega_m}{dt} = T_e - T_{shaft} \quad (9)$$

де J – сумарний момент інерції агрегату,

ω_m механічна кутова швидкість.

Основою моделі насоса (підсистема, рис. 4) є використання гідромеханічних характеристик, апроксимованих за допомогою двовимірних таблиць пошуку (2-D Lookup Tables) [8].

Алгоритм обчислення вихідних параметрів базується на законах подібності для відцентрових машин. Вихідний напір (H) та ККД (η_{pump}) розраховуються як функції поточної витрати (Q) і частоти обертання (n , об/хв):

$$H = f_H(Q, n), \quad \eta_{pump} = f_\eta(Q, n) \quad (10)$$

Для довільної частоти обертання n напір H визначається за апроксимаційним поліномом другого порядку:

$$H(Q, n) = H_{max} \cdot \left(\frac{n}{n_{nom}} \right)^2 - k_h \cdot Q^2 \quad (11)$$

Для формування поверхонь характеристик використовується інтерполяція методом $rpchip$ (кубичний сплайн) для забезпечення гладкості функцій:

$$\eta_{interp} = \text{interp1}(Q_{raw}, H_{raw}, Q_{common}, 'pchip') \quad (12)$$

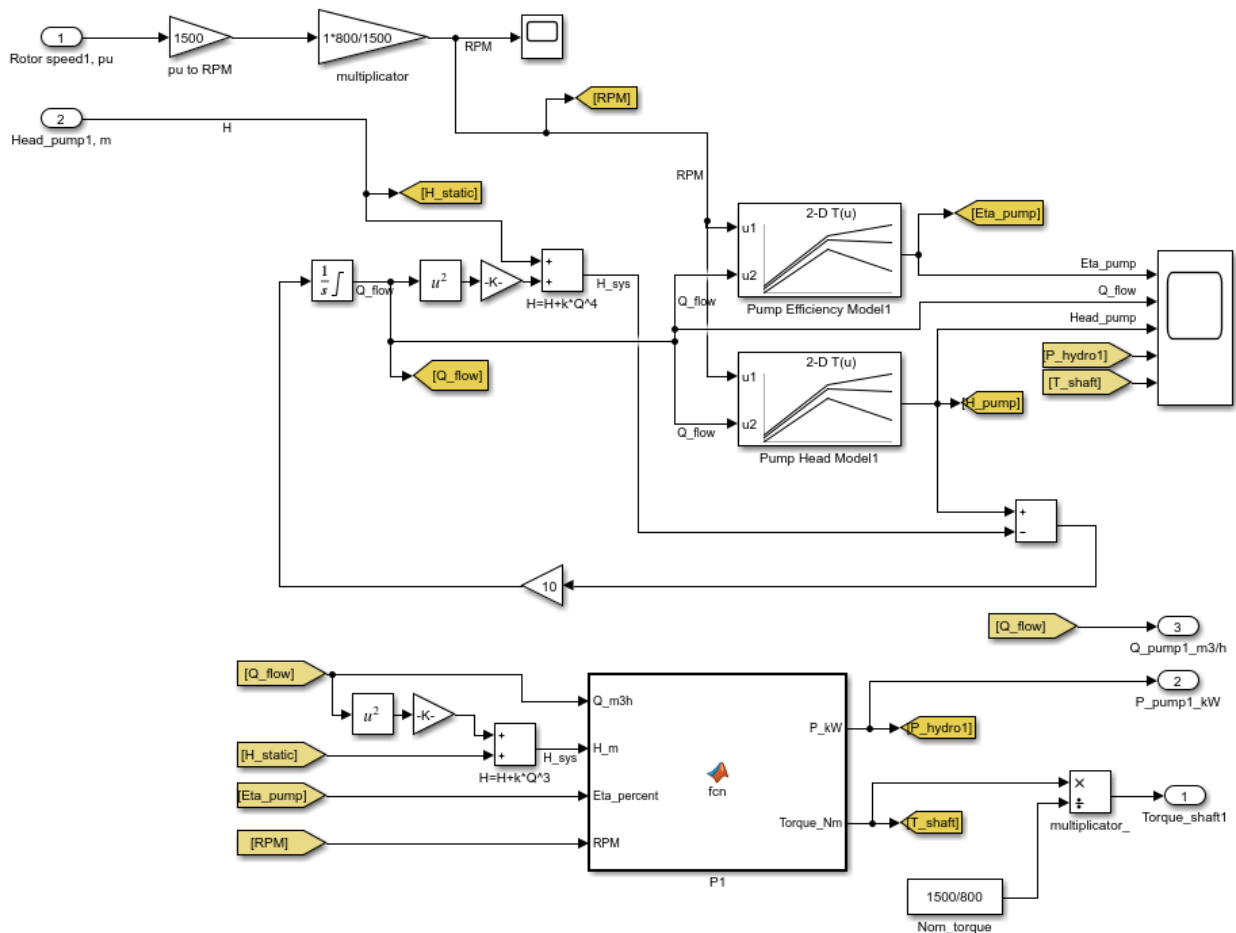


Рис. 4. Підсистема насосної станції на базі відцентрових насосів

Візуалізація поверхонь (Surface Plots) (рис. 5) дає змогу оцінити динаміку насоса (на прикладі відцентрового насоса Grundfos NB-200-400-308, 1000 об/хв, 15 кВт) при регулюванні частоти обертання: поверхня напору H у перетинах демонструє параболічну залежність $H \sim n^2$. При зниженні частоти обертання з 1000 до 250 об/хв максимальний напір агрегату зменшується майже у 15

разів (з 12.87 до 0.8 м). Поверхня ККД $\eta = f(Q, RPM)$ має виражений «гребінь» доцільних режимів. Робочий діапазон ККД для високих обертів лежить у межах 20–81 %. Важливою особливістю є те, що за глибокого регулювання частоти (нижче 400 об/хв) зона високого ККД різко звужується, а його максимальне значення падає нижче 70 %.

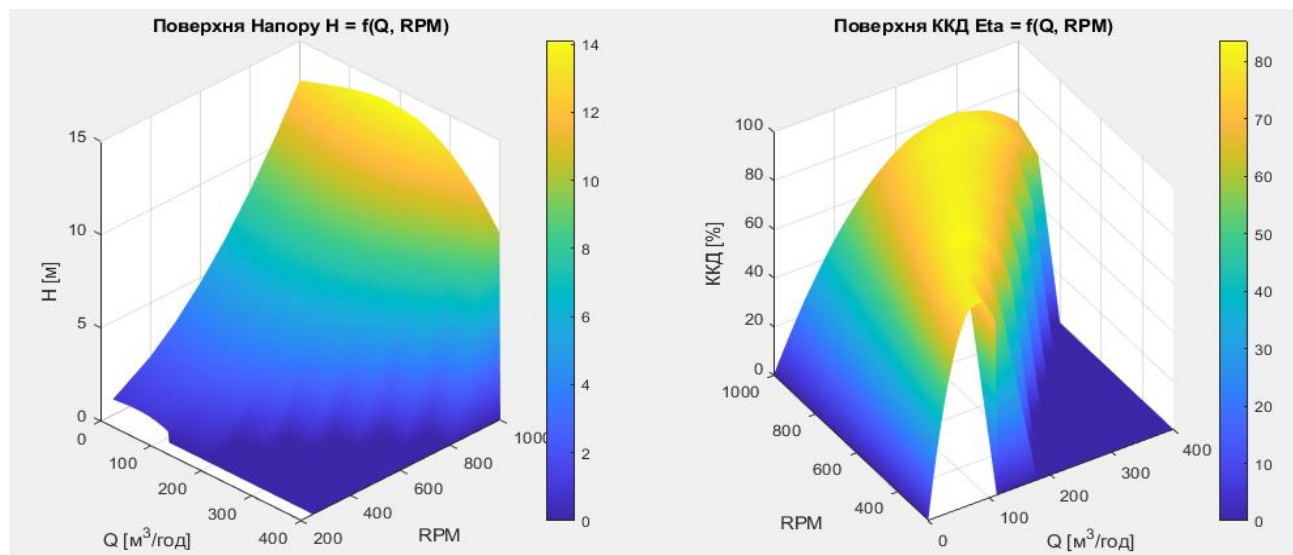


Рис. 5. Інтерпольовані гідромеханічні характеристики відцентрового насоса

$$H = f_H(Q, n), \quad \eta_{\text{pump}} = f_\eta(Q, n)$$

Блок fcn (P1) реалізує математичну модель перетворення гідравлічних параметрів на механічний момент на валу. Гідравлічна потужність розраховується, як:

$$P_{hyd} = \rho \cdot g \cdot Q \cdot H \quad (13)$$

Під час роботи на максимумі ($Q \approx 400 \text{ м}^3/\text{год}$, $H \approx 10 \text{ м}$) вона становить приблизно 10.9 кВт. Механічний момент визначається через потужність на валу та кутову швидкість:

$$T = \frac{P_{hyd}}{\eta \cdot \omega} \quad (14)$$

Оскільки передавальне число становить 1500/800, момент, який виникає на валу асинхронного двигуна, буде у 1.9 раза більшим, ніж момент на валу насоса, а частота обертання двигуна – відповідно, вищою.

Загалом насос має високу чутливість до зміни частоти. Зона енергоефективної роботи (ККД > 75 %) зосереджена в діапазоні 700–1000 об/хв та витрат 150–350 м³/год. Узгодження з ФЕС: при зниженні сонячної інсоляції (і, відповідно, частоти живлення АД), робоча точка насоса буде зміщуватися поверхню напору вниз. При частотах нижче 400 об/хв (що відповідає приблизно 20 Гц на двигуні) насос може вийти з режиму корисної подачі, якщо статичний напір системи перевищить 2.1 м. Ці дані є базою для розробки алгоритму МРРТ-керування, який повинен утримувати частоту обертання в зоні максимального ККД насоса, попри стохастичні зміни потужності сонячної станції.

Узгодження потужності агрегатів фотоелектричної станції та насосної установки. Для забезпечення максимальної енергоефективності системи «ФЕС – асинхронний двигун – насос» в умовах стохастичної зміни сонячної інсоляції запропоновано методику багаторівневого узгодження параметрів. В основу алгоритму покладено принцип адаптації до поточного енергетичного ресурсу, аналогічний методу використання часткових гідромеханічних характеристик для гідротурбін типу Каплана [12].

Вибір встановленої потужності фотоелектричного масиву P_{pv} та силового електрообладнання базується на визначенні робочої точки:

- номінальна потужність ФЕС $P_{pv,n}$;
- встановлена потужність $P_{motor,n}$ та робочий режим приводу насоса;

$$P_{pv} = P_{motor}(n, Q) \cdot \eta_{motor} = P_{pump}(n, Q) \cdot \eta_{pump} \cdot \eta_{motor} \quad (14)$$

Це дає змогу реалізувати траєкторію керування, що проходить через «гребінь» поверхні ККД насосної установки, мінімізуючи втрати енергії при відхиленнях від номінального режиму [6, 7].

Встановлена потужність та робочий режим приводу насоса. Розглянемо на прикладі ФЕС із встановленою потужністю ($P_{pv,n} = 20 \text{ кВт}$) з двома приводами насосів потужністю ($P_{motor,n} = 7,5 \text{ кВт}$), які паралельно працюють за алгоритмом ступінчастого включення: перший від $K_{p1} = 0.37$, другий від $K_{p1} = 0.75$, робочий напір ($H = 7 \text{ м}$). Спершу розглянемо насос, який співвимірний з потужністю двигуна:

- встановлена потужність $P_{pump,n}$ та робочий режим насоса;

Номінальна потужність ФЕС $P_{pv,n}$: розрахункове значення, яке приймається на рівні 95 % від встановленої потужності фотоелектричного масиву за стандартних умов випробувань (STC). Такий підхід дає змогу врахувати експлуатаційні втрати в силовому інверторі, падіння напруги в кабельних лініях, а також тепловий дрейф характеристик напівпровідникових панелей (зниження ККД при нагріванні вище 25 °С, що забезпечує точніше енергетичне узгодження джерела з насосними агрегатами).

Встановлена потужність та робочий режим приводу насоса. На відміну від класичних систем із живленням від стабільної мережі, де потужність двигуна підбирається з коефіцієнтом запасу 1.1–1.15 відносно навантаження, у системах зі стохастичним джерелом базовим орієнтиром виступає профіль генерації ФЕС. За номінальний режим роботи системи доцільно приймати стан, за якого вихідна потужність становить K_p від максимально можливої генерації $P_{motor,n} = K_p \cdot P_{pv,n}$.

Ступінчасте керування приводами насосів. Для розширення діапазону роботи системи з високим ККД у періоди низької інсоляції застосовано структуру з двома паралельно працюючими насосними агрегатами меншої одиничної потужності. Коефіцієнти $K_{p1} = 0.3 \dots 0.47$, $K_{p2} = 0.6 \dots 0.95$ за фізичною суттю визначають умову ввімкнення двигуна як мінімальну потужність генерації ФЕС (відносно встановленої), за якої буде подано сигнал на ввімкнення двигуна. За умови ($P_{pv}(t) > K_{p1} \cdot P_{pv,n}$) система ініціює пуск першого насосного агрегату, а при досягненні рівня генерації ($P_{pv}(t) > K_{p2} \cdot P_{pv,n}$) відбувається підключення другого агрегату, що забезпечує ступінчасте узгодження потужності навантаження з доступною сонячною енергією.

Адаптивне регулювання частоти за універсальною характеристикою [10]. Кінцеве узгодження здійснюється шляхом неперервної корекції частоти обертання (n) залежно від поточної доступної потужності $P_{pv,mppt}$. Використовуючи отримані поверхні інтерполяції, система керування в реальному часі розв'язує рівняння балансу потужності з точки зору максимального Q_{max} для поточного P_{pv} :

$$P_{pump,n} = 0.95 P_{motor,n} \approx 7 \text{ кВт} \quad (15)$$

Візьмемо відцентровий насос Grundfos NB_150200182 встановленою потужністю 7 кВт.

Спершу необхідно на основі універсальної характеристики побудувати закон регулювання за максимумом ККД.

Для визначення доцільних режимів експлуатації насосного агрегату розглянемо його енергетичні характеристики. Оскільки робота насоса в зонах низької ефективності призводить до перевитрат електроенергії, побудова комбінаторної лінії (Combinator Line) базується на принципі підтримки максимально можливо-

го ККД за зміни частоти обертання робочого колеса. Удосконалено відомий алгоритм побудови комбінаторних залежностей для поворотно-лопатевого гідротурбін, описаний у роботі [12], шляхом його адаптації для відцентрових насосних установок. Ключовою відмінністю удосконаленого підходу є застосування інтерполяції методом ермітових кубічних сплайнів для формування неперервних поверхонь ККД та введення додаткової умови обмеження робочої зони за мінімальним статичним напором ($H < H_{min}$), що дає змогу дослідити енергетичну ефективність режимів. Реалізацію запропонованого алгоритму наведено нижче:

1. На основі вхідних масивів даних витрати Q , напору H та ККД для фіксованих значень частоти обертання RPM проведено інтерполяцію методом ермітових кубічних сплайнів (pchip) на спільну сітку витрат. Це дало змогу отримати неперервні поверхні $H = f(Q, n)$ та $\text{ККД} = f(Q, n)$.
2. Для кожної ізольованої частоти обертання визначено точку локального максимуму ККД. Координати цих точок (Q, H) формують траєкторію найекономічнішої роботи насоса – комбінаторну лінію.

3. Для кожної точки комбінаторної залежності розраховано споживану потужність.
4. Враховуючи технічні вимоги до системи, на графіках введено поріг напору $H = 7$ м. Робочі режими, що забезпечують напір вище заданого порогу, відображені суцільними лініями, тоді як зони низького напору ($H < 7$ м) показані пунктиром.

Результатом розрахунку є сімейство енергетичних характеристик (рис. 6, а), на яких червоною лінією з маркерами нанесено Combinator Line. Ця лінія дає змогу реалізувати алгоритм частотного регулювання, який забезпечує мінімальну питому витрату електроенергії при забезпеченні необхідної подачі насоса.

Поряд з регулюванням за максимумом ККД для систем, що працюють на мережу з фіксованим статичним опором (зокрема, накачування води ГАЕС), доцільно розглянути другий алгоритм регулювання – за межею мінімально допустимого напору $H \geq H_{min}$. На відміну від першого підходу, де пріоритетом є енергоефективність, цей алгоритм орієнтований на забезпечення максимально можливої продуктивності насоса при підтримці тиску, необхідного для подолання гідравлічного опору системи.

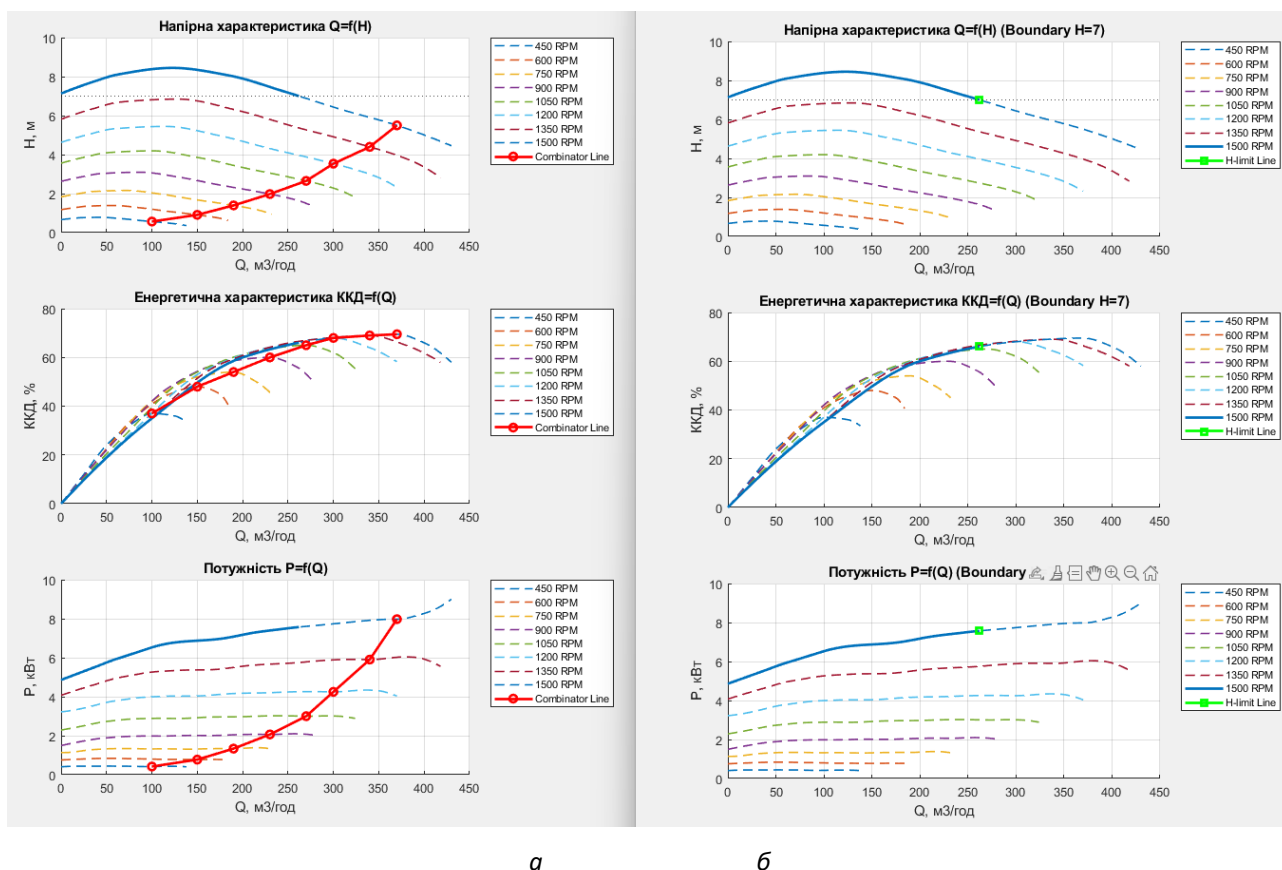


Рис. 6. Універсальна гідравлічна характеристика насоса Grundfos NB_150200182 7 кВт та два алгоритми регулювання: за максимумом ККД (а) та за мінімальним напором (б)

Для формування траєкторії регулювання за межею напору застосовано такий алгоритм:

1. Для кожної ізольованої частоти обертання RPM проводиться аналіз функції $H = f(Q)$. Алгоритм знаходить крайню точку (максимальну витрату Q_{limit}), за якою напір насоса стає меншим за порогове

значення $H \geq H_{min}$ (для нашого прикладу це 7 м). Оскільки при частотах обертання 450, 600 та 750 об/хв напірна характеристика насоса NB 150-200/182 перебуває нижче вказаного порогу на всьому діапазоні витрат, ці режими виключаються з формування активної траєкторії регулювання.

- Сукупність знайдених граничних точок формує на графіках (рис. 7, б, рис. 8, б) другу комбінаторну лінію, позначену зеленою лінією з маркерами. Вона проходить через точки перетину напірних характеристик з ізолінією $H = 7$ м, що відповідає крайній правій межі експлуатаційної зони насоса. У випадку насоса 7 кВт (рис. 6, б) маємо лише 1 робочу точку, що забезпечує мінімальний напір.
- Для точок, що належать лінії H_{limit} , виконується розрахунок відповідних значень ККД та споживаної потужності.

Порівняльний аналіз отриманих результатів показує, що регулювання за Combinator Line (рис. 6, а) забезпечує роботу агрегату у ВЕР-зоні (Best Efficiency Point), тоді як регулювання за межею напору (рис. 6, б) дає змогу максимізувати об'єм викачаної води в умовах надлишкової потужності ФЕС, незважаючи на деяке зниження ККД та зростання споживаної потужності.

Відповідно, цільовим законом регулювання є такий закон, який забезпечує максимально можливе значення ККД при $H \geq H_{min}$, тобто за першим законом регулювання (рис. 6, а), та коли неможливо підтримувати максимум ККД, то він забезпечує регулювання за межею мінімально допустимого напору (рис. 6, б).

З прикладу на рис. 6 видно, що незважаючи на співвимірність встановленої потужності насоса з потужністю двигуна (рівн. 1.15), насос виходить на робочий

режим лише на 100 % обертів, та будь-які коливання напору в більшу сторону призведуть до значного падіння ККД або до зупинки накачування води через нестачу напору. Відповідно, застосування рівності (1.15) при визначенні потужності насоса є справедливим, якщо насос працюватиме при фіксованому напорі та частоті обертання двигуна без регулювання швидкості.

Розглянемо насос, який має 30%-й та 100%-й запас за потужністю відносно двигуна:

$$P_{pump_n} = 1.3 P_{motor_n} \approx 10 \text{ кВт} \quad (16)$$

$$P_{pump_n} = 2 P_{motor_n} \approx 15 \text{ кВт} \quad (17)$$

Візьмемо відцентровий насос Grundfos NB_150-315.2/293 встановленою потужністю 10 кВт та Grundfos NB_200-400/308 встановленою потужністю 15 кВт і проведемо аналогічні розрахунки.

Поряд з регулюванням за максимумом ККД для систем, що працюють на мережу з фіксованим статичним опором (зокрема, накачування води ГАЕС), доцільно розглянути другий алгоритм регулювання – за межею мінімально допустимого напору $H \geq H_{min}$. На відміну від першого підходу, де пріоритетом є енергоефективність, цей алгоритм орієнтований на забезпечення максимально можливої продуктивності насоса за підтримки тиску, необхідного для подолання гідравлічного опору системи.

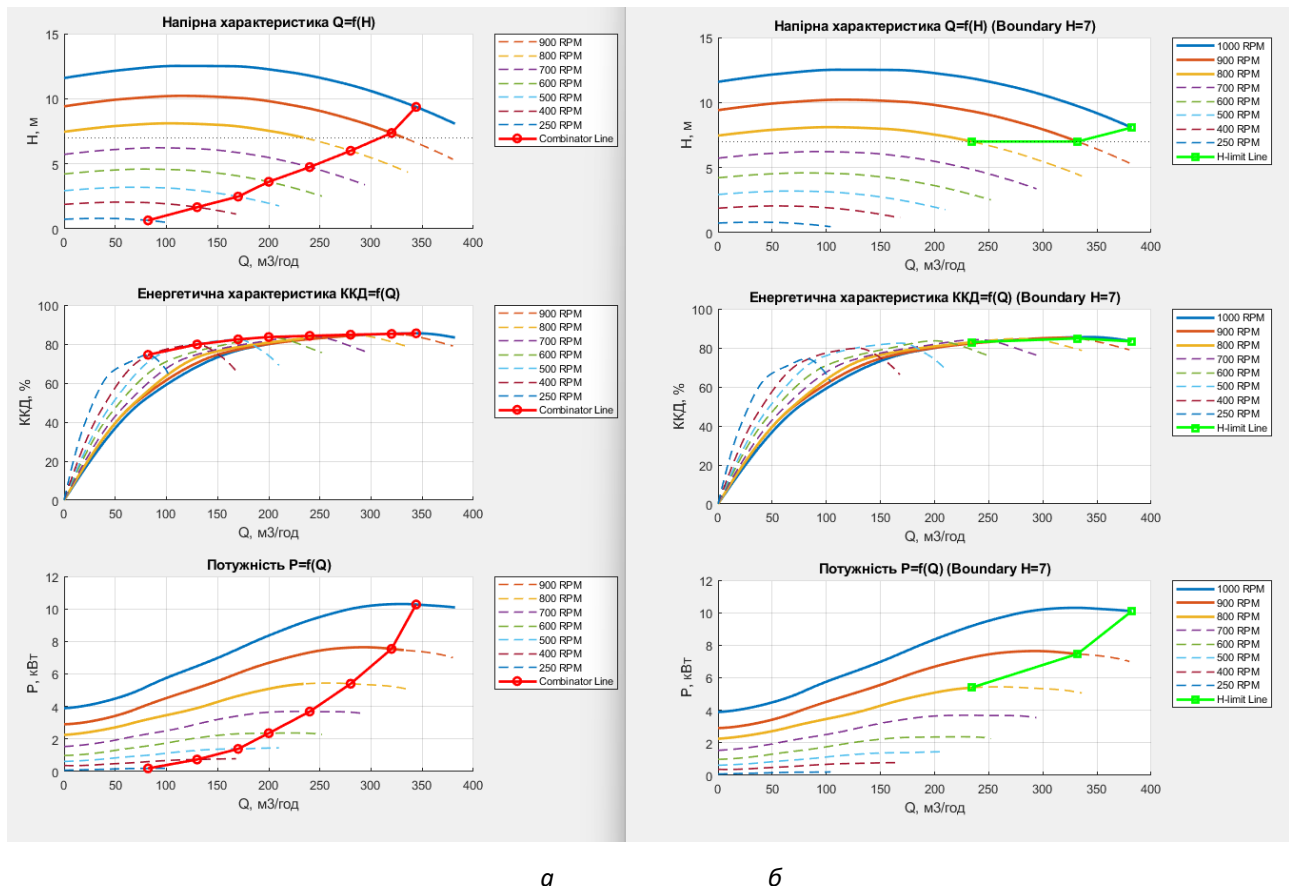


Рис. 7. Універсальна гідравлічна характеристика насоса Grundfos NB_150-315.2/293 10 кВт та 2 закони регулювання: за максимумом ККД (а) та за мінімальним напором (б)

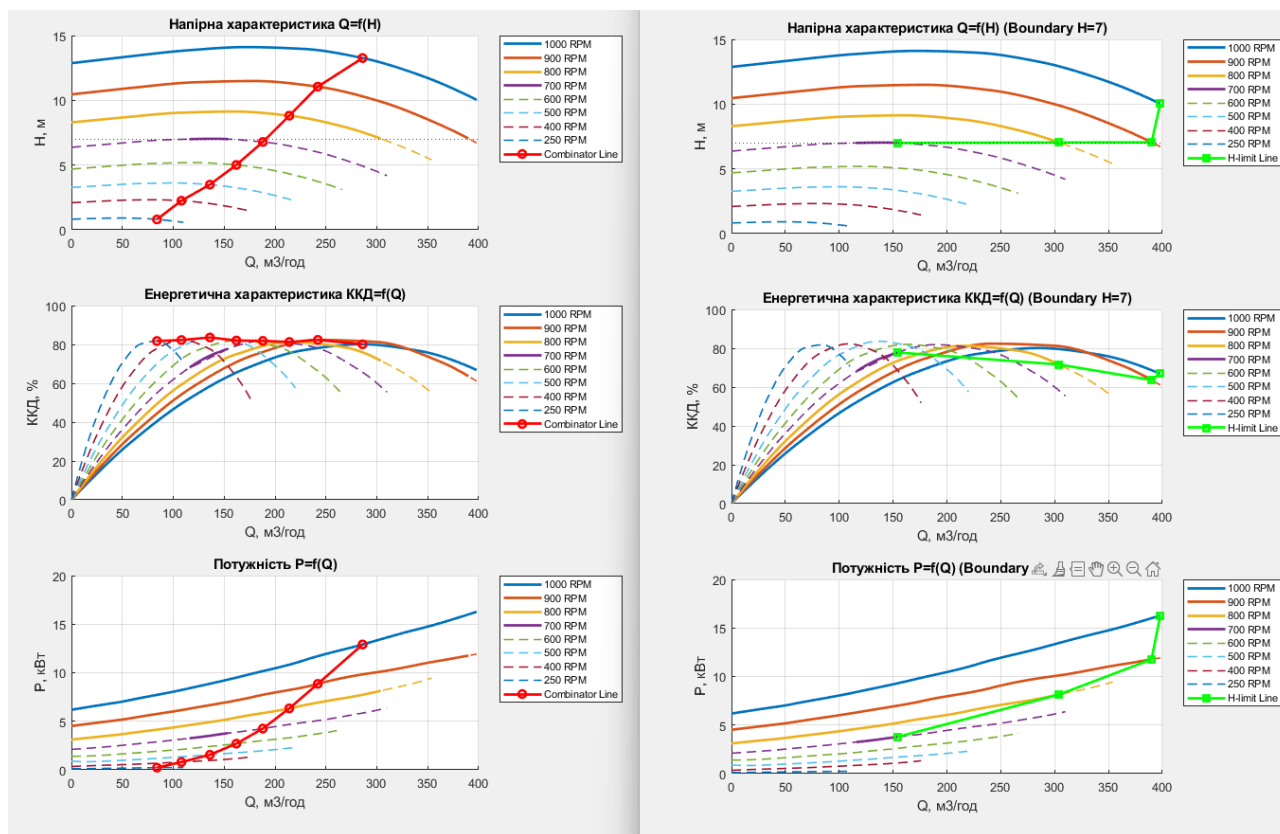


Рис. 8. Універсальна гідравлічна характеристика насоса Grundfos NB_200-400/308 15 кВт та 2 закони регулювання: за максимумом ККД (а) та за мінімальним напором (б)

Аналіз характеристик насосів NB 150-315.2/293 (рис. 7) та NB 200-400/308 (рис. 8) дає змогу розширити розуміння взаємозв'язку між встановленою потужністю приводу та реальним робочим діапазоном системи:

- На відміну від моделі NB 150-200/182, яка виходить на робочий режим лише при номінальних обертах, насос NB 150-315.2/293 здатний забезпечувати стабільну подачу води вже при частоті 80 % і вище. Це вказує на наявність значного «гідравлічного запасу», що дає змогу системі керування ефективно використовувати потужність фотоелектричної станції навіть у періоди низької інсоляції.
- Для насоса NB 200-400/308 спостерігається широка зона високого ККД (понад 80 %), яка зміщується за «комбінаторною залежністю». Це підтверджує, що встановлена потужність приводу використовується ефективно не лише в одній точці, а в усьому діапазоні регулювання від 70 до 100 % швидкості.
- Застосування рівності (15) для цих моделей залишається методично правильним для оцінки пікового споживання. Однак, враховуючи високу крутизну напірних характеристик, будь-яка зміна швидкості обертання приводить до суттєвої зміни споживаної потужності, що вимагає обов'язкового врахування ККД насоса як змінної величини $KКД = f(Q, n)$.
- Для досліджених високонапірних моделей (рівн. 16 та 17) коливання опору мережі не є критичними. Якщо для моделі 150-200/182 зростання напору означало припинення роботи, то для NB 150-

315.2/293 це приведе лише до незначного зміщення робочої точки вздовж характеристики.

Таким чином, вибір насоса з певним надлишком за напором (як у випадках з NB 150-315.2 та NB 200-400) перетворює встановлену потужність приводу з обмеженого ресурсу на гнучкий інструмент регулювання. Робочий режим приводу в таких системах характеризується високою живучістю та здатністю до глибокого енергоефективного регулювання швидкості, що є раціональним для систем із сонячним живленням.

Симуляція роботи насосної установки від ФЕС. Було проведено імітаційне моделювання установки з такими характеристиками: площа ФЕС – 150 м², потужність двигуна – 7,5 кВт, кількість двигунів – 2, потужність відцентрового насоса – 15 кВт, кількість насосів – 2 (рис. 9).

Аналіз роботи насосної установки від ФЕС (рис. 9) показав такі ключові аспекти функціонування системи:

1. Пряма залежність від рівня інсоляції та енергетичний потенціал: Робота системи чітко корелює з рівнем сонячної радіації (зелена лінія). За розрахунковий період (добу) загальна кількість доступної сонячної енергії становила 112.51 кВт·год. Генерація починається при досягненні порогового рівня освітленості та припиняється при його падінні ввечері.
2. Ефективність споживання електроенергії насосами: Зі згенерованої енергії на роботу електродвигунів насосних агрегатів було витрачено 75.09 кВт·год (електрична енергія). При цьому корисна механічна енергія на валу насосів становила 65.82 кВт·год.

Різниця між цими показниками свідчить про втрати в електродвигунах та перетворювачах частоти, проте ККД перетворення залишається на високому рівні (близько 87 %).

3. Ступінчасте регулювання навантаження: Графік керуючого сигналу (Pump signal) демонструє адаптивність системи:
 - При помірній інсоляції працює один насос.
 - У пікові години (інтервали часу дня 600–650 хв та 700–850 хв) підключається другий агрегат.
4. Система успішно відпрацювала тимчасове затінення (хмарність) в інтервалі часу 650–700 хв, короткочасно відключивши другий насос для збереження стабільності.
5. Утилізація надлишкової енергії (Secondary Load): Система ефективно використовує енергію, яку насоси не можуть спожити в конкретний момент часу (наприклад, коли генерація перевищує номінал

двигунів або під час провалів навантаження). За добу на вторинне навантаження було спрямовано 19.04 кВт·год. Це значно підвищує загальний коефіцієнт використання встановленої потужності ФЕС.

6. Загальна ефективність використання сонячної енергії: Інтегральний показник коефіцієнта використання сонячної енергії (Solar usage) становив 58.50 %. Цей параметр (співвідношення корисної механічної роботи насосів і всієї доступної сонячної енергії) є досить високим [5, 13] для автономних систем без масивних накопичувачів енергії, що свідчить про вдалий підбір потужності насосів по відношенню до потужності сонячних панелей.

Графік підтверджує, що запропонована схема з двома насосними агрегатами та інтелектуальним керуванням дає змогу максимально ефективно використовувати нерівномірну генерацію сонячної електростанції, забезпечуючи стабільну роботу та утилізацію надлишків енергії.

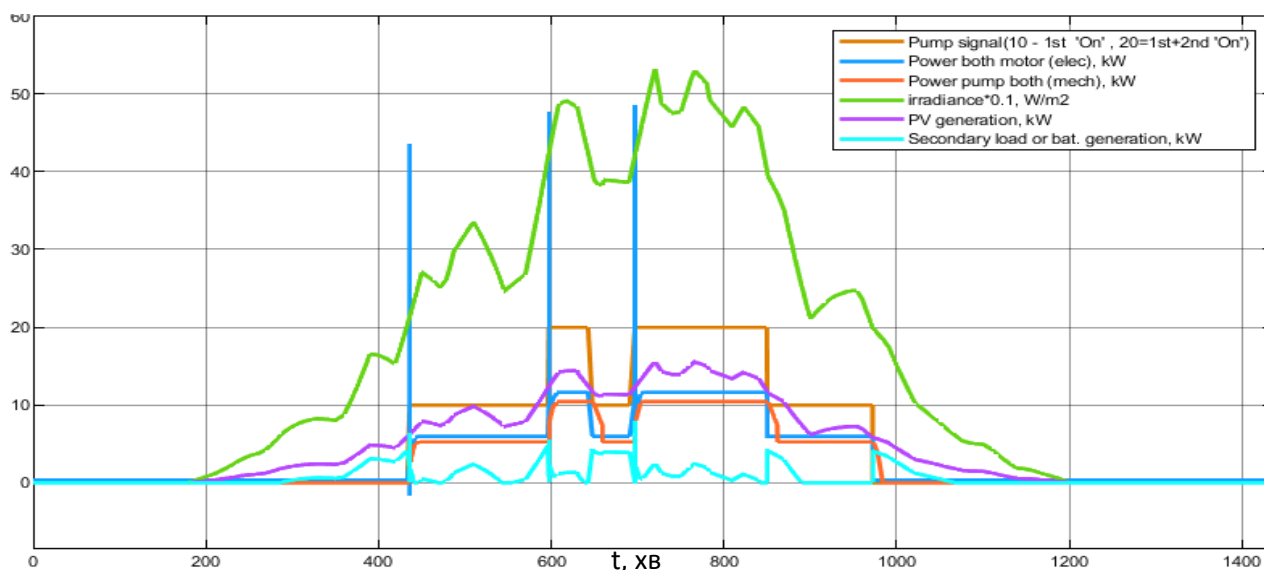


Рис. 9. Графік роботи насосної установки від ФЕС впродовж 24 год

На основі аналізу перехідного процесу пуску двигуна можна зробити такі висновки щодо його тривалості та характеру:

1. Короткий аналіз процесу

Тривалість: процес дуже короткочасний, триває близько 0.2 с.

Характер: це типовий пуск – прямий пуск або жорстка характеристика розгону, що супроводжується різким стрибком споживання як активної, так і реактивної енергії з наступним швидким затуханням коливань.

2. Пікова активна потужність $P_{max} \approx 43$ кВт. Пікова реактивна потужність $Q_{max} \approx 36$ кВАр. Повна потужність:

$$S_{max} = \sqrt{P_{max}^2 + Q_{max}^2} \approx 56.1 \text{ кВА}$$

3. Кратність перевантаження: Якщо номінальна потужність насоса становить 7.5 кВт, то пусковий сплеск у 56.1 кВА перевищує номінал у 5–7 разів. Автономні /

гібридні інвертори мають переважувальну здатність, але зазвичай це 1.5–2 рази від номіналу протягом кількох секунд. Стрибок у 56 кВА для них є занадто великим. Щоб система працювала стабільно без величезного запасу потужності інвертора (наприклад, встановлення інвертора на 60 кВт для двигуна 7.5 кВт є економічно недоцільним), необхідно використовувати плавний пуск або частотний перетворювач (як на рис. 6) (VFD). Це дасть змогу розтягнути час пуску (з 0.2 с до 5–10 с) і знизити пікову повну потужність (S_{max}) до значень, близьких до номіналу, з якими інвертор упорається.

Висновки

1. Розроблено комплексну імітаційну модель системи «ФЕС – асинхронний електропривод – відцентровий насос», яка, на відміну від статичних режимів, враховує стохастичний характер сонячної інсоляції та динаміку перехідних процесів. Це дало змогу реалізувати адаптивні алгоритми керування, що базуються на миттєвому балансі потужностей.

2. Обґрунтовано доцільність застосування алгоритму регулювання за комбінаторною характеристикою (Combinator Line). Порівняльний аналіз показав, що керування частотою обертання з утриманням робочої точки на максимумі ККД є найбільш енергоефективним. У разі неможливості підтримки цього режиму через брак потужності ФЕС система повинна переходити на алгоритм підтримки мінімально допустимого напору ($H \geq H_{\min}$).
3. Вдосконалено методику вибору насосного агрегату. Встановлено, що класичний підхід до вибору насоса ($P_{\text{pump}} \sim P_{\text{motor}}$) є неефективним для систем з фотоелектростанцією як основного джерела живлення, оскільки обмежує діапазон регулювання. Доведено, що для забезпечення роботи насосів у зоні високої ефективності за змінного напору та частоти обертання, номінальна потужність насоса має перевищувати потужність приводу в 1,3–2,0 рази. Це дозволяє системі працювати в зоні високого ККД навіть у разі зниження частоти обертання до 70–80 % від номінальної.
4. Підтверджено ефективність ступінчастого керування паралельними насосами. Симуляція добового циклу показала, що використання двох паралельних насосних агрегатів однакової потужності, які мають різні рівні вмикання, дає змогу досягти коефіцієнта використання сонячної енергії на рівні 58,50 %. При цьому система забезпечує корисне використання надлишків генерації (близько 17 % від загальної енергії) для вторинного навантаження.
5. Визначені вимоги до силового обладнання. Аналіз перехідних процесів виявив, що прямий пуск асинхронних двигунів викликає стрибки повної потужності до 56 кВА (перевантаження у 5–7 разів), що є критичним для автономних інверторів. Це обґрунтовує необхідність обов'язкового використання частотних перетворювачів або пристроїв плавного пуску для обмеження пускових струмів та узгодження з перевантажувальною здатністю інверторів.
6. Удосконалено відомий алгоритм побудови комбінаторних залежностей для поворотно-лопатевого гідротурбін, описаний у роботі [12], шляхом його адаптації для відцентрових насосних установок. Ключовою відмінністю удосконаленого підходу є застосування інтерполяції методом ермітових кубічних сплайнів для формування неперервних поверхонь ККД та введення додаткової умови обмеження робочої зони за мінімальним статичним напором ($H < H_{\min}$), що дає змогу дослідити енергетичну ефективність режимів.
2. Novelli N. et al. Techno-economic optimization of pumped hydro storage plants integrated with floating photovoltaic. *Journal of Energy Storage*. 2025. Vol. 108. Article ID 115432.
3. Bondarenko D. Modeling of systems with the photovoltaic power source and water pumps. *Відновлювана енергетика*. 2024. № 3(78). Pp. 62–68. DOI: [https://doi.org/10.36296/1819-8058.2024.3\(78\)62-68](https://doi.org/10.36296/1819-8058.2024.3(78)62-68)
4. Appiah K. et al. Solar Pumped Hydro Turbine Storage System for Efficient Power Supply. *International Journal of Engineering Research & Technology (IJERT)*. 2024. Vol. 13, no. 11.
5. Ridha E., Al-Chlaihaw K. S. Optimization of Photovoltaic Water Pumping Systems: Progress, Limits, and Prospects for a Healthy Energy Future. *Journal of Techniques*. 2025. Vol. 7, no. 1. Pp. 1–18.
6. Ebrahim M. A. et al. Optimal Performance of Photovoltaic-Powered Water Pumping System using a New Motor-Pump Control Strategy. *Mathematics*. 2023. Vol. 11, no. 3. Article ID 731. DOI: <https://doi.org/10.3390/math11030731>
7. Saady I. et al. Optimization and control of photovoltaic water pumping system using kalman filter based MPPT and multilevel inverter fed DTC-IM. *Results in Engineering*. 2023. Vol. 17. Article ID 100829. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.rineng.2022.100829>
8. Мороз А. В. 3D моделювання гідромеханічних характеристик малих гідроелектростанцій. *Відновлювана енергетика*. 2020. № 2(61). С. 70–79. DOI: [https://doi.org/10.36296/1819-8058.2020.2\(61\).70-79](https://doi.org/10.36296/1819-8058.2020.2(61).70-79)
9. Попович О. М., Головань І. В. Імітаційна модель гідротурбіни для комплексного моделювання електромеханічної системи ГЕС. *Відновлювана енергетика*. 2023. № 2(73). С. 51–60. DOI: [https://doi.org/10.36296/1819-8058.2023.2\(73\)51-60](https://doi.org/10.36296/1819-8058.2023.2(73)51-60)
10. Червоненко І. І. Структурний синтез системи автоматичного управління оборотних гідроагрегатів, які працюють зі змінною частотою обертання: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.13.07 / Нац. техн. ун-т "Харків. політехн. ін-т". Харків, 2015. 20 с.
11. Фільц Р. В. Математичні основи теорії електромеханічних перетворювачів. Київ: Наук. думка, 1979. 206 с.
12. Васько П. Ф. Підвищення енергетичної ефективності малих гідроелектростанцій шляхом застосування змінної частоти обертання гідроагрегатів. *Альтернативна енергетика та екологія*. 2011. № 8 (100). С. 114–131.
13. Попович О. М., Головань І. В. Дослідження енергетичної ефективності електромеханічної системи малих ГЕС у маневрових режимах роботи засобами комплексного моделювання. *Відновлювана енергетика*. 2024. № 3(78). С. 122–131. DOI: [https://doi.org/10.36296/1819-8058.2024.3\(78\)122-131](https://doi.org/10.36296/1819-8058.2024.3(78)122-131)

ПОСИЛАННЯ

1. Васько П. Ф., Мороз А. В., Пазич С. Т. Накопичення енергії відновлюваних джерел на основі морської гідроаккумуляційної електростанції. *Вісник Вінницького політехнічного інституту*. 2017. № 5. С. 61–67.

IMPROVEMENT OF THE METHOD FOR MATCHING CHARACTERISTICS OF THE PUMP OF A PUMPED STORAGE SYSTEM AND A PHOTOVOLTAIC STATION

Received Jan. 30, 2026; accepted Mar. 23, 2026
Available online Mar. 31, 2026

Golovko V.¹, Semenenko R.²

Author for correspondence: Semenenko Roman,
e-mail: semenenko.roman@ill.kpi.ua

¹ Dr. of Tech. Sciences, Professor
<https://orcid.org/0000-0003-0195-9654>

² PhD Student
<https://orcid.org/0000-0003-4737-7836>

^{1, 2} National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv, Ukraine.

¹ Institute of Renewable Energy of NAS of Ukraine

Abstract. *The paper addresses the problem of improving the energy efficiency of autonomous pumped storage systems based on photovoltaic (PV) power plants. Based on the developed simulation model of the "PV – induction motor drive – centrifugal pump" system, an algorithm for matching the installed capacities of the system units has been developed. The expediency of frequency control based on the combinator characteristic to maintain maximum efficiency is substantiated. The method for matching the characteristics of the photovoltaic station and the pumping unit has been improved by synthesizing a frequency control law based on the combinator dependence. A methodology for selecting pump units is proposed, taking into account the excess of the pump's nominal power over the drive power by 1.3–2 times, which allows expanding the control range and increasing operation stability under low solar insolation. Simulation results confirmed that the application of a parallel pump operation scheme with a stepped control algorithm allows achieving a solar energy utilization coefficient for water storage at the level of 58.5%.*

Keywords: *energy storage, water, renewable energy sources, solar radiation, photovoltaic power station, solar irradiation, pumped storage, power plant.*

Introduction

The modern global energy sector is undergoing a rapid transformation driven by the need for decarbonization and the transition to sustainable development. A key aspect of this process is the increasing share of renewable energy sources (RES), among which solar photovoltaics demonstrates the highest implementation rates. However, the widespread integration of photovoltaic power plants (PV plants) into local and national power systems faces a fundamental problem due to the stochastic nature of generation, which critically depends on weather conditions, cloud cover, and time of day. This necessitates the urgent use of efficient energy storage systems to level load curves, smooth generation peaks, and ensure a reliable power supply to consumers. Among existing energy storage technologies, hydro-accumulation is one of the most promising, environmentally friendly, and durable solutions, particularly in the format of small autonomous complexes or systems using floating PV plants [1, 2].

The key scientific and technical task in creating efficient autonomous "PV – pumping unit" systems is the complexity of matching the external characteristics of the power source, which exhibits unstable output power, with the electromechanical and hydraulic characteristics of the pumping units. The specific operational feature is that such systems require instantaneous power balancing: the photovoltaic array must operate at the Maximum Power Point (MPP), while the pumping unit's power consumption is strongly dependent on rotational speed and hydraulic head

[3]. As researchers note, classical design methods oriented towards stable grid conditions do not ensure efficiency operation in standalone solar power systems, resulting in significant energy losses or frequent emergency system shutdowns [4, 5].

Existing control methods often do not fully account for the dynamics of transient processes, or the nonlinear change in the efficiency of a centrifugal pump over a wide range of rotational speed regulation. Modern studies indicate the promise of applying adaptive control algorithms for frequency converters; however, the issue of increasing pump operation efficiency based on the criterion of maximum hydraulic efficiency under conditions of sharp insolation changes remains insufficiently studied [6, 7]. A separate difficulty is the correct mathematical representation of hydraulic machine characteristics in the form of continuous 3D surfaces for accurate mode modeling [8].

Therefore, an urgent scientific and technical task is the development of improved methods for matching the energy characteristics of system elements, which would allow adapting the operation of pumping equipment to the variable profile of solar generation, while ensuring maximum hydraulic energy production [9, 10].

The aim is to improve the method for matching the characteristics of a pumped hydro storage system pump and a photovoltaic power plant, taking into account the non-uniformity of solar radiation input, based on mathematical modeling.

Definition of the main variables and their abbreviations:

total insolation incident on an inclined surface (I), kW/m^2 , time of day (t), h ; efficiency of the photovoltaic system (η_{pv}), %; total area of solar modules (S), m^2 ; volume of the upper reservoir (V_{UR}), m^3 ; volume of the lower reservoir (V_{LR}), m^3 ; water flow rate through the pumping station (Q_{pump}), m^3/s ; electrical power of the pump motor (P_{motor}), kW ; mechanical power of the pump (P_{pump}), kW ; power of the solar power plant (P_{pv}), kW ; pump efficiency (η_{pump}), %; power consumption (N_{cons}), kW ; water level in

the upper reservoir (Z_{ur}), m ; water level in the lower reservoir (Z_{dr}), m ; hydrostatic pump head (H_{pump}), m .

Main Material

Photovoltaic Plant (PV Plant) Model. In the presented simulation model (Fig. 1), the PV plant is considered as a controllable power source integrated into a three-phase AC grid. Unlike static calculations, this model takes into account the dynamics of solar insolation throughout the day and the stochastic nature of weather conditions [3].

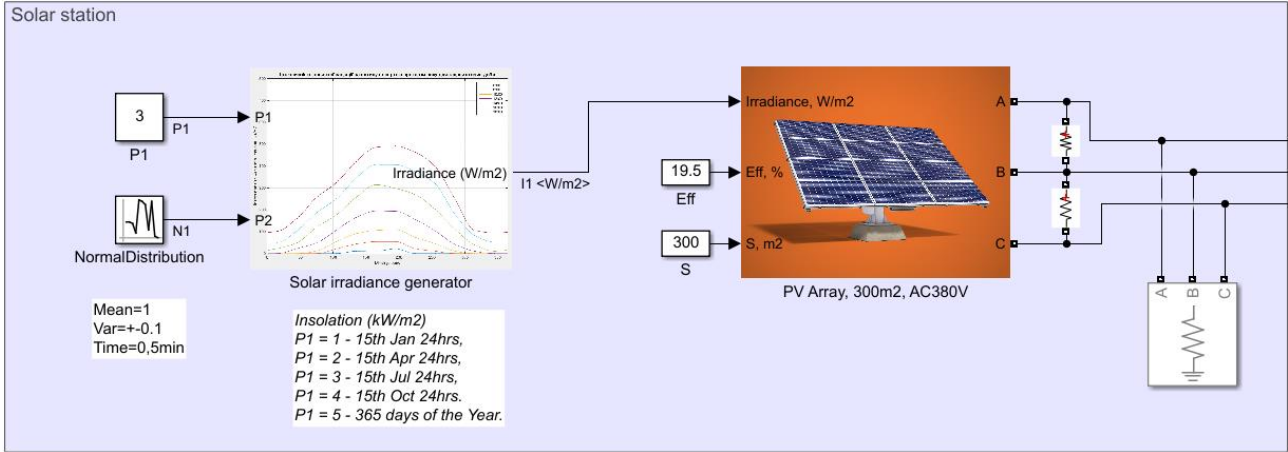


Fig. 1. Simulation model of the PV plant

The output active power of the PV plant (P_{pv}) in the model is defined as a function of three main parameters: the insolation level (I), the area of the photovoltaic array (S) and the overall system efficiency (η). To account for the stochastic nature of solar energy input, the cloud cover coefficient (ξ) is used. In the model, it is represented as a stationary random process with a normal distribution, which allows for the consideration of short-term fluctuations in solar radiation.

According to the structure of the "Solar Power" subsystem, the calculation is performed using the following equation:

$$P_{pv} = I(t) \cdot S \cdot T(t) \cdot \xi(t) \quad (1)$$

where: $I(t)$ — current value of solar insolation, W/m^2 ; S — effective area of solar panels, m^2 ; η — efficiency (accounts for the efficiency of the panels and the inverter), relative units; $\xi(t)$ — cloudiness factor, represented as a stationary random process with a normal distribution.

Grid synchronization is provided by a three-phase inverter (Fig. 2). Thanks to the use of symmetrical components transformation, the model ensures stable generation of active power P even under voltage distortions or asymmetry at the point of connection of the pumping system.

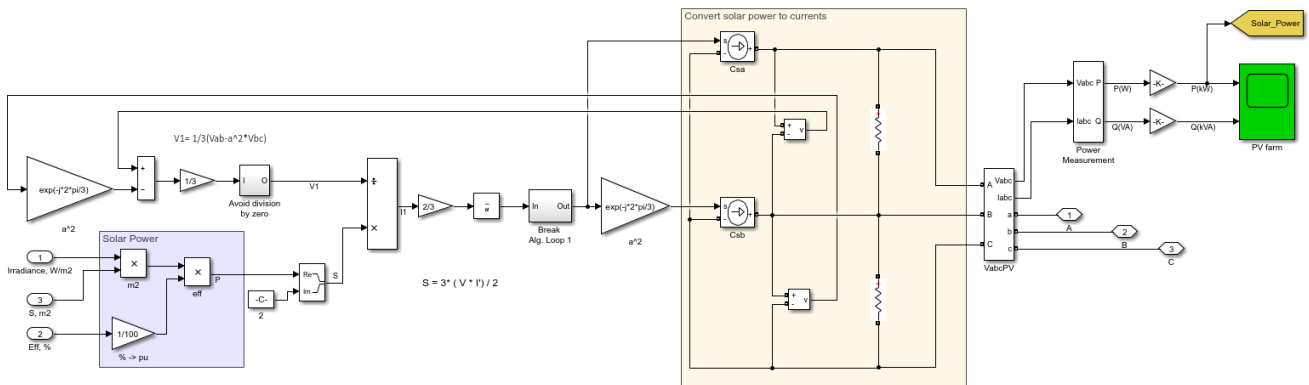


Fig. 2. Simulation model of the PV plant inverter

The system is described by the following sequence of mathematical operations [9, 11]:

1. Calculation of the target complex current (I_{ref}):

To form the control actions of the PV plant inverter, the complex value of the reference current I_{ref} current is calculated using a feedback algorithm based on the positive

sequence voltage $\bar{U}_{ref}$ (the sign « $\bar{}$ » denotes complex conjugation, the coefficient "-2" at the bottom indicates the direction of energy flow — generation into the grid):

$$I_{ref} = \frac{-2P}{U_{ref}} \quad (2)$$

2. Extraction of the positive sequence voltage (U_1):

For correct operation in asymmetrical modes, the block implements the classical transformation of the symmetrical component's method for the positive sequence:

$$U_1 = (1/3)(U_{ab} + a \cdot U_{bc} + a^2 \cdot U_{ca}) \quad (3)$$

where $a = \exp(j \frac{2\pi}{3})$ — is the 120° phase shift operator,

U_{ab}, U_{bc}, U_{ca} — are the line voltages,

U_1 — is the positive sequence voltage vector.

3. Formation of the base current signal (I_1):

The positive sequence current I_1 is calculated as the quotient of dividing the generated power by the positive sequence voltage:

$$I_1 = (2/3) \cdot (P/U_1) \quad (4)$$

4. Inverse transformation into phase currents:

To obtain control signals for the current sources C_{sa} and C_{sb} , a backward phase shift is used:

$$I_{ca} = I_1 \cdot e^{j0} = I_1 \quad (5)$$

$$I_{cb} = I_1 \cdot a^2 = I_1 \cdot e^{-j\frac{2\pi}{3}} \quad (6)$$

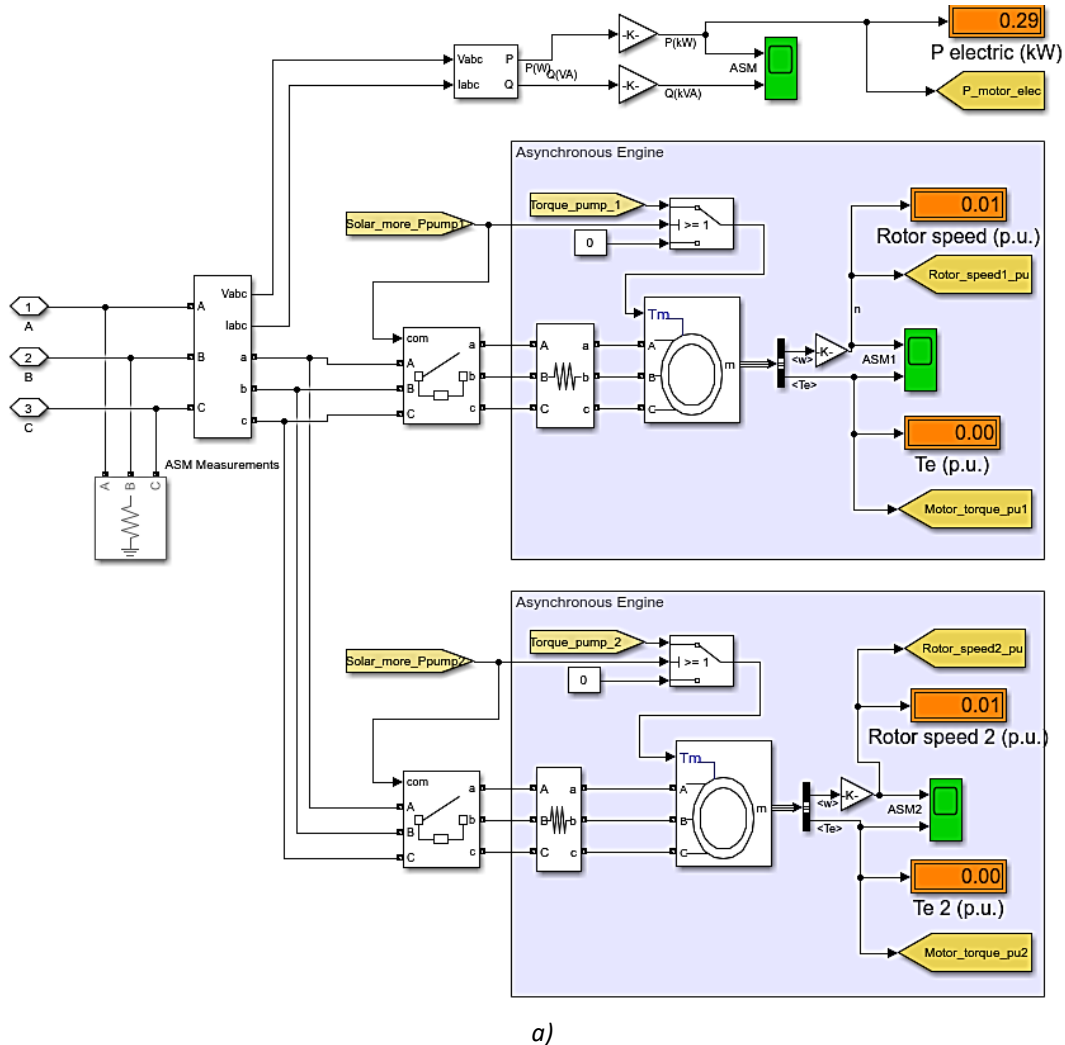
5. Power balance equation:

The final verification of the model is performed by the Power Measurement block, which confirms the identity fulfillment by calculating the active output power P_{out} :

$$P_{out} = \operatorname{Re}\left\{\frac{3}{2}(\bar{V}_1 \cdot \bar{I}_1)\right\} \quad (7)$$

Simulation model of the pumping unit. The mathematical description of the pumping station model based on induction motors (IM) and centrifugal pumps encompasses three interconnected levels: electromechanical energy conversion in the motor, the hydraulic characteristics of the pump, and the algorithm for calculating operational parameters in Simulink.

The pumping station (Fig. 3) is represented by two identical units, each consisting of a squirrel-cage induction motor and a centrifugal pump with a controlled rotational speed.



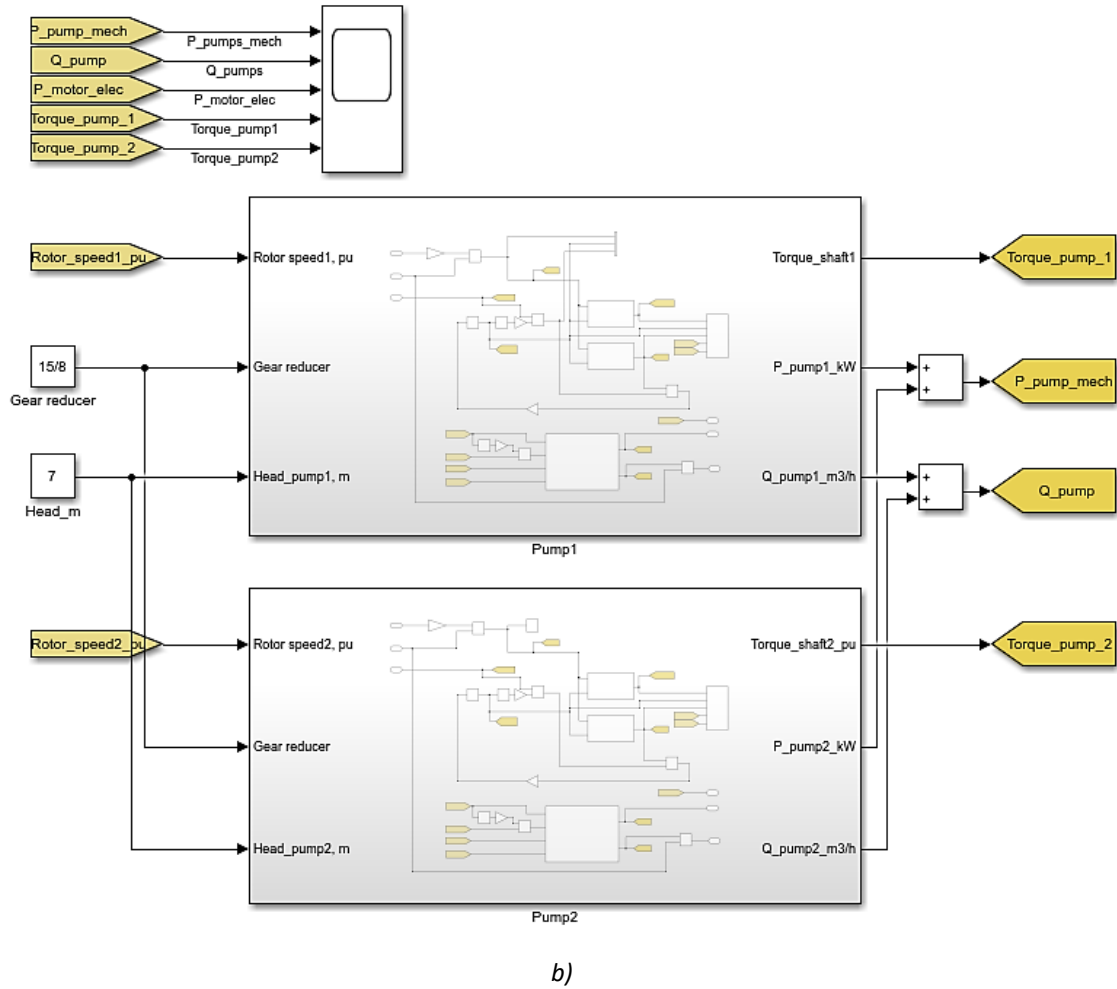


Fig. 3. Simulation model of the pumping station based on induction motors and centrifugal pumps: (a) – part 1, (b) – part 2

The dynamics of the induction motor in the dq coordinate system, which rotates at a synchronous speed, is described by a system of differential equations of voltages and flux linkages [9]:

$$\begin{cases} u_{sd} = R_s i_{sd} + \frac{d\psi_{sd}}{dt} - \omega_e \omega_{sq} \\ u_{sq} = R_s i_{sq} + \frac{d\psi_{sq}}{dt} - \omega_e \omega_{sd} \\ 0 = R_r i_{rd} + \frac{d\psi_{rd}}{dt} - (\omega_e - \omega_r) \psi_{rq} \\ 0 = R_r i_{rq} + \frac{d\psi_{rq}}{dt} - (\omega_e - \omega_r) \psi_{rd} \end{cases} \quad (8)$$

The rotor equation of motion, which determines the change in rotational speed under the influence of the electromagnetic torque (T_e) and the pump load torque (T_{shaft}):

$$J \frac{d\omega_m}{dt} = T_e - T_{shaft} \quad (9)$$

where: J — is the total moment of inertia of the unit;

ω_m — is the mechanical angular velocity.

The basis of the pump model (subsystem, Fig. 4) is the use of hydromechanical characteristics approximated using two-dimensional lookup tables (2-D Lookup Tables) [8].

The algorithm for calculating the output parameters is based on the affinity laws for centrifugal machines. The output head (H) and efficiency (η_{pump}) are calculated as

functions of the current flow rate (Q) and rotational speed (n , rpm):

$$H = f_H(Q, n), \quad \eta_{pump} = f_\eta(Q, n) \quad (10)$$

For an arbitrary rotational speed (n), the head (H) is determined by a second-order approximation polynomial:

$$H(Q, n) = H_{max} \cdot \left(\frac{n}{n_{nom}} \right)^2 - k_h \cdot Q^2 \quad (11)$$

To form the characteristic surfaces, interpolation using the pchip method (cubic spline) is applied to ensure the smoothness of the functions:

$$\eta_{interp} = \text{interp1}(Q_{raw}, H_{raw}, Q_{common}, 'pchip') \quad (12)$$

The visualization of surfaces (Surface Plots) (Fig. 5) allows evaluating the pump dynamics (using the example of the Grundfos NB-200-400-308 centrifugal pump, 1000 rpm, 15 kW) during rotational speed regulation: the head surface (H) in cross-sections demonstrates a parabolic dependence ($H \sim n^2$). When the rotational speed decreases from 1000 to 250 rpm, the maximum head of the unit decreases by almost 15 times (from 12.87 m to 0.82 m). The efficiency surface ($\eta = f(Q, RPM)$) has a pronounced "crest" of optimal modes. The operating efficiency range for high speeds is within 20–81%. An important feature is that, with deep frequency regulation (below 400 rpm), the high-efficiency zone narrows sharply, and its maximum value drops below 70%.

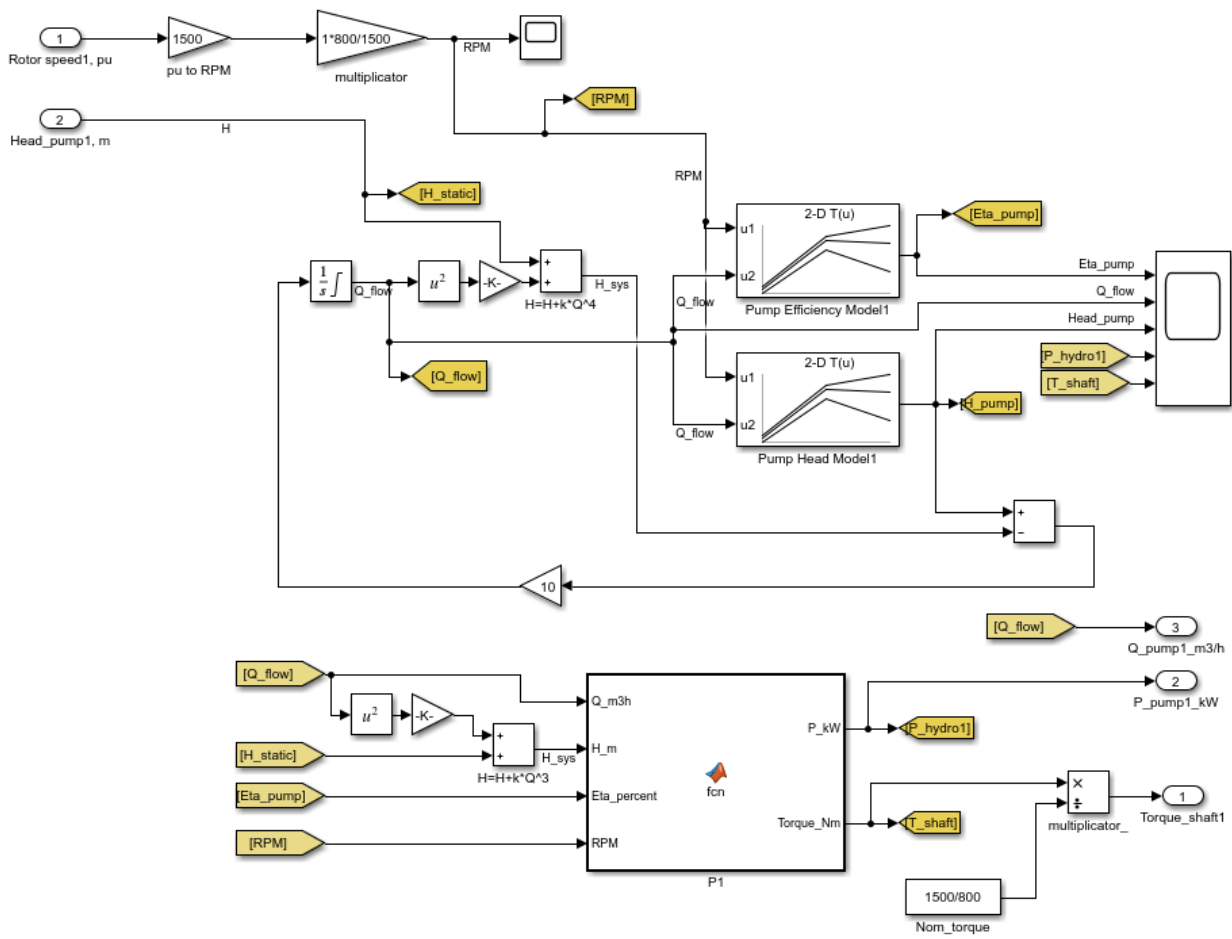


Fig. 4. Subsystem of the pumping station based on centrifugal pumps

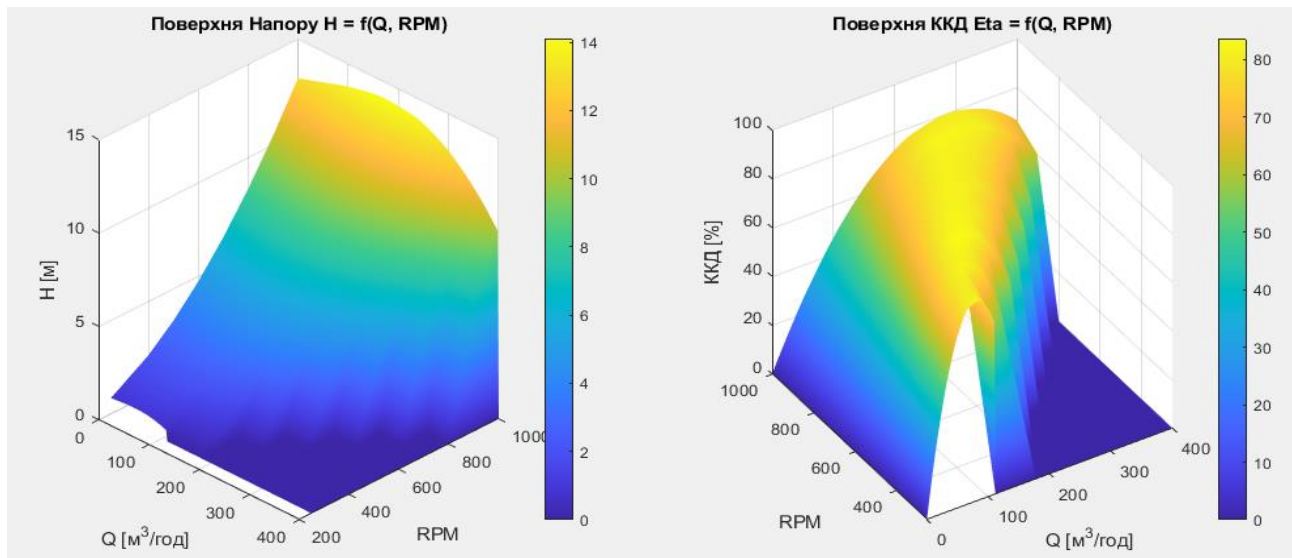


Fig. 5. Interpolated hydromechanical characteristics of a centrifugal pump

$$H = f_H(Q, n), \quad \eta_{\text{pump}} = f_{\eta}(Q, n)$$

The function (P1) block implements a mathematical model for converting hydraulic parameters into mechanical torque on the shaft. The hydraulic power is calculated as:

$$P_{\text{hyd}} = \rho \cdot g \cdot Q \cdot H \quad (13)$$

When operating at the maximum ($Q \approx 400 \text{ m}^3/\text{h}$, $H \approx 10 \text{ m}$), it is approximately 10.9 kW. The mechanical torque is determined through the shaft power and the angular velocity:

$$T = \frac{P_{\text{hyd}}}{\eta \cdot \omega} \quad (14)$$

Since the gear ratio is 1500/800, the torque generated on the shaft of the induction motor will be 1.9 times greater than the torque on the pump shaft, and the motor's rotational speed will be correspondingly higher.

In general, the pump has a high sensitivity to frequency changes. The zone of energy-efficient operation (efficiency > 75%) is concentrated in the range of 700–1000 rpm and flow rates of 150–350 m³/h. Matching with the PV plant: with a decrease in solar insolation (and, accordingly, the supply frequency of the induction motor), the pump's operating point will shift down the head surface. At frequencies below 400 rpm (which corresponds to approximately 20 Hz on the motor), the pump may exit the useful delivery mode if the static head of the system exceeds 2.1 m. These data form the basis for developing an MPPT control algorithm, which must keep the rotational speed in the zone of the maximum pump efficiency, despite the stochastic changes in the power of the solar power plant.

Matching the power of the photovoltaic plant and pumping unit assemblies. To ensure the maximum energy efficiency of the "PV plant – induction motor – pump" system under conditions of stochastic changes in solar insolation, a methodology for multilevel parameter matching is proposed. The algorithm is based on the principle of adaptation to the current energy resource, analogous to the method of using partial hydromechanical characteristics for Kaplan hydro turbines [12].

The selection of the installed capacity of the photovoltaic array (P_{pv}) and power electrical equipment is based on determining the operating point:

- nominal power of the PV plant ($P_{pv,n}$);
- installed power ($P_{motor,n}$) and operating mode of the pump drive;
- installed power ($P_{pump,n}$) and operating mode of the pump;

$$P_{pv} = P_{motor}(n, Q) \cdot \eta_{motor} = P_{pump}(n, Q) \cdot \eta_{pump} \cdot \eta_{motor} \quad (14)$$

This enables the implementation of a control trajectory that passes through the "crest" of the pumping unit's efficiency surface, thereby minimizing energy losses during deviations from the nominal mode [6, 7].

Installed power and operating mode of the pump drive.

Let us consider an example of a PV plant with an installed capacity of ($P_{pv,n} = 20 \text{ kW}$) with two pump drives of ($P_{motor,n} = 7.5 \text{ kW}$) power, operating in parallel according to a stepwise switching algorithm: the first from ($K_{p1} = 0.37$), the second from ($K_{p1} = 0.75$), with an operating head of ($H = 7 \text{ m}$). First, let us consider a pump that is commensurate in terms of motor power:

$$P_{pump,n} = 0.95 P_{motor,n} \approx 7 \text{ kW} \quad (15)$$

We will take a Grundfos NB_150200182 centrifugal pump with an installed power of 7 kW.

First, it is necessary to construct a control law based on the maximum efficiency using the universal characteristic.

To determine the optimal operating modes of the pumping unit, let us consider its energy characteristics. Since pump

Nominal power of the PV plant ($P_{pv,n}$): a calculated value, which is assumed to be at the level of 95% of the installed capacity of the photovoltaic array under Standard Test Conditions (STC). This approach allows accounting for operational losses in the power inverter, voltage drops in cable lines, as well as the thermal drift of the semiconductor panels' characteristics (a decrease in efficiency when heated above 25 °C, which ensures more accurate energy matching between the source and the pumping units).

Installed power and operating mode of the pump drive.

Unlike traditional systems powered by a stable grid, where the motor power is selected with a safety factor of 1.1–1.15 relative to the load, in systems with a stochastic source, the PV generation profile serves as the primary reference. It is advisable to consider the state where the output power is (K_p) of the maximum possible generation ($P_{motor,n} = K_p \cdot P_{pv,n}$) as the nominal operating mode of the system.

Stepwise control of pump drives. To expand the system's operating range with high efficiency during periods of low insolation, a structure with two parallel-operating pumping units of lower unit power is applied. The coefficients ($K_{p1} = 0.3 \dots 0.47$, $K_{p2} = 0.6 \dots 0.95$) inherently define the motor start condition as the minimum PV generation power (relative to the installed capacity) at which the signal to turn on the motor is issued. Under the condition ($P_{pv}(t) > K_{p1} \cdot P_{pv,n}$), the system initiates the start of the first pumping unit, and upon reaching the generation level ($P_{pv}(t) > K_{p2} \cdot P_{pv,n}$), the second unit is connected, providing stepwise matching of the load power with the available solar energy.

Adaptive frequency regulation based on the universal characteristic [10]. Final matching is performed through continuous correction of the rotational speed (n) depending on the current available power P_{pv_mppt} . Using the obtained interpolation surfaces, the control system solves the power balance equation in real-time from the perspective of maximum Q_{max} for the current P_{pv} :

operation in low-efficiency zones leads to excess electricity consumption, the construction of the Combinator Line is based on the principle of maintaining the maximum possible efficiency while changing the impeller's rotational speed. The well-known algorithm for constructing combinatory dependencies for Kaplan hydro turbines, described in [12], has been improved by adapting it for centrifugal pumping units. The key difference of the improved approach is the application of Hermite cubic spline interpolation to form continuous efficiency surfaces and the introduction of an additional condition to limit the operating zone based on the minimum static head ($H < H_{min}$), which allows for the investigation of the energy efficiency of the modes. The implementation of the proposed algorithm is provided below:

1. Based on the input data arrays of flow rate Q , head H , and η for fixed rotational speed values (RPM), interpolation using the Hermite cubic spline method (pchip) was performed on a common flow rate grid. This allowed for obtaining continuous surfaces $H = f(Q, n)$ and $\eta = f(Q, n)$.

- For each rotational speed isoline, the point of local maximum efficiency was determined. The coordinates of these points (Q, H) form the trajectory of the most economical pump operation — the Combinator Line.
- For each point of the combinatory dependence, the power consumption was calculated.
- Taking into account the technical requirements of the system, a head threshold of $H = 7$ m was introduced on the graphs. Operating modes that provide a head above the specified threshold are shown with solid lines, while low-head zones ($H < 7$ m) are shown with dashed lines.

The calculation result is a family of energy characteristics (Fig. 6, a), on which the Combinator Line is plotted as a red

line with markers. This line allows for the implementation of a frequency control algorithm that ensures minimum specific electricity consumption while providing the required pump delivery.

Along with regulation based on maximum efficiency, for systems operating on a grid with a fixed static resistance (in particular, water pumping for a pumped-storage hydro-power plant), it is advisable to consider a second control algorithm — based on the minimum allowable head $H \geq H_{min}$. In contrast to the first approach, where energy efficiency is the priority, this algorithm is oriented towards ensuring the maximum possible pump performance while maintaining the pressure required to overcome the hydraulic resistance of the system.

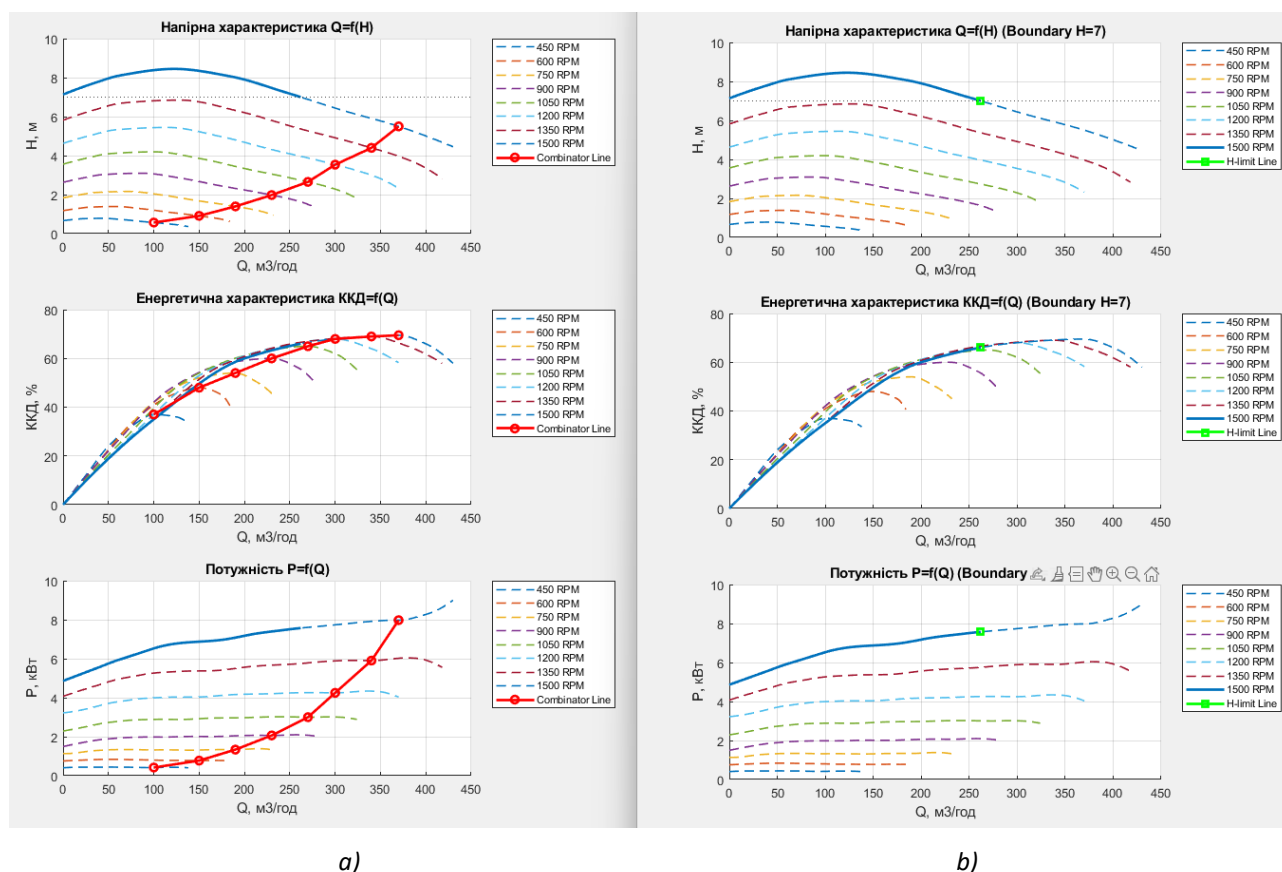


Fig. 6. Universal hydraulic characteristic of the Grundfos NB_150200182 7 kW pump and two control algorithms: by maximum efficiency (a) and by minimum head (b)

The following algorithm is applied to form the control trajectory based on the head limit:

- For each rotational speed isoline RPM , the function $H = f(Q)$ is analyzed. The algorithm finds the extreme point (maximum flow rate Q_{limit}) beyond which the pump head falls below the threshold value $H \geq H_{min}$ (for our example, this is 7 m). Since at rotational speeds of 450, 600, and 750 rpm, the head characteristic of the NB 150-200/182 pump remains below the specified threshold across the entire flow range, these modes are excluded from the formation of the active control trajectory.
- The set of identified limit points forms a second Combinator Line on the graphs (Fig. 7, b, Fig. 8, b), indicated by a green line with markers. It passes through the

intersection points of the head characteristics with the $H = 7$ m isoline, which corresponds to the far-right boundary of the pump's operating zone. In the case of the 7 kW pump (Fig. 6, b), there is only 1 operating point that ensures the minimum head.

- For the points belonging to the H_{limit} line, the corresponding efficiency and power consumption values are calculated.

A comparative analysis of the obtained results shows that regulation according to the Combinator Line (Fig. 6, a) ensures the unit's operation in the BEP zone (Best Efficiency Point), whereas regulation based on the head limit (Fig. 6, b) allows for maximizing the volume of pumped water under conditions of excess PV plant power, despite a slight decrease in efficiency and an increase in power consumption.

Accordingly, the target control law is one that ensures the maximum possible efficiency value at $H \geq H_{min}$, i.e., according to the first control law (Fig. 6, a), and when it is impossible to maintain the maximum efficiency, it provides regulation based on the minimum allowable head limit (Fig. 6, b).

From the example in Fig. 6, it is evident that despite the commensurability of the installed pump power with the motor power (1.15), the pump enters the operating mode only at 100% speed, and any upward head fluctuations will lead to a significant drop in efficiency or a cessation of water pumping due to insufficient head. Consequently, applying the equality (1.15) when determining pump power is valid only if the pump operates at a fixed head and motor rotational speed without speed control.

Let us consider a pump that has a 30% and a 100% power margin relative to the motor:

$$P_{pump_n} = 1.3 P_{motor_n} \approx 10 \text{ kW} \quad (16)$$

$$P_{pump_n} = 2 P_{motor_n} \approx 15 \text{ kW} \quad (17)$$

Let us take the Grundfos NB_150-315.2/293 centrifugal pump with an installed power of 10 kW and the Grundfos NB_200-400/308 with an installed power of 15 kW and perform similar calculations.

Along with regulation based on maximum efficiency, for systems operating on a grid with a fixed static resistance (in particular, water pumping for a pumped-storage hydro-power plant), it is advisable to consider a second control algorithm — based on the minimum allowable head limit $H \geq H_{min}$. In contrast to the first approach, where energy efficiency is the priority, this algorithm is oriented towards ensuring the maximum possible pump performance

while maintaining the pressure required to overcome the hydraulic resistance of the system.

An analysis of the characteristics of the NB 150-315.2/293 (Fig. 7) and NB 200-400/308 (Fig. 8) pumps allows for a broader understanding of the relationship between the installed drive power and the actual operating range of the system:

- Unlike the NB 150-200/182 model, which enters the operating mode only at nominal speeds, the NB 150-315.2/293 pump is capable of providing stable water delivery at frequencies as low as 80% and above. This indicates a significant "hydraulic margin," allowing the control system to effectively utilize the power of the photovoltaic plant even during periods of low insolation.
- For the NB 200-400/308 pump, a wide zone of high efficiency (over 80%) is observed, which shifts according to the "combinatory dependence." This confirms that the installed drive power is utilized effectively, not just at a single point, but across the entire regulation range from 70% to 100% speed.
- The application of equality (15) for these models remains methodologically correct for estimating peak consumption. However, given the high steepness of the head characteristics, any change in rotational speed leads to a substantial change in power consumption, requiring the mandatory inclusion of pump efficiency as a variable, $\text{Efficiency} = f(Q, n)$.
- For the studied high-head models (Eqs. 16 and 17), fluctuations in grid resistance are not critical. While for the 150-200/182 model an increase in head meant the cessation of operation, for the NB 150-315.2/293, it will only result in a slight shift of the operating point along the characteristic.

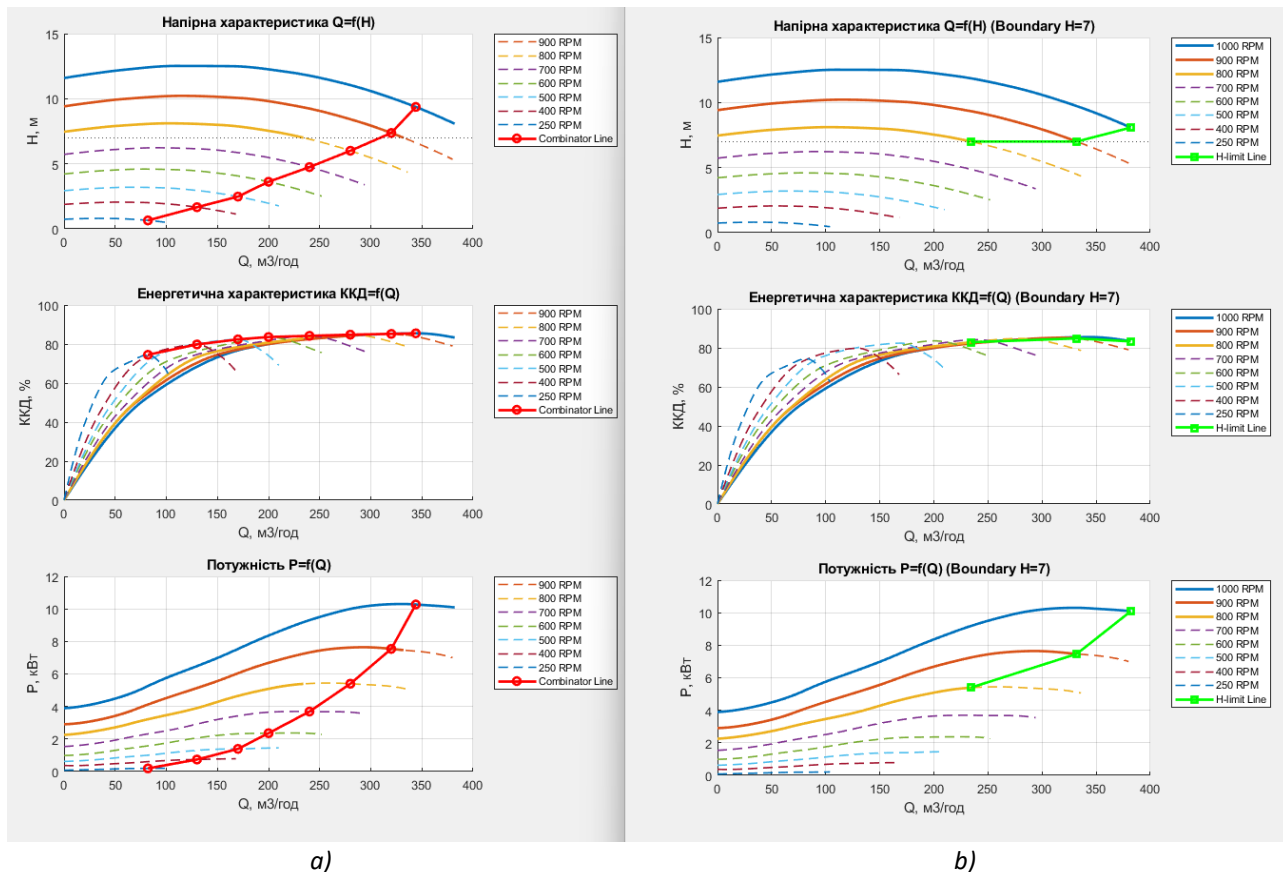


Fig. 7. Universal hydraulic characteristic of the Grundfos NB_150-315.2/293 10 kW pump and two control laws: by maximum efficiency (a) and by minimum head (b)

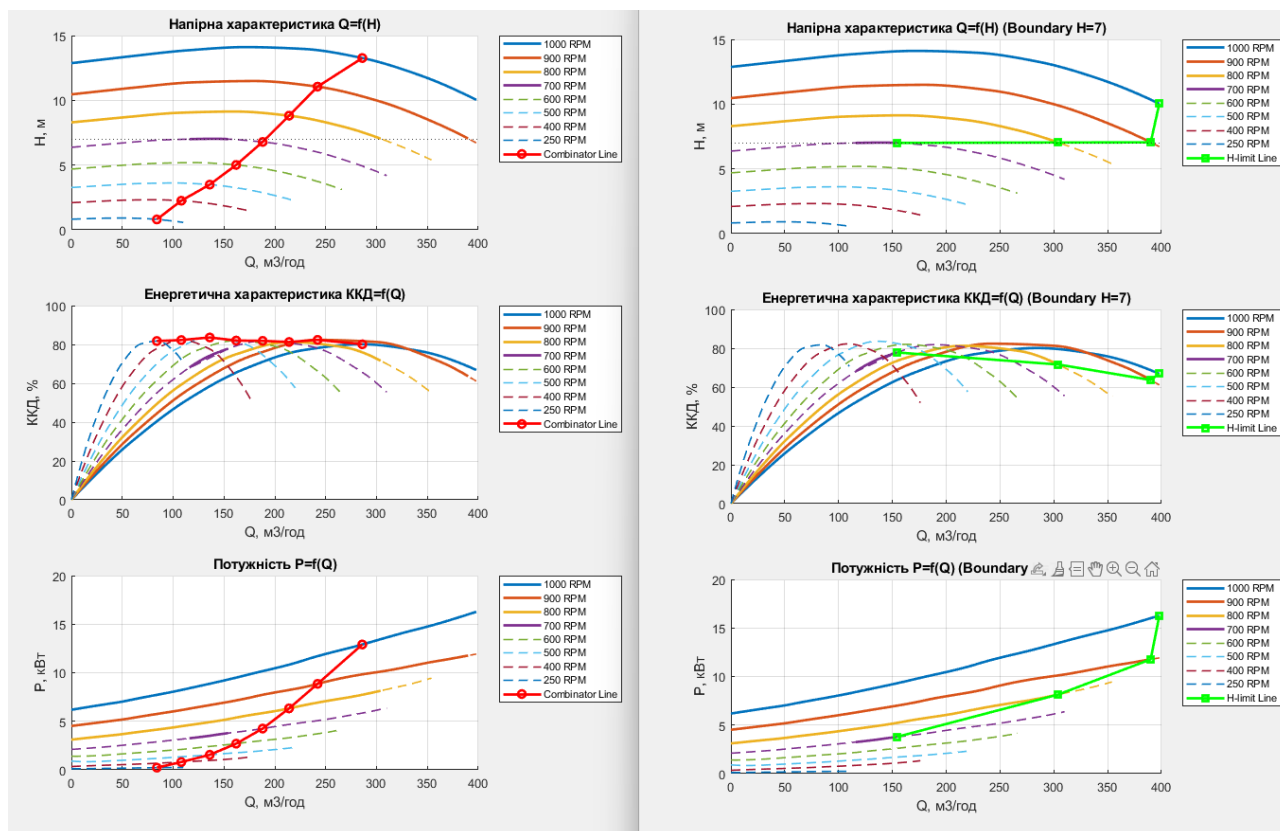


Fig. 8. Universal hydraulic characteristic of the Grundfos NB_200-400/308 15 kW pump and two control laws: by maximum efficiency (a) and by minimum head (b)

Thus, choosing a pump with a certain head surplus (as in the cases of the NB 150-315.2 and NB 200-400) transforms the installed drive power from a limited resource into a flexible regulation tool. The operating mode of the drive in such systems is characterized by high survivability and the ability to achieve deep, energy-efficient speed regulation, which is well-suited to solar-powered systems.

Simulation of the pumping unit operation from a PV plant. A simulation modeling of the installation was performed with the following characteristics: PV plant area — 150 m², motor power — 7.5 kW, number of motors — 2, centrifugal pump power — 15 kW, number of pumps — 2 (Fig. 9).

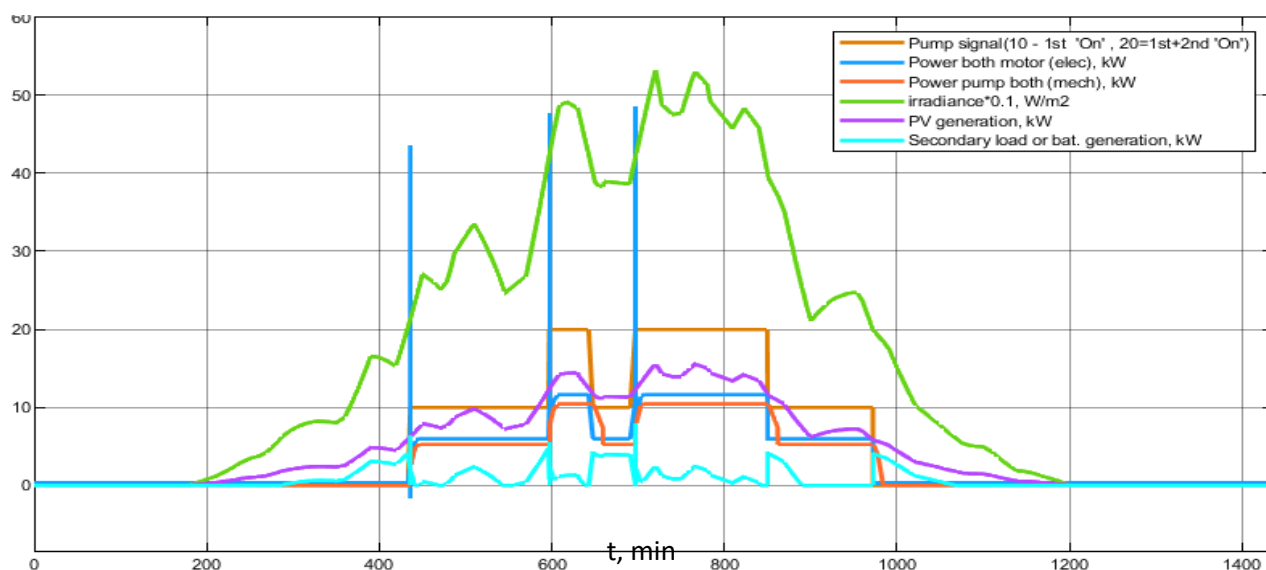


Fig. 9. Operating profile of the PV-powered pumping unit over a 24-hour period

An analysis of the PV-powered pumping unit operation (Fig. 9) revealed the following key aspects of the system's functioning:

1. Direct dependence on insolation levels and energy potential: The system's operation clearly correlates with the level of solar radiation (green line). During the

calculated period (24 hours), the total amount of available solar energy was 112.51 kWh. Generation begins when the threshold level of irradiance is reached and ceases when it drops in the evening.

2. Electricity consumption efficiency of the pumps: Out of the total generated energy, 75.09 kWh (electrical energy) was consumed for the operation of the pumping unit's electric motors. Meanwhile, the useful mechanical energy on the pump shafts amounted to 65.82 kWh. The difference between these figures indicates losses in the electric motors and frequency converters; however, the conversion efficiency remains at a high level (approximately 87%).
3. Stepwise load regulation: The control signal graph (Pump signal) demonstrates the system's adaptability:
 - One pump operates during moderate insolation.
 - During peak hours (time intervals 600–650 min and 700–850 min), the second unit is connected.
4. The system successfully handled temporary shading (cloudiness) during the 650–700 min interval, briefly disconnecting the second pump to maintain stability.
5. Utilization of excess energy (Secondary Load): The system effectively utilizes energy that the pumps cannot consume at a specific point in time (for example, when generation exceeds the motors' nominal rating or during load dips). Over the 24-hour period, 19.04 kWh was directed to the secondary load. This significantly increases the overall capacity factor of the installed PV plant power.
6. Overall solar energy utilization efficiency: The integral solar usage coefficient amounted to 58.50%. This parameter (the ratio of the pumps' useful mechanical work to the total available solar energy) is quite high for standalone systems without massive energy storage units, which indicates a successful selection of pump power relative to the solar panel capacity [5, 13].

The graph confirms that the proposed scheme with two pumping units and intelligent control allows for the most efficient use of the non-uniform generation of the solar power plant, ensuring stable operation and the utilization of excess energy.

An analysis of the motor starting transient process allows for the following conclusions regarding its duration and character:

1. Brief Analysis of the Process

- Duration: The process is very short-lived, lasting approximately 0.2 s.
- Character: This is a typical direct-on-line (DOL) start or a "hard" acceleration characteristic, accompanied by a sharp spike in both active and reactive energy consumption, followed by rapid damping of oscillations.

2. Peak active power: $P_{max} \approx 43$ kW. Peak reactive power: $Q_{max} \approx 36$ kVar.

- Total (Apparent) power:

$$S_{max} = \sqrt{P_{max}^2 + Q_{max}^2} = \sim 56.1 \text{ kW}.$$

3. Overload Ratio

If the nominal power of the pump is 7.5 kW, the starting surge of 56.1 kVA exceeds the nominal rating by 5–7 times. Off-grid/hybrid inverters have an overload capacity, but it is typically only 1.5–2 times the nominal rating for a few seconds. A surge of 56 kVA is far too large for them. To ensure the system operates stably without a massive reserve of inverter power (for example, installing a 60 kW inverter for a 7.5 kW motor is economically impractical), it is necessary to use a soft starter or a variable frequency drive (VFD) (as shown in Fig. 6). This will allow for extending the starting time (from 0.2 s to 5–10 s) and reducing the peak apparent power (S_{max}) to values close to the nominal rating, which the inverter can handle.

Conclusions

1. A comprehensive simulation model of the "PV plant – induction drive – centrifugal pump" system has been developed. Unlike static models, it accounts for the stochastic nature of solar insolation and the dynamics of transient processes, enabling the implementation of adaptive control algorithms based on instantaneous power balance.
2. The feasibility of applying a control algorithm based on the Combinator Line has been substantiated. Comparative analysis showed that rotational speed control, maintaining the operating point at maximum efficiency, is the most energy-efficient approach. When this mode cannot be maintained due to insufficient PV power, the system should switch to an algorithm that maintains the minimum allowable head ($H \geq H_{min}$).
3. The methodology for selecting pumping units has been improved. It was established that the classical approach to pump selection ($P_{pump} \sim P_{motor}$) is ineffective for systems with a PV plant as the primary power source, as it limits the regulation range. It has been proven that to ensure pump operation within a high-efficiency zone under variable head and rotational speed, the nominal pump power should exceed the drive power by 1.3–2.0 times. This allows the system to operate in a high-efficiency zone even when the rotational speed decreases to 70–80% of the nominal value.
4. The effectiveness of stepwise control for parallel pumps has been confirmed. Daily cycle simulations showed that using two parallel pumping units of equal power with different activation levels achieves a solar energy utilization coefficient of 58.50%. Additionally, the system ensures the beneficial use of excess generation (approximately 17% of total energy) for a secondary load.

5. Requirements for power equipment have been defined. Analysis of transient processes revealed that direct-on-line starting of induction motors causes apparent power spikes up to 56 kVA (a 5–7 fold overload), which is critical for off-grid inverters. This justifies the mandatory use of variable frequency drives (VFD) or soft starters to limit starting currents and match the inverter's overload capacity.
6. The well-known algorithm for constructing combinatory dependencies for Kaplan turbines, described in [12], has been improved through its adaptation for centrifugal pumping units. The key distinction of the refined approach is the application of Hermite cubic spline interpolation to form continuous efficiency surfaces and the introduction of an additional condition to limit the operating zone based on the minimum static head ($H < H_{min}$), allowing for a detailed investigation of operating mode energy efficiency.

REFERENCES

1. Vasko P., Moroz A., Pazych S. Accumulation of renewable energy sources based on marine pumped storage power plant. *Visnyk of Vinnytsia Polytechnic Institute*. 2017. No. 5. Pp. 61–67. [in Ukr].
2. Novelli N. et al. Techno-economic optimization of pumped hydro storage plants integrated with floating photovoltaic. *Journal of Energy Storage*. 2025. Vol. 108. Article ID 115432.
3. Bondarenko D. Modeling of systems with the photovoltaic power source and water pumps. *Vidnovlyuvana enerhetyka*. 2024. No. 3(78). Pp. 62–68. DOI: [https://doi.org/10.36296/1819-8058.2024.3\(78\)62-68](https://doi.org/10.36296/1819-8058.2024.3(78)62-68).
4. Appiah K. et al. Solar Pumped Hydro Turbine Storage System for Efficient Power Supply. *International Journal of Engineering Research & Technology (IJERT)*. 2024. Vol. 13, no. 11.
5. Ridha E., Al-Chlaihawi K. S. Optimization of Photovoltaic Water Pumping Systems: Progress, Limits, and Prospects for a Healthy Energy Future. *Journal of Techniques*. 2025. Vol. 7, No. 1. Pp. 1–18.
6. Ebrahim M. A. et al. Optimal Performance of Photovoltaic-Powered Water Pumping System using a New Motor-Pump Control Strategy. *Mathematics*. 2023. Vol. 11, No. 3. Article ID 731. DOI: <https://doi.org/10.3390/math11030731>.
7. Saady I. et al. Optimization and control of photovoltaic water pumping system using kalman filter based MPPT and multilevel inverter fed DTC-IM. *Results in Engineering*. 2023. Vol. 17. Article ID 100829. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.rineng.2022.100829>.
8. Moroz A. 3D modelyuvannya hidromekhanichnykh kharakterystyk malykh hidroelektrostantsiy [3D modeling of hydromechanical characteristics of small hydropower plants]. *Vidnovlyuvana enerhetyka*. 2020. No. 2(61). Pp. 70–79. DOI: [https://doi.org/10.36296/1819-8058.2020.2\(61\).70-79](https://doi.org/10.36296/1819-8058.2020.2(61).70-79). [in Ukr].
9. Popovych O., Holovan I. Simulation model of a hydro turbine for complex modeling of the electromechanical system of HPP. *Vidnovlyuvana enerhetyka*. 2023. No. 2(73). Pp. 51–60. DOI: [https://doi.org/10.36296/1819-8058.2023.2\(73\)51-60](https://doi.org/10.36296/1819-8058.2023.2(73)51-60). [in Ukr].
10. Chervonenko I. Structural synthesis of the automatic control system of reversible hydraulic units operating with variable rotational speed. Abstract of thesis for Candidate of Technical Sciences. Kharkiv, 2015. 20 p. [in Ukr].
11. Filts R. Mathematical foundations of the theory of electromechanical converters. Kyiv: Naukova dumka, 1979. 206 p. [in Ukr].
12. Vasko P. Increasing the energy efficiency of small hydroelectric power plants by using variable speed of hydraulic units. *Alternative Energy and Ecology*. 2011. No. 8(100). Pp. 114–131. [in Ukr].
13. Popovych O., Holovan I. Research of the energy efficiency of the electromechanical system of small HPPs in maneuvering modes of operation by means of complex modeling. *Vidnovlyuvana enerhetyka*. 2024. No. 3(78). Pp. 122–131. DOI: [https://doi.org/10.36296/1819-8058.2024.3\(78\)122-131](https://doi.org/10.36296/1819-8058.2024.3(78)122-131). [in Ukr].