

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РУХУ СОНЯЧНОЇ ПЛЯМИ ПО ПОВЕРХНІ РЕСИВЕРА ДВИГУНА СТІРЛІНГА

Д.С. Дєлев, аспірант

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського»,
03056, пр-т Перемоги, 37, м. Київ, Україна.

Одним з прикладів автономної сонячної термодинамічної системи може слугувати використання двигуна Стірлінга для отримання електричної енергії. Ідея і реалізація подібних систем не нова. Протягом XX століття і в XXI столітті розроблялись системи, які використовували сонячні концентратори, що спрямовували потік сонячного випромінювання на ресивер двигуна Стірлінга. Ресивер в цьому разі розміщується у фокусі концентратора, але можливі й інші конфігурації таких систем. Одна з ідей полягає у використанні лінз як елемента, що концентрує випромінювання на ресивері.

В роботі було розроблено математичну модель, яка дає змогу визначити поверхню фокусування сонячного випромінювання з допомогою лінзи на ресивер двигуна Стірлінга.

Для знаходження поверхні запропоновано розбити процес на дві основні задачі: визначення ходу сконцентрованого лінзою випромінювання на горизонтальній поверхні і безпосередньо розрахунок поверхні фокусування. Перша задача була вирішена прорахунком залежності координат сконцентрованого випромінювання в кожен момент часу в залежності від таких сонячних кутів як: азимутального кута Сонця, кута нахилу сонячних променів до горизонтальної площини, кута схилання Сонця. Вирішення другої задачі полягало у пошуку поверхні, кожна точка якої є рівновіддаленою від лінзи.

Зафіксована на відстані 1 м від горизонтальної поверхні лінза з фокусною відстанню 2,78 м протягом жовтня утворює поверхню, обмежену по осі X координатами -2,15 і 2,15, по осі Y – координатами 2,7 і 3,6, по осі Z – координатами -0,2 і -0,8. Поверхня в кожній своїй точці рівновіддалена від лінзи, відстань до лінзи є фокусною відстанню. Отже, поверхня є масивом точок фокуса лінзи при зміні положення Сонця протягом місяця.

За допомогою моделі можна проектувати ресивер двигуна для застосування у сонячних автономних установках з використанням лінз. Виконання ресивера двигуна у формі, що повторює поверхню фокуса протягом часу використання установки, дозволяє максимізувати час перебування ресивера у фокусі концентраційної лінзи і, як наслідок, збільшити сумарну величину надходження і використання сонячної радіації. Бібл. 4, рис. 6

Ключові слова: сонячні кути, лінза, двигун Стірлінга, траєкторія руху сонячної плями.

MATHEMATICAL SIMULATION OF THE MOTION OF A SOLAR SPOT ON THE SURFACE OF A STIRLING ENGINE RECEIVER

D. Dieliev, graduate student

National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute»,
03056, 37 Peremohy Av., Kyiv, Ukraine.

One example of an autonomous solar thermodynamic system is the use of a Stirling engine to generate electricity. The idea and implementation of such systems is not new, and during the twentieth and twenty-first centuries, systems were developed that used solar concentrators to direct the flow of solar radiation to the receiver of a Stirling engine. The receiver in this case is placed in the focus of the hub, but other configurations of such systems are possible. One idea is to use lenses as an element that concentrates radiation on the receiver.

A mathematical model was developed in this work, which makes it possible to determine the focusing surface of solar radiation with the help of a lens on a Stirling engine receiver.

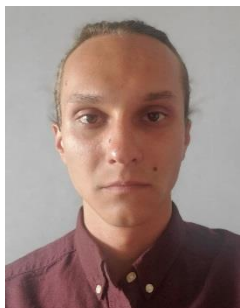
To find the surface, it is proposed to divide the process into two main tasks: determining the course of the radiation concentrated by the lens on a horizontal surface and directly calculating the focusing surface. The first problem was solved by calculating the dependence of the coordinates of concentrated radiation at each time depending on such solar angles as: azimuthal angle of the Sun, the angle of inclination of the sun's rays to the horizontal plane, the angle of inclination of the Sun. The solution of the second problem was to find a surface, each point of which is equidistant from the lens.

Fixed at a distance of 1 m from the horizontal surface of the lens, with a focal length of 2.78 m during October, forms a surface bounded on the X axis by coordinates -2.15 and 2.15, on the Y axis by coordinates 2.7 and 3.6, by Z axis coordinates -0.2 and -0.8. The surface

at each of its points is equidistant from the lens, the distance to the lens is the focal length. Thus, the surface is an array of focal points of the lens when changing the position of the Sun during the month.

The use of the model allows you to design a motor receiver for use in solar autonomous installations using lenses. Execution of the motor receiver in the form repeating a surface of focus during time of use of installation allows to maximize time of stay of the receiver in focus of a concentration lens and, as a result, to increase total size of receipt and use of solar radiation. Bibl. 4, fig. 6

Keywords: solar angles, lens, Stirling engine, sunspot trajectory.



Д.С. Дєлєв
D. Dieliev

Відомості про автора: аспірант кафедри відновлюваних джерел енергії Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Освіта: Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Спеціальність «Нетрадиційні джерела енергії»

Наукова сфера: відновлювана енергетика

Публікації: 5

ORCID: 0000-0002-8049-0163

Контакти: тел./факс: +38(099)154-17-84

e-mail: lightinvoyage@gmail.com

Author information: graduate student of the Department of Renewable Energy Sources of the National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute named after Igor Sikorsky"

Education: National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute named after Igor Sikorsky". Specialty - non-traditional energy sources

Research area: renewable energy

Publications: 5

ORCID: 0000-0002-8049-0163

Contacts: phone/fax: +38(099)154-17-84

e-mail: lightinvoyage@gmail.com

Перелік використаних позначень та скорочень:

δ – кут схилення Сонця;

φ – широта місцевості;

s – кут нахилу поверхні до горизонту;

ω – часовий кут;

γ – азимутальний кут поверхні;

z – сонячний азимутальний кут;

f – фокусна відстань лінзи;

$X_{\text{лінзи}}, Y_{\text{лінзи}}, Z_{\text{лінзи}}$ – координати положення лінзи;

x, y, z – координати точки, що перебуває в фокусі лінзи.

Вступ Одним із прикладів автономної сонячної термодинамічної системи може слугувати використання двигуна Стірлінга для отримання електричної енергії. Ідея і реалізація подібних систем не нова. Протягом XX століття і в XXI столітті розроблялись системи, які використовували сонячні концентратори, що спрямовували потік сонячного випромінювання на ресивер двигуна Стірлінга. Ресивер в цьому разі розміщується у фокусі концентратора, але можливі й інші конфігурації таких систем. Одна з ідей полягає у використанні лінз як елемента, що концентрує випромінювання на ресивері.

Постановка завдання: Мета роботи полягає у дослідженні руху сонячної плями сонячного випромінювання по поверхні ресивера двигуна при умові статичності системи для формування масиву точок, що відповідають

поверхні нагрівання для двигуна протягом одного місяця.

Результати дослідження: Об'єктом дослідження є рух сонячної плями по площині ресивера двигуна Старлінга, для чого була розроблена математична модель, за допомогою якої оцінюється положення сонячної плями в будь-який момент часу. Дана модель дозволяє визначити координати сонячної плями відносно уявної вертикальної осі, на якій перебуває лінза.

Першочергово задача полягає у визначенні траєкторії самої сонячної плями по робочій поверхні ресивера. Дослідження руху плями розділено на три етапи:

- створення математичної моделі руху сонячної плями без урахування оптичних властивостей лінз;

- визначення масиву точок, які відповідатимуть місячному ходу сонячної плями

по ресиверу без урахування оптичних властивостей лінз;

- корекція отриманого масиву з урахуванням оптичних властивостей лінз.

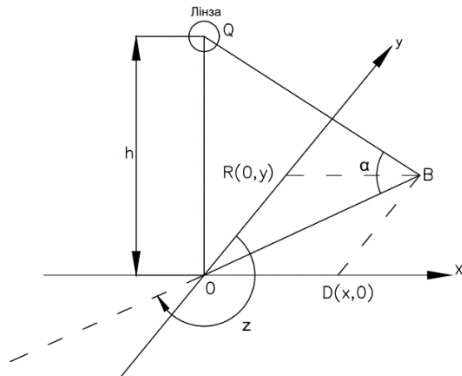


Рис. 1. Сонячні кути

Fig. 1 Solar angles

На рис. 1 схематично зображено сонячні кути відносно положення уявної лінзи на певній висоті h відносно приймальної поверхні двигуна і в певний час. Отже, корегуючи положення лінзи відносно поверхні можна коригувати траєкторію руху сконцентрованого випромінювання по ресиверу двигуна. При розбитті схематичного зображення на трикутники OQB і BRO (рис. 2), можна визначити за допомогою тригонометричних співвідношень координати сонячної плями залежно від часу і положення Сонця [1].

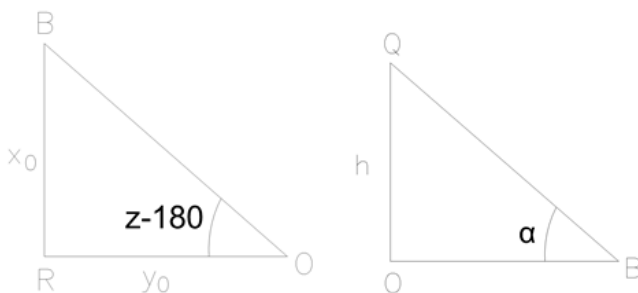


Рис. 2. Трикутники координат

Fig. 2. Coordination triangles

Для цього з трикутника OQB визначається катет BO:

$$BO = \frac{h}{\tan \alpha} \quad (1)$$

Який дає змогу за допомогою трикутника BRO визначити і самі координати:

$$x_0 = BO \cdot \sin(z - 180^\circ) \quad (2)$$

$$y_0 = BO \cdot \cos(z - 180^\circ) \quad (3)$$

Після підстановки і спрощення отримаємо, що координати залежать від висоти розміщення лінзи над поверхнею ресивера, азимутального кута Сонця і кута нахилу сонячних променів до горизонтальної площини:

$$x_0 = -\frac{h \cdot \sin z}{\tan \alpha} \quad (4)$$

$$y_0 = -\frac{h \cdot \cos z}{\tan \alpha} \quad (5)$$

Кут між горизонтальною площиною спостереження і сонячним променем можна визначити за формулою [2]:

$$\begin{aligned} \sin \alpha = & \sin \delta \cdot \sin \varphi \cdot \cos s - \\ & - \sin \delta \cdot \cos \varphi \cdot \sin s \cdot \cos \gamma + \\ & + \cos \delta \cdot \cos \varphi \cdot \cos s \cdot \cos \omega + \\ & + \cos \delta \cdot \sin \varphi \cdot \sin s \cdot \cos \gamma \cdot \cos \omega + \\ & + \cos \delta \cdot \sin s \cdot \sin \gamma \cdot \sin \omega \end{aligned} \quad (6)$$

де δ – кут схилення Сонця, φ – широта місцевості, s – кут нахилу поверхні до горизонту ω – часовий кут, γ – азимутальний кут поверхні.

За умови, що поверхня, на яку падає сонячне випромінювання, є горизонтальною й орієнтованою на південь, формула спрощується до вигляду:

$$\sin \alpha = \sin \delta \cdot \sin \varphi + \cos \delta \cdot \cos \varphi \cdot \cos \omega \quad (7)$$

Сонячний азимутальний кут у такому разі становитиме:

$$\cos z = \frac{\sin \alpha \sin \varphi - \sin \delta}{\cos \alpha \cos \varphi} \quad (8)$$

Після визначення необхідних кутів можна оцінити положення сонячної плями протягом дня й оцінити траєкторію її руху.

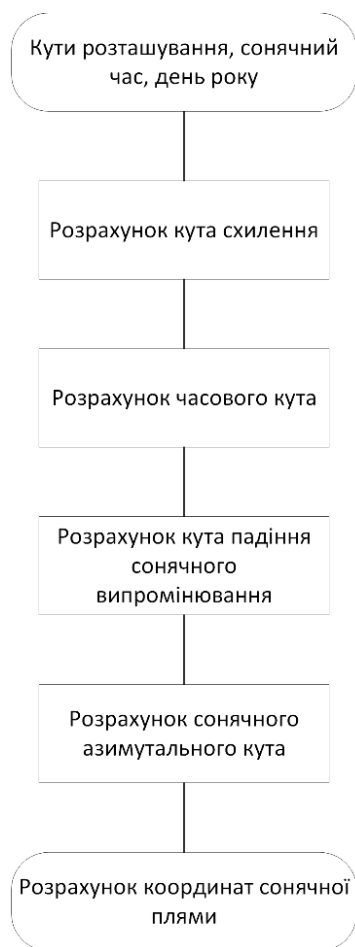


Рис. 3. Блок-схема програми обчислення ходу сонячної плями на горизонтальній поверхні

Fig. 3. Block diagram of the program for calculating the course of the sunspot on a horizontal surface

Програма для обчислення і побудови траєкторії руху була створена в програмному

комплексі MatLab, її блок-схема зображена на рис. 3.

Вхідними даними для розрахунку є дата, географічні координати, кут нахилу приймальної поверхні відносно горизонтальної поверхні, азимутальний кут (відхилення від напрямку на південь) приймальної поверхні. Висота розташування лінзи над приймальною поверхнею і, як наслідок, підсумкові координати було прийнято розраховувати в умовних одиницях.

Для прикладу, на рис. 4 зображено траєкторії руху сонячної плями для жовтня в період з 8:30 до 15:00. Координата X і координата Y визначають горизонтальну площину, координата Z визначає вертикальну складову, тобто висоту, на якій перебуває об'єкт – у даному разі лінза. Лінза розміщена на висоті 1 умовна одиниця над поверхнею, по якій рухається сонячна пляма, і перебуває в умовному нулі по координатах X та Y. Сонячна пляма рухається протягом одного дня по одній з траєкторій, де найкоротша траєкторія відповідає початку місяця (275-й день року), а найдовша відповідає кінцю місяця, тобто 305-му дню року.

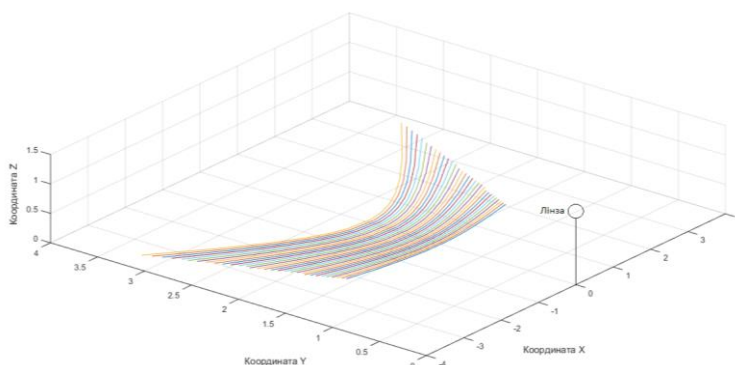


Рис. 4. Хід сонячної плями протягом жовтня

Fig. 4. The course of the sunspot during October

Основне призначення лінзи у системі з мети доцільним є утримання поверхні ресивера у двигуном Стірлінга – це концентрація фокусі лінзи для максимального використання випромінювання на ресивері. Для досягнення цієї сонячного випромінювання.

У такому разі пласка поверхня ресивера отримуватиме меншу кількість енергії, через те що вона перебуває у фокусі не протягом усього дня.

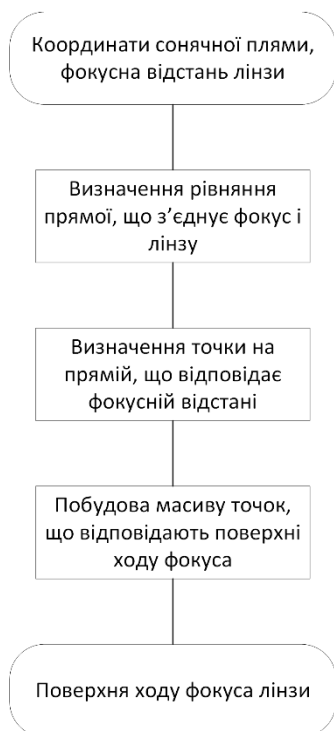


Рис. 5. Блок-схема програми обчислення поверхні, утвореної ходом фокуса лінзи

Fig. 5. Block diagram of the program for calculating the surface formed by the focus of the lens

Для розв'язання цієї задачі необхідна побудова поверхні, яка повторювала б хід фокуса вибраної лінзи. Зафіксувавши фокус значенням,

яке відповідає найкоротшій відстані від поверхні лінзи до горизонтальної площини протягом жовтня, можна побудувати місячний хід сонячної плями, яка відповідає сталому фокусу лінзи, а отже, фокусує максимально можливу кількість сонячної енергії на поверхні ресивера.

Для побудови необхідно визначити координати точки, що відповідає фокусній відстані і лежить на прямій, що з'єднує лінзу й утворену нею сонячну пляму. Розв'язання системи рівнянь (9) дає змогу знайти координати точки, що перебуває у фокусі лінзи.

$$\begin{cases} f = \sqrt{(X_{\text{лінзи}} - x)^2 + (Y_{\text{лінзи}} - y)^2 + (Z_{\text{лінзи}} - z)^2} \\ x = x_1 + (x_2 - x_1) \cdot \lambda \\ y = y_1 + (y_2 - y_1) \cdot \lambda \\ z = z_1 + (z_2 - z_1) \cdot \lambda \end{cases} \quad (9)$$

де f – фокусна відстань лінзи, $X_{\text{лінзи}}$, $Y_{\text{лінзи}}$, $Z_{\text{лінзи}}$ – координати розміщення лінзи, x , y , z – координати точки, що перебуває у фокусі лінзи.

Отже, розв'язуючи подібну систему рівнянь для кожної прямої, що з'єднує точку на горизонтальній поверхні та лінзу, можна побудувати масив точок, які перебувають у фокусі лінзи в конкретний момент часу протягом дня і місяця (рис. 5).

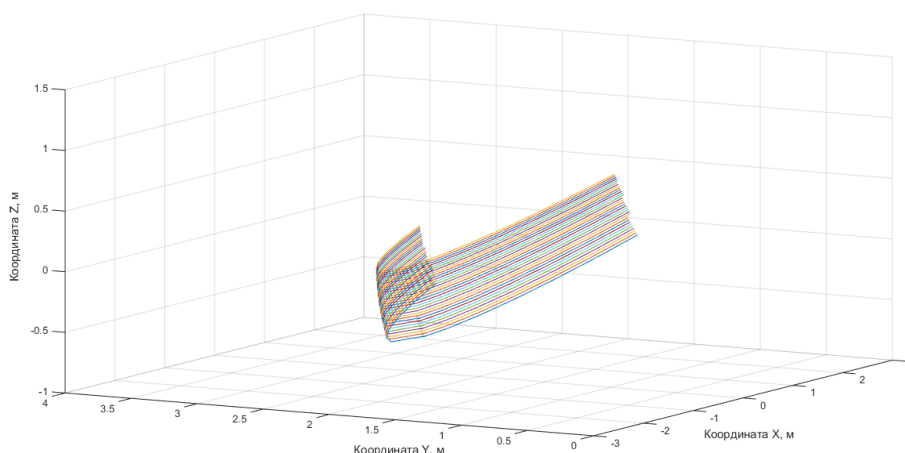


Рис. 6. Поверхня, утворена фокусом лінзи протягом жовтня

Fig. 6. The surface formed by the focus of the lens during October

Результати обчислень за даними виразами дозволяють отримати конфігурацію поверхні, що протягом будь-якого місяця сприймає на себе сонячне випромінювання за умови статичності системи. Спираючись на результати моделювання, можна оцінити доцільність виконання ресивера двигуна у формі отриманої поверхні, або, можливо, більш ефективним буде використання трекерної системи для фокусування випромінювання завжди в одній точці поверхні.

Висновок: у роботі було розроблено математичну модель, яка дає змогу визначити поверхню фокусування сонячного випромінювання за допомогою лінзи на ресивер двигуна Стірлінга.

Зафіксована на відстані 1 м від горизонтальної поверхні лінза з фокусною відстанню 2,78 м протягом жовтня утворює поверхню, обмежену по осі X координатами -2,15 і 2,15, по осі Y – координатами 2,7 і 3,6, по осі Z – координатами -0,2 і -0,8. Поверхня в кожній своїй точці рівновіддалена від лінзи, відстань до лінзи є фокусною відстанню. Таким чином, поверхня є масивом точок фокуса лінзи при зміні положення Сонця протягом місяця.

За допомогою моделі можна проектувати ресивер двигуна для застосування у сонячних автономних установках з використанням лінз. Виконання ресивера двигуна у формі, що повторює поверхню фокуса протягом часу використання установки, дозволяє максимізувати час перебування ресивера у фокусі

концентраційної лінзи і, як наслідок, збільшити сумарну величину надходження і використання сонячної радіації.

1. Головка В.М., Делєв Д.С. Розрахунок положення сонячної плями на робочій поверхні сонячної термодинамічної установки. Відновлювана енергетика та енергоефективність у XXI столітті: матеріали XXII міжнародної науково-практичної конференції. Київ. 2021. С. 581–585.

2. Даффи Дж., Бекман У. Основы солнечной теплоэнергетики. Пер. с англ.: Учебно-справочное руководство. Долгопрудный. Издательский Дом «Интеллект». 2013. 888 с.

3. Стребков Д., Тверьянович Е. Концентраторы солнечного излучения. Под ред. академика РАСХН. М. ГНУ ВИЭСХ. 2007. 316 с.

4. Мхитарян Н.М. Гелиоенергетика: системы, технологии, использования. Київ. Наук. думка. 2002. 315 с.

REFERENCES

1. Holovko V.M., Dyelyev D.S. Rozrakhunok polozhennya sonyachnoyi plyamy na robochiy poverkhni sonyachnoyi termodynamichnoyi ustanovky. [Calculation of the position of the sunspot on the working surface of the solar thermodynamic installation]. Vidnovlyuvana enerhetyka ta enerhoefektyvnist u XXI stolitti: materialy XXII mizhnarodnoyi naukovo-praktychnoyi konferentsiyi. Kyiv. 2021. Pp. 581-585. [in Ukrainian].

2. Daffi Dzh., Bekman U. Osnovy solnechnoy teploenergetiki. [Fundamentals of solar thermal power]. Per. s angl.: Uchebno-spravochnoye rukovodstvo. Dolgoprudnyy: Izdatel'skiy Dom «Intellekt». 2013. 888 p. [in Ukrainian].

3. Strebkov D., Tveryanovich Ye. Kotsentratory solnechnogo izlucheniya. Pod red. akademika Raskhn D.S. Strebkova. M. GNU VIESKH. 2007. 316 p. [in Ukrainian].

4. Mkhitaryan N.M.. Geliyenergetika: sistemi, tekhnologii, vikoristannya. Kyiv. Naukova dumka 2002. 315 p. [in Ukrainian].

Стаття надійшла до редакції 22.06.21

Остаточна версія 01.12.21