УДК 621.548 https://doi.org/10.36296/1819-8058.2022.3(70).36-43

СТІЙКІСТЬ СИСТЕМИ РЕГУЛЮВАННЯ РОТОРА ВІТРОУСТАНОВКИ З УРАХУВАННЯМ УДОСКОНАЛЕНИХ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ВІДЦЕНТРОВОГО РЕГУЛЯТОРА

Отримано 27 лип. 2022; рекомендовано до публікації 27 вер. 2022
Доступно онлайн 30 вер. 2022

В. М. Головко[1], В. П. Коханєвич[2], М. О. Шихайлов[3]

Автор для коресподенції: Володимир Коханевич,
e-mail: renewable@ukr.net

[1] проф., д-р техн. наук.
http://orcid.org/0000-0003-0195-9654

[2] канд. техн. наук.
http://orcid.org/0000-0003-0033-1355

[3] наук. співр.
http://orcid.org/0000-0003-1845-9904

[1,2,3] Інститут відновлюваної енергетики НАН України, м. Київ, Україна.

Серед величезної кількості різноманітних конструкцій регуляторів обертів та потужності роторів вітроустанок малої потужності пріоритетне місце посідають відцентрові регулятори. В теоретичному плані було розроблено математичні моделі відцентрових регуляторів, на основі яких були розглянуті питання статики та динаміки процесу регулювання.

Профіль сучасних лопатей для вітроустановок максимально наближений до розрахункового, тобто його розширення від кінця до комеля складає від 1:2 до 1:4 і закрут до 30°. Це спричиняє відхилення направлення моменту інерції лопаті від хорди лопаті до 20°, що було враховано в останніх математичних моделях відцентрового регулятора ротора вітроустановки. З огляду на те, що динамічні навантаження можуть призвести як до зниження точності регулювання, так і до руйнування окремих складових частин системи регулювання, виникає необхідність в уточненні динамічних процесів в системі регулювання. В цій роботі уточнено умови стійкості системи регулювання ротора вітроустановки з відцентровим регулятором для флюгерного та антифлюгерного регулювання з урахуванням кута між хордою лопаті та її вектором моменту інерції. Бібл. 11.

Ключові слова: *вітроенергетика, вітроустановка, відцентровий регулятор ротора вітроустановки.*

STABILITY OF THE WIND TURBINE ROTOR REGULATION SYSTEM TAKING INTO ACCOUNT IMPROVED MATHEMATICAL MODELS OF THE CENTRAL REGULATOR

Received 27 Jul. 2022; accepted 27 Sept. 2022.
Available online 30 Sept. 2022

V. Golovko[1], V. Kokhanevich[2], M. Shykhailov[3]

Author for correspondence: Volodymyr Kokhanevich,
e-mail: renewable@ukr.net

[1] prof., Dr. tech. Sciences.
http://orcid.org/0000-0003-0195-9654

[2] Cand. of tech. Sciences.
http://orcid.org/0000-0003-0033-1355

[3] Researcher.
http://orcid.org/0000-0003-1845-9904

[1,2,3] Institute of renewable energy, NAS Ukraine, Kyiv, Ukraine.

Among the huge number of different designs of speed and power regulators of low-power wind turbine rotors, centrifugal regulators take priority. In theoretical terms, mathematical models of centrifugal regulators were developed, based on which the questions of statics and dynamics of the regulation process were considered.

The profile of modern blades for wind turbines is close to the calculated maximum, that is, its expansion from the end to the blade shank is from 1:2 to 1:4 and the twist is up to 30°. This causes a deviation of the direction of the moment of inertia of the blade from the chord of the blade by up to 20°, which was taken into account in the latest mathematical models of the centrifugal regulator of the wind turbine rotor. Given that dynamic loads can lead both to a decrease in the accuracy of regulation and to the destruction of individual components of

the regulation system, there is a need to clarify dynamic processes in the regulation system. In this work, the conditions of stability of the wind turbine rotor control system with a centrifugal regulator for weather vane and anti-vane control are specified, taking into account the angle between the chord of the blade and its moment of inertia vector. Bibl. 11.
***Key words**: wind power, wind turbine, centrifugal regulator of the rotor of the wind turbine.*

Перелік використаних позначень та скорочень

M_P – рушійний момент ротора
$\overline{M}_P$ – відносний рушійний момент ротора
M_H – момент навантаження
ω – кутова швидкість обертання ротора
V – швидкість повітряного потоку, що набігає на ротор
Z – швидкохідність ротора
K – коефіцієнт аеродинамічного моменту демпфування
φ – кут установлення лопаті, профілю елемента лопаті
φ_0 – початковий кут установлення лопаті
i – кількість лопатей
Θ – кут між кривошипом і хордою лопаті
Ω – кут між хордою лопаті й державками відцентрових тягарців
$\Delta\varphi$ – кут між хордою лопаті й вектором моменту інерції лопаті
J_T – момент інерції відцентрових тягарців
$J_Л$ – момент інерції лопаті
$F_{Пр_0}$ – величина початкового натягу пружини регулювання
$\overline{A}$ – величина початкового натягу пружини регулювання, приведена до довжини кривошипа та жорсткості пружини
k – жорсткість пружини регулювання
l – довжина кривошипа механізму регулятора

Вступ. Довговічність та надійність роботи вітроустановок малої потужності залежить від регулювальних пристроїв, що використовуються в їхніх конструкціях. Необхідно зазначити, що серед величезної кількості різноманітних конструкцій регуляторів обертів та потужності ротора пріоритетне місце посідає регулювання поворотом лопаті відцентровими регуляторами[1–4]. При цьому регулювання здійснюється, як у бік збільшення кутів установки лопаті – флюгерне регулювання, так і в бік зменшення кутів установки лопаті – антифлюгерне регулювання. В теоретичному плані було розроблено математичні моделі відцентрових регуляторів [2, 5, 6], які з часом удосконалювались. На основі запропонованих математичних моделей відцентрових регуляторів у ряді робіт були розглянуті питання статики процесу регулювання та характер перехідних процесів, що виникають в системі регулювання внаслідок постійної зміни як швидкості вітру, так і зміни навантаження. Було визначено умови динамічної стійкості системи регулювання ротора вітроустановки з відцентровим регулятором при флюгерному регулюванні [7] та антифлюгерному регулюванні [8].

Постановка завдання. Як показано в роботах [9, 10] на сьогодні тенденція виготовлення лопаті спрямована на отримання максимального коефіцієнта використання енергії вітру ротором і, відповідно, максимального наближення реального профілю лопаті до розрахункового. Так, сучасні технологічні можливості дозволяють виготовляти лопаті з розширенням від кінця до комеля в межах від 1:2 до 1:4 і закрутом лопаті до 30°. Отже, відхилення направлення моменту інерції лопаті від хорди лопаті може сягати 20°, що було враховано в останніх математичних моделях відцентрового регулятора ротора вітроустановки при флюгерному та антифлюгерному регулюванні. З огляду на те, що динамічні навантаження можуть призвести як до зниження точності регулювання, так і до руйнування окремих складових частин системи регулювання, є необхідність в уточненні умов динамічної стійкості системи регулювання ротора вітроустановки з урахуванням вищезазначених змін в математичних моделях відцентрових регуляторів.

Результати досліджень. Для описання системи регулювання приймемо узагальнені координати, які були обґрунтовані в [1] та [3], а саме швидкість обертання ротора ω і кут установки лопатей φ, які повністю характеризують режим роботи вітроустановки.

Таким чином вітроустановка з відцентровим регулятором являє собою аеромеханічну систему регулювання з двома ступенями свободи, яку можна описати системою з двох рівнянь, а саме:

$$J_P \frac{d\omega}{dt} = M_P\left\{\overline{M}_P\left[Z\left(\omega,V\right)\varphi\right]V\right\} - M_H\left(t\right);$$
$$J_Z \frac{d^2\varphi}{dt^2} + K\frac{d\varphi}{dt} = M_A + M_B\left(\omega,\varphi\right) + M_{Пр}\left(\varphi\right) \pm M_{Tp}, \quad (1)$$

де $J_P = \sum J_{P_i}$ – сума приведених до осі ротора моментів інерції всіх тіл, які кінематично з'вязані з обертанням ротора; МР – рушійний момент ротора; $\overline{M}_P$ – відносний рушійний момент ротора; МН – момент навантаження; МА – момент від аеродинамічних сил; МВ – момент відцентрових сил; МТр – момент від сил тертя; V – швидкість повітряного потоку, що набігає на ротор; К – коефіцієнт аеродинамічного моменту демпфування; ω – кутова швидкість ротора; $Z = \omega R/V$ – швидкохідність ротора; R – радіус ротора.

Коефіцієнт аеродинамічного моменту демпфування розраховується за формулою, наведеною в [7, 8]:

$$K = \frac{\rho V}{2} R^4 \int_{r_0}^{R} \left[\frac{\tilde{a}}{4}\left(1 - 2\bar{x}_0\right)^2 + \frac{2\pi - \tilde{a}}{16} \right] \bar{b}^3 \sqrt{1 + \left(Z\bar{r}\right)^2}\, d\bar{r}\,, \quad (2)$$

де r_0 – початковий радіус ротора; $\bar{r}$ – відносний радіус ротора; $\bar{b}=b/R$ – відносна хорда профілю лопаті; ρ – густина повітря; $\bar{x}_0 = x_0/b$ – відносна координата осі повороту лопаті від її переднього ребра (при відцентровому регулюванні координата осі повороту лопаті не змінюється, тобто $\bar{x}_0$ =const); $\tilde{a} = dC_y/d\alpha$, C_y – коефіцієнт підйомної сили; α – кут атаки.

В роботах [7, 8] прийнято ряд допущень, що є характерними для роботи вітроустановок малої потужності, а саме: моменти інерції J_P, J_Z є величинами постійними і в процесі регулювання не змінюються; крім аеродинамічного демпфування в системі регулювання ефект демпфування здійснюють сили тертя в механізмі відцентрового регулятора, але як і при статичному регулюванні, величина сил тертя незначна і нею можна знехтувати, тобто $M_{Тр}$=0; при відцентровому регулюванні центр обертання лопаті збігається з центром аеродинамічного тиску, тобто момент від аеродинамічних сил M_A=0; момент навантаження в загальному вигляді може включати всі інші види машин крім електричного генератора, тож у подальшому будемо розглядати M_H як функцію часу, який під'єднується до вітроустановки у визначені моменти.

Враховуючи вищенаведені допущення, а також те, що момент відцентрових сил системи регулювання M_B складається із моментів інерції відцентрових тягарців $M_{ВТ}$ та лопаті $M_{ВЛ}$, запишемо систему рівнянь (1) в остаточному вигляді:

$$J_P \frac{d\omega}{dt} = M_P\left\{\bar{M}_P\left[Z\left(\omega,V\right)\varphi\right]V\right\} - M_H\left(t\right);$$
$$J_Z \frac{d^2\varphi}{dt^2} + K\frac{d\varphi}{dt} = M_{BT}\left(\omega,\varphi\right) + M_{BЛ}\left(\omega,\varphi\right) + M_{Пр}\left(\varphi\right). \quad (3)$$

Ці рівняння є нелінійними диференційними рівняннями, в які входять як нелінійні функції, так і функції, задані у вигляді графіків $\bar{M}_P = f\left(Z,\varphi\right)$, тому рішення системи рівнянь можна отримати шляхом числового інтегрування. Для отримання аналітичного рішення, щоб встановити практичні формули для дослідження роботи вітроустановки в динамічному режимі, розглянемо ідеалізовану схему, що дозволяє описати систему наближеними лінійними диференційними рівняннями. Припустимо, що при неусталеному русі змінні величини ω, φ, V відрізняються відповідно на малі величини $\Delta\omega$, $\Delta\varphi$, ΔV від їх значень $(\omega)_0$, $(\varphi)_0$, $(V)_0$, що відповідають усталеному руху системи в певному положенні, тобто: $\omega = (\omega)_0 + \Delta\omega$, $\varphi = (\varphi)_0 + \Delta\varphi$, $V = (V)_0 + \Delta V$. Відповідно, моменти, які входять в систему рівнянь (3), можна записати як:

$$M_P = M_P\left\{\bar{M}_P\left[Z\left(\omega,V\right)\varphi\right]V\right\}_0 + \Delta M_P;$$
$$M_{BT} = M_{BT}\left(\omega,\varphi\right)_0 + \Delta M_{BT};$$
$$M_{BЛ} = M_{BЛ}\left(\omega,\varphi\right)_0 + \Delta M_{BЛ};$$
$$M_{Пр} = M_{Пр}\left(\varphi\right)_0 + \Delta M_{Пр};\ M_H = \left(M_H\right)_0 + \Delta M_H.$$

Оскільки величини $\Delta\omega$, $\Delta\varphi$, ΔV, ΔM_P, $\Delta M_{ВТ}$, $\Delta M_{ВЛ}$, $\Delta M_{Пр}$, ΔM_H розраховуються для значень $(\omega)_0$, $(\varphi)_0$, $(V)_0$, $(M_P)_0$, $(M_{ВТ})_0$, $(M_{ВЛ})_0$, $(M_{Пр})_0$, $(M_H)_0$, то вони також повинні бути позначені індексом 0. Для спрощення записів тут і в подальшому індекс 0 опускаємо.

Після розкладення виразів для M_P, $M_{ВТ}$, $M_{ВЛ}$, $M_{Пр}$ в ряд Тейлора і нехтування членами з квадратними і вищими степенями малих величин, а також добутками малих величин отримаємо:

$$M_P = M_P\{\bar{M}_P[Z(\omega,V)\varphi]V\}_0 + \frac{\partial M_P}{\partial \bar{M}_P}\frac{\partial \bar{M}_P}{\partial Z}\frac{\partial Z}{\partial \omega}\Delta\omega + \frac{\partial M_P}{\partial \bar{M}_P}\frac{\partial \bar{M}_P}{\partial \varphi}\Delta\varphi + \left(\frac{\partial M_P}{\partial \bar{M}_P}\frac{\partial \bar{M}_P}{\partial Z}\frac{\partial Z}{\partial V} + \frac{\partial M_P}{\partial V}\right)\Delta V;$$

$$M_{BT} = M_{BT}\left(\omega,\varphi\right)_0 + \frac{\partial M_{BT}}{\partial \omega}\Delta\omega + \frac{\partial M_{BT}}{\partial \varphi}\Delta\varphi;$$

$$M_{BЛ} = M_{BЛ}\left(\omega,\varphi\right)_0 + \frac{\partial M_{BЛ}}{\partial \omega}\Delta\omega + \frac{\partial M_{BЛ}}{\partial \varphi}\Delta\varphi;$$

$$M_{Пр} = M_{Пр}\left(\varphi\right)_0 + \frac{\partial M_{Пр}}{\partial \varphi}\Delta\varphi.$$

Похідні від ω та φ запишемо як: $\frac{d\omega}{dt} = \frac{d(\omega)_0}{dt} + \frac{d\Delta\omega}{dt}$; $\frac{d\varphi}{dt} = \frac{d(\varphi)_0}{dt} + \frac{d\Delta\varphi}{dt}$; $\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{d^2(\varphi)_0}{dt^2} + \frac{d^2\Delta\varphi}{dt^2}$. Оскільки $(\omega)_0$ та $(\varphi)_0$ характеризують усталений рух системи, то їх похідні за часом дорівнюють 0. Тоді похідні від ω та φ набудуть вигляду: $\frac{d\omega}{dt} = \frac{d\Delta\omega}{dt}$; $\frac{d\varphi}{dt} = \frac{d\Delta\varphi}{dt}$; $\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{d^2\Delta\varphi}{dt^2}$.

Введемо такі позначення $\frac{d\omega}{dt} = \Delta\dot{\omega}$, $\frac{d\varphi}{dt} = \Delta\dot{\varphi}$, $\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \Delta\ddot{\varphi}$; враховуючи, що похідні ω та φ, які відповідають усталеному руху системи, дорівнюють 0, систему рівнянь (3) можна записати в такому вигляді:

$$J_P\Delta\dot{\omega} = \frac{\partial M_P}{\partial \bar{M}_P}\frac{\partial \bar{M}_P}{\partial Z}\frac{\partial Z}{\partial \omega}\Delta\omega + \frac{\partial M_P}{\partial \bar{M}_P}\frac{\partial \bar{M}_P}{\partial \varphi}\Delta\varphi + \left(\frac{\partial M_P}{\partial \bar{M}_P}\frac{\partial \bar{M}_P}{\partial Z}\frac{\partial Z}{\partial V} + \frac{\partial M_P}{\partial V}\right)\Delta V - \Delta M_H;$$

$$J_Z\Delta\ddot{\varphi}+K\Delta\dot{\varphi}=\frac{\partial M_{BT}}{\partial\omega}\Delta\omega+\frac{\partial M_{BT}}{\partial\varphi}\Delta\varphi+\frac{\partial M_{BЛ}}{\partial\omega}\Delta\omega+$$
$$+\frac{\partial M_{BЛ}}{\partial\varphi}\Delta\varphi+\frac{\partial M_{Пр}}{\partial\varphi}\Delta\varphi\,. \qquad (4)$$

З урахуванням відомих співвідношень $M_P=\pi\rho R^3\frac{V^2}{2}\bar{M}_P$ та $Z=\frac{\omega R}{V}$ розкриємо відповідні частинні похідні: $\frac{\partial M_P}{\partial\bar{M}_P}=\pi\rho R^3\frac{V^2}{2}$; $\frac{\partial Z}{\partial\omega}=\frac{R}{V}$; $\frac{\partial Z}{\partial V}=-\frac{\omega R}{V^2}$; $\frac{\partial M_P}{\partial V}=\pi\rho R^3V\bar{M}_P$. Відповідні похідні $\frac{\partial\bar{M}_P}{\partial Z}$ та $\frac{\partial\bar{M}_P}{\partial\varphi}$ вираховуються шляхом графічного диференціювання функції $\bar{M}_P=f\left(Z,\varphi\right)$.

Згрупуємо відповідні величини і введемо нові коефіцієнти m_1, m_2, m_3, n_1, n_2:

$$m_1=-\frac{\partial M_P}{\partial\bar{M}_P}\frac{\partial\bar{M}_P}{\partial Z}\frac{\partial Z}{\partial\omega}=-\frac{1}{2}\pi\rho R^4V\frac{\partial\bar{M}_P}{\partial Z};$$

$$m_2=-\frac{\partial M_P}{\partial\bar{M}_P}\frac{\partial\bar{M}_P}{\partial\varphi}=-\frac{1}{2}\pi\rho R^3V^2\frac{\partial\bar{M}_P}{\partial\varphi};$$

$$m_3=\frac{\partial M_P}{\partial\bar{M}_P}\frac{\partial\bar{M}_P}{\partial Z}\frac{\partial Z}{\partial V}+\frac{\partial M_P}{\partial V}=;$$

$$=\frac{1}{2}\pi\rho R^3\left(2V\bar{M}_P-\omega R\frac{\partial\bar{M}_P}{\partial Z}\right);$$

$$n_1=-\left(\frac{\partial M_{BT}}{\partial\omega}+\frac{\partial M_{BЛ}}{\partial\omega}\right);$$

$$n_2=-\left(\frac{\partial M_{BT}}{\partial\varphi}+\frac{\partial M_{BЛ}}{\partial\varphi}+\frac{\partial M_{Пр}}{\partial\varphi}\right).$$

Після підстановки коефіцієнтів $m_1...n_2$ в (4) отримаємо систему наближених лінійних диференційних рівнянь у варіаціях відповідних координат:

$$J_P\Delta\dot{\omega}+m_1\Delta\omega+m_2\Delta\varphi=m_3\Delta V-\Delta M_H;$$
$$J_Z\Delta\ddot{\varphi}+K\Delta\dot{\varphi}+n_1\Delta\omega+n_2\Delta\varphi=0. \qquad (5)$$

Коефіцієнти системи рівнянь (5) в подальшому приймаються як постійні. При цьому необхідно враховувати, що вони відповідають певному усталеному руху системи з певними параметрами системи регулювання.

Перейдемо до відносних узагальнених координат руху системи:

$$\bar{\omega}=\frac{\Delta\omega}{\omega};\quad\bar{\varphi}=\frac{\Delta\varphi}{\varphi_p},$$

де $\varphi_p=\varphi_0-\varphi_{max}$, φ_{max} – максимальний кут повороту лопатей при регулюванні, φ_0 – початковий кут установки лопатей.

Подальше виведення викладено в [7] і дозволяє отримати рівняння, що описують рух системи:

$$\left(p^3+a_1p^2+a_2p+a_3\right)\bar{\omega}=$$

$$=\frac{\left(T_\varphi^2K_Vp^2+T_KK_Vp+K_Va_{22}\right)\Delta\bar{V}-\left(T_\varphi^2p^2+T_Kp+a_{22}\right)\Delta\bar{M}_H}{T_\omega T_\varphi^2};$$

$$\left(p^3+a_1p^2+a_2p+a_3\right)\bar{\varphi}=\frac{\Delta\bar{M}_Ha_{21}-K_Va_{21}\Delta\bar{V}}{T_\omega T_\varphi^2}\,, \qquad (6)$$

де $a_1=\frac{T_\omega T_K+T_\varphi^2a_{11}}{T_\omega T_\varphi^2}$; $a_2=\frac{T_\omega a_{22}+T_Ka_{11}}{T_\omega T_\varphi^2}$; $a_3=\frac{a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}}{T_\omega T_\varphi^2}$; $T_\omega=\frac{J_P\omega}{M_P}$; $T_\varphi^2=\frac{J_Z\varphi_P}{M_{BT}}$; $T_K=\frac{K\varphi_P}{M_{BT}}$; $K_V=\frac{m_3V}{M_P}$; $a_{11}=\frac{m_1\omega}{M_P}$; $a_{12}=\frac{m_2\varphi_P}{M_P}$; $a_{21}=\frac{n_1\omega}{M_{BT}}$; $a_{22}=\frac{n_2\varphi_P}{M_{BT}}$; $\Delta\bar{M}_H=\frac{\Delta M_H}{M_P}$; $\Delta\bar{V}=\frac{\Delta V}{V}$.

За відсутності зовнішніх сил збудження рівняння (6) набудуть вигляду:

$$\left(p^3+a_1p^2+a_2p+a_3\right)\bar{\omega}=0;$$
$$\left(p^3+a_1p^2+a_2p+a_3\right)\bar{\varphi}=0\,. \qquad (7)$$

Для цієї системи матимемо одне характеристичне рівняння $\lambda^3+a_1\lambda^2+a_2\lambda+a_3=0$. Отже, незалежно від того, відносно якої перемінної в системі регулювання складено диференційні рівняння, стійкість системи визначатиметься типом коренів одного характеристичного рівняння. В теорії автоматичного регулювання визначення стійкості системи можна отримати без знаходження рішення характеристичного рівняння за відповідними критеріями [11]. Для визначення умов стійкості для системи третього порядку використано критерії Гурвіца [11], у відповідності з яким необхідно і достатньо щоб були виконані дві умови:

– щоб усі коефіцієнти характеристичного рівняння були більше 0, тобто: $a_1>0$, $a_2>0$, $a_3>0$;

– щоб виконувалась нерівність: $a_1a_2-a_3>0$.

Для подальшого аналізу визначимо коефіцієнти n_1 та n_2.

Для флюгерного регулювання для M_{BT}, $M_{BЛ}$, $M_{Пр}$ використані формули з [9]: $M_{BT}=\frac{1}{2}J_T\omega^2\sin2\left(\Omega-\varphi\right)$;

$$M_{BЛ}=-\frac{1}{2}J_Л\omega^2\sin2\left(\varphi+\Delta\varphi\right);$$

$$M_{Пр}=-\frac{k}{i}\left\{a+l\left[\sin\left(\Theta-\varphi_0\right)-\sin\left(\Theta-\varphi\right)\right]\right\}l\cos\left(\Theta-\varphi\right),$$

де $J_Л$ – момент інерції лопаті; J_T – момент інерції відцентрових тягарців; l – довжина кривошипа механізму регулятора; φ_0 – початковий кут установки лопатей; Θ – початкового натягу пружини; $F_{Пр_0}$ – величина початкового натягу пружини регулювання; k – жорсткість пружини регулювання; $\Delta\varphi$ – кут між хордою лопаті й вектором моменту інерції лопаті.

Тоді відповідні частинні похідні для флюгерного регулювання набудуть вигляду: $\frac{\partial M_{BT}}{\partial\omega} = J_T\omega sin\,2(\Omega-\varphi)$;

$$\frac{\partial M_{BЛ}}{\partial\omega} = -J_Л\omega sin\,2(\varphi+\Delta\varphi);$$

$$\frac{\partial M_{BT}}{\partial\varphi} = -J_T\omega^2 cos\,2(\Omega-\varphi);$$

$$\frac{\partial M_{BЛ}}{\partial\varphi} = -J_Л\cdot\omega^2\cdot cos\,2(\varphi+\Delta\varphi);$$

$$\frac{\partial M_{Пр}}{\partial\varphi} = -\frac{k\cdot l^2}{i}\left[cos\,2(\Theta-\varphi)+sin(\Theta-\varphi)\left(\bar{A}+sin(\Theta-\varphi_0)\right)\right],$$

де $\bar{A} = a/l$ – величина початкового натягу пружини регулювання, приведена до довжини кривошипа та жорсткості пружини.

Для антифлюгерного регулювання для M_{BT}, $M_{BЛ}$, $M_{Пр}$ використані вирази із [10]: $M_{BT} = \frac{1}{2}J_T\omega^2\,sin\,2(\Omega+\varphi)$;

$$M_{BЛ} = \frac{1}{2}J_Л\omega^2\,sin\,2(\varphi+\Delta\varphi);$$

$$M_{Пр} = -\frac{k}{i}\left\{a+l\left[sin(\Theta+\varphi_0)-sin(\Theta+\varphi)\right]\right\}l\,cos(\Theta+\varphi).$$

Тоді відповідні частинні похідні для антифлюгерного регулювання набудуть вигляду:

$$\frac{\partial M_{BT}}{\partial\omega} = J_T\omega sin\,2(\Omega+\varphi);\ \frac{\partial M_{BЛ}}{\partial\omega} = J_Л\omega sin\,2(\varphi+\Delta\varphi);$$

$$\frac{\partial M_{BT}}{\partial\varphi} = J_T\omega^2 cos\,2(\Omega+\varphi);\ \frac{\partial M_{BЛ}}{\partial\varphi} = J_Л\omega^2 cos\,2(\varphi+\Delta\varphi);$$

$$\frac{\partial M_{Пр}}{\partial\varphi} = \frac{kl^2}{i}\left[cos\,2(\Theta+\varphi)+sin(\Theta+\varphi)\left(\bar{A}+sin(\Theta+\varphi_0)\right)\right].$$

Запишемо коефіцієнти n_1, n_2 для флюгерного регулювання з урахуванням відповідних похідних від для M_{BT}, $M_{BЛ}$, $M_{Пр}$:

$$n_1 = -\left(\frac{\partial M_{BT}}{\partial\omega}+\frac{\partial M_{BЛ}}{\partial\omega}\right) = J_Л\omega sin\,2(\varphi+\Delta\varphi)-J_T\omega sin\,2(\Omega-\varphi);$$

$$n_2 = -\left(\frac{\partial M_{BT}}{\partial\varphi}+\frac{\partial M_{BЛ}}{\partial\varphi}+\frac{\partial M_{Пр}}{\partial\varphi}\right) =$$

$$= \frac{k\cdot l^2}{i}\left[cos\,2(\Theta-\varphi)+sin(\Theta-\varphi)\left(\bar{A}+sin(\Theta-\varphi_0)\right)\right]+$$

$$+\omega^2\left[J_Л\,cos\,2(\varphi+\Delta\varphi)+J_T\,cos\,2(\Omega-\varphi)\right].$$

Відповідно, коефіцієнти n_1 та n_2 для антифлюгерного регулювання набудуть вигляду:

кут між кривошипом і хордою лопаті; Ω – кут між хордою лопаті й державками відцентрових тягарців; $a = F_{Пр_0}/k$ – величина, що характеризує величину

$$n_1 = -J_Л\omega sin\,2(\varphi+\Delta\varphi)-J_T\omega sin\,2(\Omega+\varphi);$$

$$n_2 = -\frac{kl^2}{i}\left[cos\,2(\Theta+\varphi)+sin(\Theta+\varphi)\left(\bar{A}+sin(\Omega+\varphi_0)\right)\right]-$$

$$-\omega^2\left[J_Л\,cos\,2(\varphi+\Delta\varphi)+J_T\,cos\,2(\Omega+\varphi)\right].$$

Умови стійкості для флюгерного регулювання.

Першою умовою є те, щоб усі коефіцієнти характеристичного рівняння були більше 0. Розглянемо коефіцієнт a_1:

$$a_1 = \frac{T_\omega T_K + T_\varphi^2 a_{11}}{T_\omega T_\varphi^2} = \frac{\frac{J_P\omega}{M_P}\frac{K\varphi_P}{M_{BT}}+\frac{m_1\omega}{M_P}\frac{J_Z\varphi_P}{M_{BT}}}{\frac{J_P\omega}{M_P}\frac{J_Z\varphi_P}{M_{BT}}} =$$

$$= \frac{J_PK+J_Zm_1}{J_PJ_Z} > 0.$$

Величини I_P, I_Z, – що входять у вираз a_1, завжди є величинами більшими за 0, тож a_1>0 за умови $J_PK+J_Zm_1>0$. Розкривши коефіцієнт m_1, отримаємо:

$$J_PK - J_Z\frac{1}{2}\pi\rho R^4V\frac{\partial\bar{M}_P}{\partial Z} > 0 \qquad (8)$$

Величини, що входять у вираз (8), в основному визначаються параметрами та характеристиками ротора. Значення величини коефіцієнта аеродинамічного моменту демпфування К визначається з виразу (2). Всі величини, що входять у вираз для визначення К, є величинами позитивними. Менше 0 можуть бути тільки складові, взяті в квадратні дужки, а тому проаналізуємо їх. Значення $(1-2\bar{x}_0)$ завжди більше 0, тому що, як зазначалось вище, при відцентровому регулюванні вісь обертання лопаті перебуває в центрі аеродинамічного тиску і складає величину в межах 0,3...0,4 для всіх аеродинамічних профілів. Складник $2\pi-\tilde{a}$ також є величиною позитивною, тому що $\tilde{a} = \frac{dC_y}{d\alpha}$ не перевищує значення 5,73 практично для всіх аеродинамічних профілів, які в цей час використовуються для лопатей вітроустановок. Частинна похідна $\frac{\partial\bar{M}_P}{\partial Z} < 0$, оскільки робоча точка при флюгерному регулюванні перебуває в тій частині характеристики рушійного моменту ротора, що зменшується.

На основі вищевикладеного можна зробити висновок, що при флюгерному регулюванні a_1>0 при всіх параметрах системи регулювання, що входять у вираз a_1.

Розглянемо коефіцієнт a_2:

$$a_2 = \frac{T_\omega a_{22} + T_K a_{11}}{T_\omega T_\varphi^2} = \frac{\frac{J_P \omega}{M_P}\frac{n_2 \varphi_P}{M_{BT}} + \frac{K\varphi_P}{M_{BT}}\frac{m_1 \omega}{M_P}}{\frac{J_P \omega}{M_P}\frac{J_Z \varphi_P}{M_{BT}}} =$$

$$= \frac{J_P n_2 + K m_1}{J_P J_Z}.$$

Оскільки $J_P J_Z$ >0, то a_2 буде більше 0 за умови:

$$J_P n_2 + K m_1 > 0. \quad (9)$$

З урахуванням усіх параметрів системи регулювання, тобто для коефіцієнтів m_1, n_2 вираз (9) набуде вигляду:

$$J_P \left\{ \frac{kl^2}{i} [cos\,2(\Theta - \varphi) + sin(\Theta - \varphi)(\bar{A} + sin(\Theta - \varphi_0))] + \right.$$
$$+\omega^2 [J_Л\, cos\,2(\varphi + \Delta\varphi) + J_T\, cos\,2(\Omega - \varphi)] \} -$$
$$-K\tfrac{1}{2}\pi\rho R^4 V \tfrac{\partial \bar{M}_P}{\partial Z} > 0. \quad (10)$$

Розглянемо коефіцієнт a_3:

$$a_3 = \frac{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}{T_\omega T_\varphi^2} = \frac{\frac{m_1 \omega}{M_P}\frac{n_2 \varphi_P}{M_{BT}} - \frac{m_2 \varphi_P}{M_P}\frac{n_1 \omega}{M_{BT}}}{\frac{J_P \omega}{M_P}\frac{J_Z \varphi_P}{M_{BT}}} =$$

$$= \frac{m_1 n_2 - m_2 n_1}{J_P J_Z}.$$

Як зазначалось вище $J_P J_Z$ >0, тож, відповідно, щоб коефіцієнт a_3 був більше 0, необхідно щоб виконувалась умова:

$$m_1 n_2 - m_2 n_1 > 0. \quad (11)$$

З урахуванням параметрів системи регулювання умова для флюгерного регулювання (11) набуде вигляду:

$$\tfrac{1}{2}\pi\rho R^3 V^2 \tfrac{\partial \bar{M}_P}{\partial \varphi} [J_Л \omega\, sin\,2(\varphi + \Delta\varphi) - J_T \omega\, sin\,2(\Omega + \varphi)] -$$
$$-\tfrac{1}{2}\pi\rho R^4 V \tfrac{\partial \bar{M}_P}{\partial Z} \left\{ \frac{kl^2}{i} [cos\,2(\Theta - \varphi) + sin(\Theta - \varphi)(\bar{A} + sin(\Theta - \varphi_0))] \right.$$
$$+$$
$$\left. +\omega^2 [J_Л\, cos\,2(\varphi + \Delta\varphi) + J_T\, cos\,2(\Omega - \varphi)] \right\} > 0. \quad (12)$$

Друга умова стійкості для системи третього порядку – $a_1 \cdot a_2 - a_3 > 0$:

$$\frac{T_\omega T_K + T_\varphi^2 a_{11}}{T_\omega T_\varphi^2} \cdot \frac{T_\omega a_{22} + T_K a_{11}}{T_\omega T_\varphi^2} - \frac{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}{T_\omega T_\varphi^2} =$$
$$= \frac{(J_P K + I_Z m_1)(J_P n_2 + K m_1)}{J_P J_Z} - (m_1 n_2 - m_2 n_1) > 0.$$

Розділимо параметри ротора і параметри відцентрового регулятора і отримаємо другу умову стійкості у вигляді:

$$(J_P K + I_Z m_1) K m_1 + m_2 J_Z J_P n_1 + J_P^2 K n_2 > 0. \quad (13)$$

Після підстановки значень коефіцієнтів m_1, m_2, n_1, n_2 матимемо в розгорнутому вигляді другу умову стійкості системи регулювання:

$$J_P^2 K \left\{ \frac{k \cdot l^2}{i} [cos\,2(\Theta - \varphi) + sin(\Theta - \varphi)(\bar{A} + sin(\Theta - \varphi_0))] + \right.$$
$$+\omega^2 [J_Л\, cos\,2(\varphi + \Delta\varphi) + J_T\, cos\,2(\Omega - \varphi)] \} -$$
$$-K\tfrac{1}{2}\pi\rho R^4 V \tfrac{\partial \bar{M}_P}{\partial Z} \left(J_P K + J_Z \tfrac{1}{2}\pi\rho R^4 V \tfrac{\partial \bar{M}_P}{\partial Z} \right) -$$
$$-J_Z J_P \tfrac{\omega}{2}\pi\rho R^3 V^2 \tfrac{\partial \bar{M}_P}{\partial \varphi} [J_Л\, sin\,2(\varphi + \Delta\varphi) - J_T\, sin\,2(\Omega - \varphi)] > 0. \quad (14)$$

Тобто для того щоб система регулювання ротора вітроустановки з відцентровим регулятором при флюгерному регулюванні була стійкою, необхідно і достатньо щоб виконувались нерівності (10), (12), (14). Нерівність (8) виконується завжди. При цьому слід зауважити, що ці нерівності повинні бути перевірені для всього діапазону кутів регулювання (початковій кут установлення лопаті, максимальний кут установлення лопаті й декілька проміжних положень лопаті й відповідні їм швидкості вітру та інші параметри й характеристики регулювання)

Умови стійкості при антифлюгерному регулюванні.

Розглянемо першу умову для антифлюгерного регулювання, тобто щоб всі коефіцієнти були більше 0. Вираз для a_1, як і для флюгерного регулювання, має вигляд $a_1 = J_P \cdot K + J_Z \cdot m_1 > 0$, або в розгорнутому вигляді $J_P \cdot K - J_Z \frac{1}{2}\pi \cdot \rho \cdot R^4 \cdot V \frac{\partial \bar{M}_P}{\partial Z} > 0$. Як і при флюгерному регулюванні, величини, що входять у цей вираз, основному визначаються параметрами та характеристиками ротора і були проаналізовані вище. Частинна похідна $\frac{\partial \bar{M}_P}{\partial Z}$ при антифлюгерному регулюванні також менше 0, оскільки робоча точка перебуває в тій частині характеристики рушійного моменту ротора, що зменшується. Тобто при антифлюгерному регулюванні коефіцієнт $a_1 > 0$ при всіх параметрах системи регулювання, що входять у вираз a_1.

Розглянемо коефіцієнт a_2. Оскільки, як уже зазначалось вище, $J_P \cdot J_Z > 0$, то, як і при флюгерному регулюванні, $J_P \cdot n_2 + K \cdot m_1 > 0$, або з урахуванням усіх параметрів системи регулювання вираз $a_2 > 0$ для антифлюгерного регулювання набуде вигляду:

$$-J_P \left\{ \frac{k \cdot l^2}{i} [cos\,2(\Theta + \varphi) + sin(\Theta + \varphi)(\bar{A} + sin(\Theta + \varphi_0))] + \right.$$
$$\left. +\omega^2 [J_Л\, cos\,2(\varphi + \Delta\varphi) + J_T\, cos\,2(\Omega + \varphi)] \right\} -$$
$$-K\tfrac{1}{2}\pi\rho R^4 V \tfrac{\partial \bar{M}_P}{\partial Z} > 0. \quad (15)$$

Умова $a_3 > 0$ аналогічно як і за флюгерного регулювання має вигляд $m_1 \cdot n_2 - m_2 \cdot n_1 > 0$, та з урахуванням параметрів системи регулювання для антифлюгерного регулювання складе:

$$-\frac{1}{2}\pi\rho R^3 V^2 \frac{\partial \bar{M}_P}{\partial \varphi}[J_Л \omega \sin 2(\varphi + \Delta\varphi) + J_T \omega \sin 2(\Omega + \varphi)] +$$
$$+\frac{1}{2}\pi\rho R^4 V \frac{\partial \bar{M}_P}{\partial Z}\left\{\frac{kl^2}{i}[\cos 2(\Theta + \varphi) + \sin(\Theta + \varphi)(\bar{A} + \sin(\Theta + \varphi_0))]\right.$$
$$+$$
$$\left.+\omega^2[J_Л \cos 2(\varphi + \Delta\varphi) + J_T \cos 2(\Omega + \varphi)]\right\} > 0. \quad (16)$$

Друга умова стійкості $a_1 \cdot a_2 - a_3 > 0$ після підстановки значень коефіцієнтів a_1, a_2, a_3 має вигляд $\left(J_P \cdot K + J_Z \cdot m_1\right) \cdot K \cdot m_1 + m_2 \cdot J_Z \cdot J_P \cdot n_1 + J_P^2 \cdot K \cdot n_2 > 0$ та, відповідно, з урахуванням параметрів і характеристик ротора та відцентрового регулятора, складе:

$$J_P^2 K\left\{\frac{kl^2}{i}[\cos 2(\Theta + \varphi) + \sin(\Theta + \varphi)(\bar{A} + \sin(\Theta + \varphi_0))] +\right.$$
$$\left.+\omega^2[J_Л \cos 2(\varphi + \Delta\varphi) + J_T \cos 2(\Omega + \varphi)]\right\} -$$
$$-K\frac{1}{2}\pi\rho R^4 V \frac{\partial \bar{M}_P}{\partial Z}\left(J_P K + J_Z \frac{1}{2}\pi\rho R^4 V \frac{\partial \bar{M}_P}{\partial Z}\right) -$$
$$-J_Z J_P \frac{\omega}{2}\pi\rho R^3 V^2 \frac{\partial \bar{M}_P}{\partial \varphi}[J_Л \sin 2(\varphi + \Delta\varphi) + J_T \sin 2(\Omega + \varphi)] > 0. \quad (17)$$

Тобто для того щоб система регулювання ротора вітроустановки з відцентровим регулятором при антифлюгерному регулюванні була стійкою, необхідно і достатньо, щоб виконувались нерівності (15), (16), (17). Перший коефіцієнт характеристичного рівняння більше 0 завжди. При цьому необхідно зауважити, що ці нерівності, як і при флюгерному регулюванні, повинні бути перевірені для всього діапазону кутів регулювання.

Висновок. Уточнено умови стійкості системи регулювання ротора вітроустановки з відцентровим регулятором для флюгерного та антифлюгерного регулювання з урахуванням кута між хордою лопаті та її вектором моменту інерції.

ПОСИЛАННЯ

1. *Цукерник Л. М*. Теория и расчет центробежного регулятора. М. Машгиз. 1951. 110 с.
2. *Сабинин Г. Х*. Теория регулирования быстроходных ветродвигателей поворотом лопастей центробежным регулятором. Промышленная аэродинамика. 1957. Сб. № 8. С. 5–77.
3. *Корендій В. М.* Аналіз впливу інерційних навантажень на процес відцентрового регулювання потужності вітроустановки. Вісник Національного університету «Львівська політехніка». 2012. № 746. С. 132–139.
4. *Erich Hau.* Windkraftanlagen: Grundlagen. Technik. Einsatz. Wirtschaftlichkeit [Hardcover] Aerodynamik Energielieferung Energietechnik Regenerative Energie Rotor Rotorblätter Schwingung Strom Windenergie Windmühl. Springer Berlin Verlag. 2017. 997 с.
5. *Коханєвич В.П*. Статичні характеристики відцентрового регулятора при флюгерному регулюванні ротора вітродвигуна. Відновлювана енергетика. 2008. № 1 (12). С. 39–44.
6. *Коханєвич В. П*. Статика регулювання роторів вітродвигунів відцентровими регуляторами при антифлюгерному регулюванні. Відновлювана енергетика. 2009. № 3 (18). С. 18–24.
7. *Коханєвич В. П.* Динамічна стійкість системи регулювання ротора вітродвигуна з відцентровим регулятором. Відновлювана енергетика. 2008. № 3 (14) С. 47–54.
8. *Коханєвич В. П.* Умови стійкості системи регулювання ротора вітроустановки з відцентровим регулятором при антифлюгерному регулюванні. Енергетика: економіка, технології, екологія. 2011. № 2. С. 28–36.
9. *Головко В. М., Коханєвич В. П., Шихайлов М. О., Марченко Н. В.* Удосконалена математична модель відцентрового регулятора ротора вітроустановки при флюгерному регулюванні. Відновлювана енергетика. 2021. № 2 (65). С. 53–60.
10. *Головко В.М., Коханєвич В.П., Шихайлов М.О.* Удосконалена математична модель відцентрового регулятора ротора вітроустановки при антифлюгерному регулюванні. //Відновлювана енергетика. 2022. № 1 (68). С. 73–78.
11. *Бесекерский В. А., Попов Е. П.* Теория систем автоматического регулирования. М. Наука. 1975. 768 с.

REFERENCES

1. *Tsukernyk L. M*. Teoriya i raschet tsentrobezhnogo regulyatora [Theory and calculation of a centrifugal regulator]. Moskow. Mashgiz. 1951. 110 p. [in Russian].
2. *Sabinin G. H*. Teoriya regulirovaniya bystrokhodnykh vetrodvigateley povorotom lopastey tsentrobezhnym regulyatorom [Theory of regulation of high-speed wind turbines by turning blades by a centrifugal regulator]. Promyshlennaya aerodinamika. 1957. Sb. No. 8. Pp. 5–77. [in Russian].
3. *Korendiy V. M.* Analysis of the influence of inertial loads on the process of centrifugal regulation of wind turbine power [Analiz vplyvu inertsiynykh navantazhen' na protses vidtsentrovoho rehulyuvannya potuzhnosti vitroustanovky]. Bulletin of the National University "Lviv

Polytechnic". 2012. No. 746. Pp. 132–139. [in Ukrainian].

4. *Erich Hau.* Windkraftanlagen: Grundlagen. Technik. Einsatz. Wirtschaftlichkeit [Hardcover] Aerodynamik Energielieferung Energietechnik Regenerative Energie Rotor Rotorblätter Schwingung Strom Windenergie Windmühl. Springer Berlin Verlag. 2017. 997 p. [in Germany].
5. *Kokhanevich V. P*. Static characteristics of the centrifugal regulator at weather vane regulation of the rotor of the wind turbine [Statychni kharakterystyky vidtsentrovoho rehulyatora pry flyuhernomu rehulyuvanni rotora vitrodvyhuna]. Vidnovlyuvana enerhetyka. 2008. No. 1 (12). Pp. 39–44. [in Ukrainian].
6. *Kokhanevich V. P*. Statics of regulation of wind turbine rotors by centrifugal regulators at antiflue control [Statyka rehulyuvannya rotoriv vitrodvyhuniv vidtsentrovymy rehulyatoramy pry antyflyuhernomu rehulyuvanni]. Vidnovlyuvana enerhetyka. 2009. No. 3 (18). Pp. 18–24. [in Ukrainian].
7. *Kokhanevich V. P*. Dynamic Stability of the Wind Engine Rotor Control System with a Water-Center Regulator [Dynamichna stiykist' systemy rehulyuvannya rotora vitrodvyhuna z vidtsentrovym rehulyatorom]. Vidnovlyuvana enerhetyka. 2008. No. 3 (14). Pp. 47–54. [in Ukrainian].
8. *Kokhanevich V. P*. Stability conditions of the wind turbine rotor control system with a centrifugal regulator with anti-fluke control [Umovy stiykosti systemy rehulyuvannya rotora vitroustanovky z vidtsentrovym rehulyatorom pry antyflyuhernomu rehulyuvanni]. Energy: economics, technologies, ecology. 2011. No. 2. Pp. 28–36. [in Ukrainian].
9. *Golovko V. M., Kokhanevich V. P., Shikhailov M. O., Marchenko N. V.* Improved mathematical model of the centrifugal regulator of the wind turbine rotor with weather vane control [Udoskonalena matematychna model' vidtsentrovoho rehulyatora rotora vitroustanovky pry flyuhernomu rehulyuvanni]. Vidnovlyuvana enerhetyka. 2021. No. 2 (65). Pp. 53–60. [in Ukrainian].
10. *Golovko V.M., Kokhanevich V.P., Shikhailov M.O.* Advanced mathematical model of the centrifugal regulator of the wind rotor with anti-fluge control [Udoskonalena matematychna model' vidtsentrovoho rehulyatora rotora vitroustanovky pry antiflyuhernomu rehulyuvanni]. Vidnovlyuvana enerhetyka. 2022. No. 1 (68). Pp. 73–48. [in Ukrainian].
11. *Besekersky V. A., Popov E. P.* Theory of automatic control systems [Teoriya sistem avtomaticheskogo regulirovaniya]. M. Nauka. 1975. 768 p. [in Russian].