

УДК 519.64

МОДЕЛЮВАННЯ ЕНЕРГЕТИЧНИХ ВТРАТ ПРИ РОЗФОКУСУВАННІ СОНЯЧНИХ ПАРАБОЛОЇДНИХ КОНЦЕНТРАТОРІВ

Отримано 29 трав. 2022; рекомендовано до публікації 6 черв. 2022
Доступно онлайн 30 черв. 2022

С. С. Масаликін¹, Л. І. Книш²

Автор для кореспонденції: Людмила Книш
e-mail: lknysh@ukr.net

Модифіковано математичну модель для розрахунку щільності теплового потоку, що надходить від параболоїдного концентратора на теплоприймач. У моделі враховано помилку розфокусування, що виникає при механічних пошкодженнях або програмних неточностях системи стеження за Сонцем. Досліджено вплив помилки розфокусування на щільність теплового потоку і розмір фокальної плями на поверхні теплоприймача. Визначено критичну величину кута розфокусування, при якій щільність теплового потоку стає мінімальною. Змодельовано і порівняно значення теплових потоків для математично ідеального та реального концентраторів з абераціями поверхні й помилкою розфокусування. Розраховано і порівняно середню щільність теплового потоку для різних комбінацій помилки розфокусування й аберацій поверхні у системі.

Ключові слова: параболоїдний концентратор, теплоприймач, помилка розфокусування, аберації поверхні, числове моделювання.

¹ аспірант, Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара, м. Дніпро, Україна <https://orcid.org/0000-0002-2590-6760>

² д-р техн. наук, професор, Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара, м. Дніпро, Україна <https://orcid.org/0000-0003-3525-4804>

MODELING OF THE ENERGY LOSSES THROUGH TRACKING ERROR FOR THE SOLAR PARABOLIC DISH CONCENTRATOR

Received 29 May 2022; accepted 6 June 2022.
Available online 30 June 2022

S. Masalykin¹, L. Knysh²

Author for correspondence: Liudmyla Knysh
e-mail: lknysh@ukr.net

The mathematical model for calculating the heat flux density coming from the parabolic dish concentrator to the heat receiver was modified. The model takes into account the tracking error that occurs due to mechanical damage or software inaccuracies of the solar tracking system. The influence of tracking error on heat flux density and focal spot size at the heat receiver surface was investigated. The critical value of the defocus angle at which the heat flux density becomes minimal is determined. The values of heat fluxes for mathematically ideal and real concentrators with surface aberrations and tracking error were modeled and compared. The average heat flux density for different combinations of tracking error and surface aberrations in the system was calculated and compared.

Keywords: parabolic dish concentrator, heat receiver, tracking error, surface aberrations, numerical modeling.

¹ graduate student, Oles Honchar Dnipro National University, Dnipro, Ukraine <https://orcid.org/0000-0002-2590-6760>

² DScTech, Prof., Oles Honchar Dnipro National University, Dnipro, Ukraine <https://orcid.org/0000-0003-3525-4804>

Вступ. Останніми роками відновлювані джерела енергії, зокрема сонячна енергетика, відіграють дедалі помітнішу роль у енергетичному балансі та формують нові напрями розвитку світової енергетики [1]. Серед таких напрямів особливе місце посідають зелені водневі технології, які мають широкі перспективи для впровадження в Україні [2]. Поєднання сонячних та водневих технологій сприяє переходу на новий якісний рівень у проектуванні та експлуатації енергетичних установок, прискорює втілення нових систем перетворення енергії Сонця. До та-

ких перспективних систем належать термодинамічні сонячні енергетичні системи, які застосовуються для генерації низькопотенційного або високопотенційного тепла та електрики [3].

Для отримання високих температур (понад 100 °C) до складу термодинамічних систем додаються спеціальні пристрої – концентратори, які здатні перенаправляти сонячні промені, фокусуючи їх на відповідній ділянці простору. На цій ділянці щільність теплового потоку від Сонця

значно збільшується, причому порядок збільшення на-
пряму залежить від геометрії концентратора. До констру-
кції концентраторів висуваються значні проєктні вимоги,
одна з яких – забезпечення чіткої орієнтації на Сонце.
Залежно від типу, форми і розміру концентратора цей
аспект може по-різному впливати на енергетичні харак-
теристики. Залежно від типу, форми і розміру концентра-
торасистеми. В [4] проведено порівняння типових конце-
нтраторів з точки зору оптимізації потужності за рахунок
розфокусування. Виявлено переваги лінійного сонячного
колектора Френеля в разі наявності відхилень поверхні
від орієнтації на Сонце. Автори роботи [5] досліджували
коефіцієнт оптичної концентрації для параболоциліндри-
чного сонячного концентратора методом Монте-Карло.
В моделі враховуються ефекти розфокусування та помил-
ки відстеження. В [6] описується процес переносу випро-
мінювання в системі з малим ступенем концентрації, яка
використовується для підвищення енергоефективності
фотоелектричних систем, що мають специфічні властиво-
сті. Виявлено, що завдяки деякому розфокусуванню кон-
центрувальних модулів укупі з урахуванням властивос-
тей фотоелектричних перетворювачів вихідна потужність
системи може збільшитися більш ніж на 10 %. В дослі-
дженні [7] описуються сонячні модулі різної конфігурації
з системою концентрації Кассегрена. За допомогою алго-
ритму Монте-Карло проведено порівняльний аналіз від-
повідних систем, який враховував можливу кутову поми-
лку відхилення концентратора від напрямку на Сонце.
Виявлено, що коефіцієнт концентрації установки швидко
падає навіть при відхиленні в 0.1° . В роботі [8] оцінюва-
лась чутливість двоступеневого параболоїдного концент-
ратора до оптичних помилок. З'ясовано, що при рівні
оптичних помилок в $0 - 5$ мрад концентратор забезпечує
високі показники концентрації та високу оптичну ефекти-
вність. Характеристики та процес проєктування параболі-
чної системи сонячної концентрації описуються в роботі
[9]. В моделі враховується можлива помилка розфокусу-
вання при куті відхилення, який не перевищує 0.5° .

На основі проведеного огляду можна зробити висновок,
що проблема розфокусування є актуальною для всіх ти-
пів сонячних термодинамічних систем з концентратора-
ми. Але процес розфокусування особливо впливає на
енергетичні показники високотемпературних сонячних
енергетичних систем, зокрема з параболоїдними конце-
нтраторами. Тому метою даної роботи є розробка мате-
матичної моделі та проведення числових досліджень
щодо визначення енергетичних втрат від неточної орієн-
тації на Сонце параболоїдного концентратора певної
геометрії.

**Математична модель процесу концентрації сонячного
випромінювання.** Моделювання впливу ефекту розфо-
кусування на енергетичні показники системи прийому
сонячної параболоїдної установки проводилось на осно-
ві математичної моделі концентрації сонячного випромі-
нювання з відповідними припущеннями, яка детально
описана в [10] і має такий вигляд:

$$E_{\pi} = \frac{E_c}{\pi \psi_c^2} \iint_{S_K} \frac{\beta_K \xi(I_{KP}) \cos \vartheta_{\pi} \cos \vartheta_K dS_K}{I_{KP}^2}, \quad (1)$$

де E_c – щільність теплового потоку, що надходить від
Сонця; β_K – коефіцієнт відбиття поверхні концентрато-
ра; ϑ_K – кут, що визначає розташування концентратора
відносно променів Сонця; ϑ_{π} – кут, що визначає розта-
шування концентратора відносно приймача; ψ_c – тіле-
сний кут розкриття Сонця; I_{KP} – відстань, що проходить
промінь від концентратора до приймача; $\xi(I_{KP})$ – функ-
ція Гевісайда, яка показує належність променю I_{KP} до
пучка променів, що падає на теплоприймач; S_K – еле-
ментарна ділянка на поверхні концентратора.

Для розв'язання представленої математичної моделі
інтеграл (1) був перетворений із поверхневого на подвій-
ний, значення якого було знайдено методом статистич-
них випробувань Монте-Карло. Задача розглянута для
математично ідеального та реального концентратора з
нерівностями (абераціями) поверхні, які характеризують-
ся кутовим відхиленням його нормалі. Для опису розпо-
ділу кутових відхилень використовувались нормальний
та рівномірний імовірнісні закони.

Основним припущенням під час розв'язання розробле-
ної математичної моделі (1) було те, що концентратор
вважався чітко орієнтованим на Сонце. Але в реальних
умовах існують фактори, як-от механічні пошкодження
або програмні неточності системи стеження за Сонцем,
що спричиняють розфокусування системи прийому соня-
чного випромінювання, внаслідок чого можуть виникати
істотні енергетичні втрати [11, 12]. Тому ці фактори ма-
ють бути враховані в математичній моделі та під час чис-
лового дослідження.

Моделювання процесу розфокусування. Для врахуван-
ня ефекту розфокусування розглянуто систему кутів між

напрямком на Сонце I_C^0 та фокусною лінією концентра-
тора, які й характеризують розфокусування. Для визна-
чення кутів розфокусування необхідно встановити зв'я-
зок між I_C^0 , I_K^0 , а також вектором-нормаллю n_K кон-
центратора у точці падіння сонячного пучка [13]. Зв'язок
між обраними кутами описується на основі закону дзер-
кального відображення виду [14]:

$$\begin{cases} -I_C^0 n_K I_K^0 = 0 \\ -I_C^0 n_K = n_K I_K^0 \\ |I_C^0| = |I_K^0| \end{cases}, \quad (2)$$

Цей закон передбачає виконання двох умов:

вектори I_C^0 , I_K^0 та n_K компланарні;

кут падіння дорівнює куту відображення.

Відповідно умові компланарності, лінійну комбінацію векторів можна записати у вигляді:

$$I_K^0 = p I_C^0 + q n_K, \quad (3)$$

Помножимо рівняння (3) на I_C^0 , I_K^0 та n_K , відповідно, і отримаємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} I_K^0 I_C^0 = p I_C^0 I_C^0 + q n_K I_C^0 \\ I_K^0 I_K^0 = p I_C^0 I_K^0 + q n_K I_K^0 \\ I_K^0 n_K = p I_C^0 n_K + q n_K n_K \end{cases}, \quad (4)$$

Перше рівняння системи (4) перепишемо у вигляді:

$$I_K^0 n_K = p I_C^0 n_K + q, \quad (5)$$

Для аналізу другого та третього рівняння скористуємось залежностями, що входять в систему (2) закону дзеркального відображення:

$$-I_C^0 n_K = n_K I_K^0; \quad I_K^{02} = I_C^{02}.$$

Тоді друге та третє рівняння системи (4) матимуть вигляд:

$$I_K^{02} = p I_C^0 I_K^0 - q n_K I_C^0, \quad (6)$$

$$I_K^0 I_C^0 = p I_C^{02} + q n_K I_C^0, \quad (7)$$

Додаймо рівняння (6) і (7) та отримуємо:

$$I_K^{02} + I_K^0 I_C^0 (1-p) - p I_C^{02} = 0$$

Оскільки $I_K^{02} = I_C^{02}$, то $(1-p)(I_C^{02} + I_K^0 I_C^0) = 0$. Вираз $(I_C^{02} + I_K^0 I_C^0) \neq 0$ і тоді $p = 1$.

З урахуванням того, що $p = 1$, рівняння (5) буде мати вигляд:

$$q = -2 I_C^0 n_K, \quad (8)$$

Після підстановки p і q у рівняння (3) отримаємо шуканий зв'язок між векторами у вигляді

$$I_K^0 = I_C^0 - 2 I_C^0 n_K n_K. \quad (9)$$

Для подальшого використання в алгоритмі Монте-Карло векторне співвідношення (9) необхідно розкласти по координатах:

$$\begin{cases} I_{Kx} = I_{Cx} - 2 n_{Kx} (I_{Cx} n_{Kx} + I_{Cy} n_{Ky} + I_{Cz} n_{Kz}) \\ I_{Ky} = I_{Cy} - 2 n_{Ky} (I_{Cx} n_{Kx} + I_{Cy} n_{Ky} + I_{Cz} n_{Kz}) \\ I_{Kz} = I_{Cz} - 2 n_{Kz} (I_{Cx} n_{Kx} + I_{Cy} n_{Ky} + I_{Cz} n_{Kz}) \end{cases}. \quad (10)$$

Моделювання процесу розфокусування відбувається на основі введення додаткового модуля в базовий код Монте-Карло [10], що розроблений для концентратора, який точно орієнтований на Сонце. Спрощена система взаємозв'язку сонячних променів для такого концентратора була замінена на систему (9) з урахуванням компонентів (10).

Шляхом зміни величини кутів λ та μ можна прослідкувати вплив просторового кута розфокусування на розподіл теплового потоку на поверхні теплоприймача.

Числові експерименти та аналіз результатів. Числові експерименти проводились на основі концентратора такої геометрії: радіус концентратора $R_K = 2m$, кут розкриття $u_K = 60^\circ$.

Максимальний радіус теплоприймача дорівнював $r_{\Gamma} = 0.04m$. Щільність теплового потоку, що

надходить від Сонця, дорівнювала $E_C = 600 \frac{Bm}{m^2}$, коефіцієнт відбиття поверхні концентратора $\beta_K = 1$.

На рис. 2 можна спостерігати вплив збільшення величини кута μ при незмінному куті λ на щільність теплового потоку, що надходить на теплоприймач від математично ідеального концентратора. Бачимо, що при $\mu < 0.004rad$ істотно зменшується розмір фокальної плями при майже незмінній максимальній щільності теплового потоку. Це значення стає мінімальним при $\mu \geq 0.004rad$, що дозволяє зафіксувати його як критичне значення при розфокуванні.

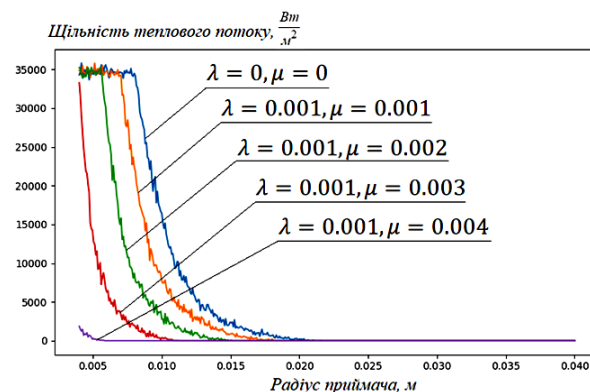


Рис. 2 Вплив величини кута μ при $\lambda = const$ на щільність теплового потоку

Fig. 2 Influence of the angle value μ at $\lambda = const$ on the heat flux density

Помічено, що величина теплового потоку мало залежить від значення кута $\lambda \in [0; 2\pi]$. Цей факт наглядно проілюстровано на Рис. 3, де видно, що при збільшенні кута λ

і фіксованому куті $\mu = 0.001 \text{ рад}$ щільність теплового потоку залишається незмінною.

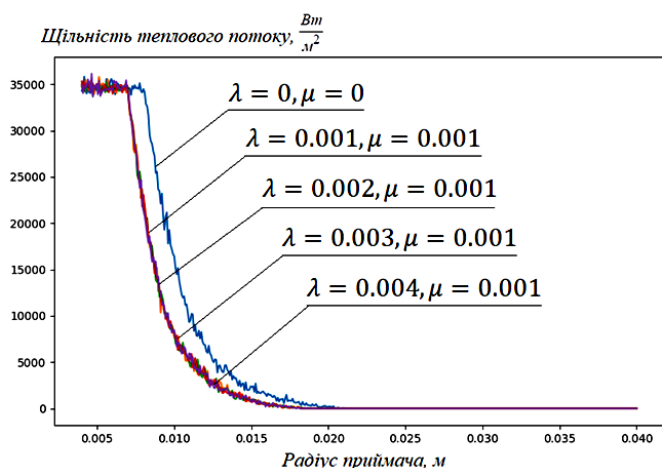


Рис. 3 Вплив величини кута λ при $\mu = \text{const}$ на щільність теплового потоку

Fig. 3 Influence of the angle value λ at $\mu = \text{const}$ on the heat flux density

На Рис. 4 зображено вплив різних факторів на енергетику системи прийому. Розглянуто випадки математично ідеального ($K=0$) та реального ($K=0.5$) концентратора з чіткою орієнтацією на Сонце ($\lambda=0 \text{ рад}, \mu=0$), а також випадки математично ідеального ($K=0$) та реальних ($K=0.5$ та $K=1$) концентраторів з наявністю розфокусування ($\lambda=0.002 \text{ рад}, \mu=0.002 \text{ рад}$).

Коефіцієнт K вводиться для врахування аберрацій поверхні. Він характеризує середньоквадратичне відхилення нормалі поверхні реального концентратора від математично ідеальної форми. В [13] запропоновано вимірювати K в частках кута розкриття Сонця.

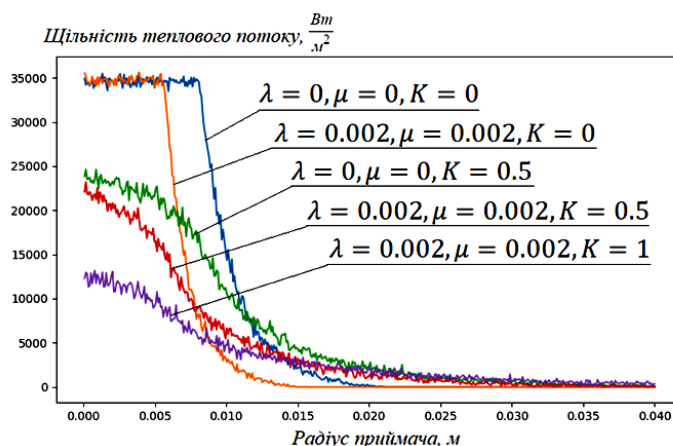


Рис. 4 Вплив помилки розфокусування і аберрацій поверхні концентратора на щільність теплового потоку

Fig. 4 Influence of the tracking error and aberrations of the concentrator surface on the heat flux density

Аналіз графіків показав, що для математично ідеального концентратора збільшення кута розфокусування призводить до значного зменшення радіусу фокальної плями на поверхні теплоприймача. При врахуванні в моделі аберрацій поверхні концентратора розмір фокальної плями, навпаки, збільшується, але максимальна щільність теплового потоку помітно зменшується.

Для визначення впливу аберрацій поверхні та її розфокусування на загальну енергетичну ефективність системи прийому було розраховано середнє значення щільності кон-

центрованого теплового потоку $\bar{E}$ у фокусній площині:

$$\bar{E} = \frac{1}{\pi R_{\Pi}^2} \int_0^{R_{\Pi}} \int_0^{2\pi} E(r) r dr d\theta$$

де R_{Π} - максимальне значення радіуса приймача.

Для розглянутого випадку маємо:

$$\bar{E} = \frac{2}{R_{\Pi}^2} \int_0^{R_{\Pi}} E(r) r dr$$

Аналіз проводили для кожного з типових випадків, зображених на рис. 5. Як критерій для порівняння було вибрано математично ідеальний концентратор без розфокусування. Для вибраної геометрії системи на основі комп'ютерного моделювання було визначено оптимальний радіус фокусної плями, який дорівнює $R_{\Pi} \approx 0.021 \text{ м}$. Саме для такого радіуса було розраховане середнє значення щільності теплового потоку для кожного з типів розглянутих концентраторів. При цьому для математично ідеального

концентратора без розфокусування $\bar{E} \approx 2500 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$.

Порівняння середніх значень щільності теплового потоку для теплоприймачів при фіксованому радіусі фокусної плями наведено на рис. 5.

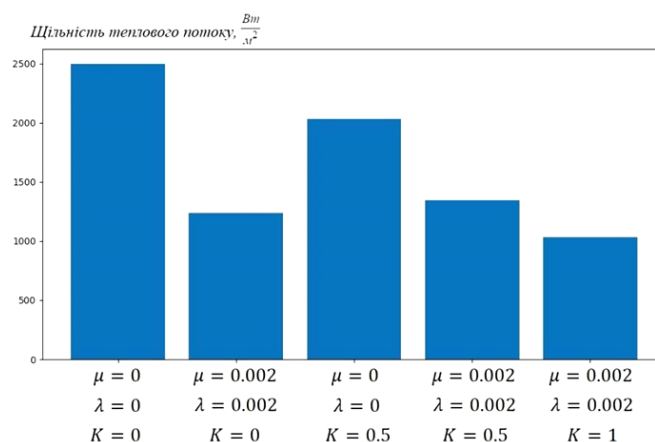


Рис. 5 Ппорівняння середніх значень щільності теплового потоку

Fig. 5 – Comparison of the average values of the heat flux density

У випадку математично ідеального концентратора навіть при невеликих значеннях кутів розфокусування $\mu = 0.002 \text{ рад}$ та $\lambda = 0.002 \text{ рад}$, середнє значення щільності теплового потоку зменшується суттєво, майже на 50%.

Але помічено, що для реального концентратора з невеликими аберациями ($K = 0.5$) при розфокусуванні середня щільність теплового потоку зменшується в порівнянні з ідеальним концентратором з розфокусуванням лише на 46%. Такий ефект може виникнути через взаємну компенсацію помилок. При збільшенні коефіцієнта нерівності поверхні до $K = 1$ середнє значення щільності теплового потоку закономірно зменшується майже на 60%.

Висновки. В роботі вдосконалено існуючу модель переносу сонячного випромінювання в системі "Сонце – параболоїдний концентратор – теплоприймач" шляхом урахування в ній фактора розфокусування. На основі закону дзеркального відображення та проведеного векторного аналізу знайдено розрахункове співвідношення між компонентами векторів, що формують напрям на Сонце та на концентратор. Як параметри для дослідження ефекту розфокусування було вибрано систему кутів μ та λ , які введені в отримане розрахункове співвідношення. Додавання відповідного модуля в числовий алгоритм Монте-Карло дало змогу визначити вплив величини кутів μ та λ , що характеризують розфокусування, на енергетичні показники системи прийому «Сонце – параболоїдний концентратор – теплоприймач». З огляду на те, що на ефект розфокусування здебільшого впливає кут μ , встановлено, що збільшення величини цього кута приводить до зменшення фокальної плями на поверхні теплоприймача. Визначено критичну величину кута $\mu \geq 0.004 \text{ рад}$, при якому розмір фокальної плями стає мінімальним. Проведено порівняння впливу ефектів розфокусування і абераций поверхні на середнє значення щільності теплового потоку, що надходить від концентратора на поверхню теплоприймача. Помічено наявність взаємної компенсації помилок при розфокусуванні для концентраторів із незначними аберациями поверхні.

ПОСИЛАННЯ

1. Кудря С. О., "Відновлювані джерела енергії", Інститут відновлюваної енергетики НАНУ, Київ, Україна, 2020, 392 с.
2. Кудря С. О., Репкін О. О., Рубаненко О. О., Яценко Л. В., Шинкаренко Л. Я., "Етапи розвитку зеленої водневої енергетики України", *Відновлювана енергетика*, 2022, №1(68), ст. 1–12. [https://doi.org/10.36296/1819-8058.2022.1\(68\)840](https://doi.org/10.36296/1819-8058.2022.1(68)840)
3. Матях С. В., Суржик Т. В., Рєзцов В. Ф., Іванчук В. Ю., "Напрями та перспективи розвитку сонячної теплоенергетики", *Відновлювана енергетика*, 2021, №3(66),

стр.33–44. [https://doi.org/10.36296/1819-8058.2021.3\(66\).33-44](https://doi.org/10.36296/1819-8058.2021.3(66).33-44)

4. Machado D. O., Normey-Rico J., "A 2dof thermosolar concentrator proposal: solar tracking and disturbance rejection using proportional defocus", *ISES solar world congress*, 2019. [Електронний ресурс]. Доступно: <https://www.solar-payback.com/wp-content/uploads/2020/06/swc2019-0006-GPER-of-UFSC.pdf>
5. Yang B., Zhao J., Xu T., "Calculation of the Concentrated Flux Density Distribution in Parabolic Trough Solar Concentrators by Monte Carlo Ray-Trace Method", *Symposium on Photonics and Optoelectronics*, 2010, pp. 1–4. doi:10.1109/SOPO.2010.5504452.
6. Wacaser B., Alyahya A., Kirchner P., "Optimizing Defocus to Increase Efficiency in Concentrator Photovoltaic Modules", *IEEE Journal of Photovoltaics*, 2014, vol 5, No 1, pp. 329–336.
7. Oh S. J., Kim H., Hong Y., "Monte Carlo Ray-Tracing Simulation of a Cassegrain Solar Concentrator Module for CPV", *Frontiers in energy research*, 2021. 9:722842.
8. Yang S., Wang J., D. Lund P., "Assessing the impact of optical errors in a novel 2-stage dish concentrator using Monte-Carlo ray-tracing simulation", *Renewable Energy*, 2018, vol. 123, pp. 603–615.
9. Dähler F., Wild M., Schäppi R., "Optical design and experimental characterization of a solar concentrating dish system for fuel production via thermochemical redox cycles", *Solar Energy*, 2018, vol. 170. pp. 568–575.
10. Масаликін С. С., Книш Л. І., "Алгоритм Монте-Карло для розрахунку переносу випромінювання в системі «Сонце – параболоїдний концентратор – теплоприймач»", *Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій*, 2021, No. 33, стор. 114–125.
11. Badescu V., "Different Tracking Error Distributions and their Effects on the Long-Term Performances of Parabolic Dish Solar Power Systems", *International Journal of Solar Energy*, 1994, vol. 7, No. 4. pp. 203–216.
12. Ota Y., Nishioka K., "Tracking Error analysis of Concentrator Photovoltaic Module Using Total 3-Dimensional Simulator", 7th International Conference on Concentrating Photovoltaic Systems: CPV-7. *AIP Conference Proceedings*, 2011, vol. 1407, No. 1, pp. 281–284.
13. Knysh L. "Comprehensive mathematical model and efficient numerical analysis of the design parameters of the parabolic trough receiver", *International Journal of Thermal Sciences*, 2021, 162, 106777.
14. Peatross J., Ware M., "Physics of Light and Optics", Provo, Utah, USA, 2021, 340 p.

REFERENCES

1. Kudrya S., "Renewable energy sources", (in Ukrainian), *The Institute of Renewable energy of the National Academy of Sciences of Ukraine*, Kyiv, Ukraine, 2020, 392 p.

2. Kudrya S., Riepin O., Rubanenko O., Yatsenko L., Shynkarenko L., "Stages of green hydrogen energy development of Ukraine", (in Ukrainian), *Vidnovlyuvana energetyka*, 2022, №1(68), pp. 1–12. [https://doi.org/10.36296/1819-8058.2022.1\(68\)840](https://doi.org/10.36296/1819-8058.2022.1(68)840)
3. Matyakh S., Surzhyk T., Ryzetsov V., Ivanchuk V., "Directions and prospects for the development of solar thermal energy", (in Ukrainian), *Vidnovlyuvana energetyka*, 2021, №3(66), pp. 33–44. [https://doi.org/10.36296/1819-8058.2021.3\(66\).33-44](https://doi.org/10.36296/1819-8058.2021.3(66).33-44)
4. Machado D. O., Normey-Rico J., "A 2dof thermosolar concentrator proposal: solar tracking and disturbance rejection using proportional defocus", *ISES solar world congress*, 2019. [Online]. Available: <https://www.solar-payback.com/wp-content/uploads/2020/06/swc2019-0006-GPER-of-UFSC.pdf>
5. Yang B., Zhao J., Xu T., "Calculation of the Concentrated Flux Density Distribution in Parabolic Trough Solar Concentrators by Monte Carlo Ray-Trace Method", *Symposium on Photonics and Optoelectronics*, 2010, pp. 1–4. doi:10.1109/SOPO.2010.5504452.
6. Wacaser B., Alyahya A., Kirchner P., "Optimizing Defocus to Increase Efficiency in Concentrator Photovoltaic Modules", *IEEE Journal of Photovoltaics*, 2014, vol 5, No 1, pp. 329–336.
7. Oh S. J., Kim H., Hong Y., "Monte Carlo Ray-Tracing Simulation of a Cassegrain Solar Concentrator Module for CPV", *Frontiers in energy research*, 2021. 9:722842.
8. Yang S., Wang J., D. Lund P., "Assessing the impact of optical errors in a novel 2-stage dish concentrator using Monte-Carlo ray-tracing simulation", *Renewable Energy*, 2018, vol. 123, pp. 603–615.
9. Dähler F., Wild M., Schäppi R., "Optical design and experimental characterization of a solar concentrating dish system for fuel production via thermochemical redox cycles", *Solar Energy*, 2018, vol. 170. pp. 568–575.
10. Masalykin S.S., Knysh L. I., "Monte Carlo algorithm for calculation of radiation transfer in the «Sun – parabolic concentrator – heat receiver» system", (in Ukrainian), *Problemy obchislyval'noi mekhaniky i micnosti konstrukcij*, 2021, No. 33, pp. 114–125.
11. Badescu V., "Different Tracking Error Distributions and their Effects on the Long-Term Performances of Parabolic Dish Solar Power Systems", *International Journal of Solar Energy*, 1994, vol. 7, No. 4. pp. 203–216.
12. Ota Y., Nishioka K., "Tracking Error analysis of Concentrator Photovoltaic Module Using Total 3-Dimensional Simulator", *7th International Conference on Concentrating Photovoltaic Systems: CPV-7. AIP Conference Proceedings*, 2011, vol. 1407, No. 1, pp. 281–284.
13. Knysh L. "Comprehensive mathematical model and efficient numerical analysis of the design parameters of the parabolic trough receiver", *International Journal of Thermal Sciences*, 2021, 162, 106777.
14. Peatross J., Ware M., "Physics of Light and Optics", Provo, Utah, USA, 2021, 340 p.