

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ СХОВИЩА ВОДНЮ У ВОДОНОСНОМУ ПЛАСТІ

Отримано 11 груд. 2023 р.; рекомендовано до публікації 20 груд. 2023 р.
Доступно онлайн 30 груд. 2023 р.

Ю. П. Морозов¹, А. С. Жохін²

Автор для кореспонденції: Юрій Морозов,
e-mail: geotherm@ukr.net

¹ д-р техн. наук.
<https://orcid.org/0000-0003-1632-9735>

² канд. фіз.-мат. наук.
<https://orcid.org/0000-0001-7826-6608>

^{1, 2} Інститут відновлюваної енергетики НАН
України, м. Київ, Україна

Пропонується математична модель підземного сховища водню у водоносному пласті, яка описує гідродинамічну взаємодію між воднем, що нагнітається через свердловину, і водою в пористих водоносних земних пластах, що витісняється з пласта тиском газу водню. Модель являє собою систему диференціальних рівнянь в частинних похідних для функцій від координат і часу потенціалу тиску й межі газо-водного контакту. Розглянуту модель пропонується використовувати в чисельних розрахунках за допомогою різницевих схем у часових і просторових координатах нестационарних методів наближення диференціальних рівнянь. Наведено актуальність використання і вивчення газових сховищ та їх математичне моделювання.

Побудовано математичну модель сховища водню у водоносному пласті, яка описує витіснення рідкої води газом водню в пористому пласті в його периферійну горизонтальну область. Модель являє собою систему еволюційних диференціальних рівнянь в частинних похідних для тиску водню й руху границі між водою і водневим газом. У моделі приймається циліндрична симетрія. Для аналізу часово-просторових процесів на основі представленої моделі пропонується використовувати скінченно-різницеві чисельні методи, які дають змогу наближено дослідити й проаналізувати процеси нагнітання і викачку водню у водоносних пластах. Оскільки ці процеси відбуваються на глибині під землею і є досить складними для спостережень, використання математичної моделі допомагає прогнозувати з деякою точністю ці процеси як якісно, так і кількісно.

Ключові слова: газове сховище, водень, водоносний масив, математична модель, скінченно-різницевий метод.

MATHEMATICAL MODEL OF HYDROGEN STORAGE IN AQUIFER

Received Dec. 11. 2023; accepted Dec. 20. 2023
Available online Dec. 30. 2023

Yu. Morozov¹, A. Zhokhin²

Author for correspondence: Yurii Morozov,
e-mail: geotherm@ukr.net

¹ Doc. of Tech. Sciences.
<https://orcid.org/0000-0003-1632-9735>

² Cand. of Phys. and Math. Sciences.
<https://orcid.org/0000-0001-7826-6608>

¹ Institute of Renewable Energy NAS Ukraine,
Kyiv, Ukraine

A mathematical model of the underground storage of hydrogen in an aquifer is proposed, which describes the hydrodynamic interaction between hydrogen, which is injected through a well, and water in porous aquifers, which is displaced from the formation by the pressure of hydrogen gas. The model is a system of differential equations in partial derivatives for functions of the coordinates and time of the pressure potential and the gas-water contact boundary. The considered model is proposed to be used in numerical calculations using difference schemes in time and space coordinates of non-stationary methods of approximation of differential equations. The relevance of the use and study of gas storages and their mathematical modeling is given.

A mathematical model of hydrogen storage in the aquifer was built, which describes the displacement of liquid water by hydrogen gas in the porous layer into its peripheral horizontal region. The model is a system of evolutionary partial differential equations for hydrogen pressure and movement of the boundary between water and

hydrogen gas. Cylindrical symmetry is assumed in the model. For the analysis of time-space processes in the storage of hydrogen based on the presented model, it is proposed to use finite-difference numerical methods that allow to closely investigate and analyze the processes of hydrogen injection and pumping in aquifers. Since these processes occur deep underground and are quite difficult to observe, the use of a mathematical model helps predict these processes with some accuracy, both qualitatively and quantitatively.

Keywords: *gas storage, hydrogen, aquifer, mathematical model, finite difference method.*

Мета

Метою статті є побудова математичної моделі підземного сховища водню в підземних водоносних масивах. Необхідність математичних моделей для таких процесів, які відбуваються в підземних масивах, обумовлена складними умовами спостереження за геофізичними явищами на відносно великих глибинах земної поверхні й вимірів їх параметрів. Завдяки таким моделям можна передбачати й імітувати відповідні підземні процеси та їх параметри ще до фізичного проведення практичних експериментів, які є досить дорогими й трудомісткими, визначати й прораховувати бажані режими цих процесів.

Про проблему зберігання і підземні сховища газу

Газовим сховищем може бути штучна або природна ємність, де зберігають (резервують) великі обсяги газу, яка також використовується для регулювання подачі газу в разі нерівномірності його споживання. Підземні газосховища зазвичай розташовують недалеко від ліній магістральних газопроводів, а також центрів споживання газу.

В разі зниження споживання газу він закачується у сховище, якщо споживання газу збільшується, він зі сховища передається назад у газопровід. Закачування газу в газосховище і відбирання газу з нього відбувається через свердловину.

Є наземні та підземні сховища газу. Підземні сховища газу створюються в підземних резервуарах штучного і природного походження.

Розрізняють пористі та порожнисті підземні резервуари. Як пористі резервуари можуть використовуватися виснажені газові, газоконденсатні, газонафтові й нафтові родовища, поклади негорючих газів, водоносні пласти.

До порожнистих підземних резервуарів належать порожнини, які утворюються у відкладах кам'яної солі, в непроникних або практично непроникних гірських породах, у покинутих шахтах і кар'єрах, у гірничих виробках, у щільних гірських породах.

Найбільше підземних газових сховищ розміщують у виснажених газонафтових і газових родовищах, які створені методом закачування газу через свердловини у виснажений продуктивний пласт. Також багато є підземних газових сховищ у водоносних пластах, в яких вода витісняється з порового простору газом, який закачують у сховище. Підземне газове сховище в пористому середовищі – це штучний газовий поклад, який експлуатується циклічно в часі. Основними параметрами для

такого сховища в пористому середовищі є проникність, товщина і глибина залягання пласта-колектора, об'єм порового простору, який можна заповнити газом, присутність над пластом-колектором герметичної покритишки, активність водонапірної системи. Найпоширенішим типом підземних газових сховищ у непроникних гірських породах є газові сховища у відкладах кам'яної солі, які утворюють вимиванням порожнини в пласті солі через нагнітання в пласт води і наступним закачуванням у порожнину газу.

Для спостереження за тиском, газонасиченістю, сольовим складом води, складом розчинених газів по горизонтах зберігання і по спеціально виділених у розрізі контрольних горизонтах застосовують гідродинамічні, гідрохімічні, геологічні, газометричні і геофізичні методи контролю.

Першими газосховищами були Олишівське і Червонопартизанське. Їх створили у водоносних пластах для газопостачання м. Києва. Дослідне закачування газу в Олишівське підземне газове сховище започатковане в 1964 році. Червонопартизанське підземне газове сховище функціонує з 1968 року. Подальший розвиток підземного зберігання газу базувався переважно на використанні відпрацьованих газових родовищ Прикарпаття. Українські підземні сховища природного газу в Прикарпатті: Калуське, Щелківське, Гатчинське, Кушівське, Інчукальське, Червонопартизанське, Дашавське, Угерсько-Білче-Волицьке, Опарське, Богородчанське, в Луганській області: Червонопопівське, Вергунське.

Підземні газові сховища виконували функцію надійного забезпечення внутрішнього споживання і експорту газу в Європу.

Комплекс підземних сховищ природного газу на території України на початок XXI ст. складається з 13 об'єктів. Їх проектна потужність за активним газом становить 37,8 млрд куб. м. Максимальна добова продуктивність – 383,0 млн куб. м. Комплекс підземних газосховищ в Україні посідає третє місце в світі і друге – в Європі. Питома вага активної місткості українських ПСГ в Європі становить 20 %.

Підземні сховища природного газу є одним із найважливіших технологічних елементів газотранспортної системи України, який забезпечує її надійну та безперебійну роботу. Підземні сховища газу, створені на базі виснажених газових і газоконденсатних родовищ, розташовані в усіх нафтогазових провінціях країни на глибині від 400 до 2000 м.

На сьогодні Україна має розвинуту мережу підземних сховищ природного газу зі значними потенційними можливостями. Загально досягнута активна місткість підземних сховищ становить понад 24 млрд куб. м газу, що відповідає 70 % проектної величини, а їхня сумарна можлива максимальна продуктивність на початок сезону відбирання дорівнює близько 327 млн куб. м/добу. Західноукраїнський комплекс підземних сховищ газу (ПСГ) є найпотужнішим комплексом сховищ в Україні, який задовольняє потреби Західного регіону країни як у необхідних об'ємах зберігання газу, так і в продуктивності. Він забезпечує надійність постачання газу не тільки в західному регіоні, а й транзитних поставок експортного газу в країни Західної та Східної Європи. Водночас в інших регіонах України (Північному, Центральному, Східному та Південному) існує значний дефіцит потужностей підземного зберігання газу. Особливо це стосується Східного регіону та Подніпров'я, де зосереджений найбільший промисловий потенціал країни.

З технічного погляду підземні сховища газу є надзвичайно складною системою, основними елементами якої є пласт-колектор, зв'язаний з поверхневим обладнанням свердловинами. Режим роботи цих об'єктів на відміну від газових родовищ нестабільні в часі, що ускладнює їх надійну експлуатацію. Тому наукові дослідження особливостей експлуатації підземних сховищ газу в умовах пружноводонапірного режиму їх розроблення, які спрямовані на вивчення формування газонасиченого об'єму покладу, виявлення особливостей прояву пружноводонапірного режиму під час циклічної експлуатації сховища, визначення впливу покладу на водоносну зону пласта, є актуальними проблемами підвищення надійності газопостачання. Враховуючи геостратегічне положення України та впровадження в її економіку ринкових відносин, наявність значної потужності сховищ в західному регіоні дає можливість створювати в майбутньому необхідні резерви природного газу для країн Східної Європи, де є обмежені можливості для його підземного зберігання. Для їх експлуатації передбачені 1535 свердловин і компресорні станції загальною потужністю 631,1 МВт. Із загальної кількості газосховищ п'ять мають проектний об'єм від 2 млрд куб. м і більше, а одне з них перевершує 21 млрд куб. м. При проектних об'ємах зберігання український комплекс газосховищ дозволяє забезпечувати 40 % річного й близько 50 % добового обсягу споживання газу в країні й, окрім того, гарантує надійність транзиту газу.

Основними технологічними показниками підземних сховищ газу є буферний і активний газ, добова продуктивність сховища, тривалість відбирання активного газу, кількість експлуатаційно-нагінатальних свердловин, максимальний і мінімальний пластові тиски.

Для накачування газу в підземне газосховище використовуються компресорні станції з тиском 15 МПа. При експлуатації сховища газ циклічно закачується у сховище й викачується з нього. При цьому він викачується не повністю. Тому маємо буферний об'єм газу газосховища – це

об'єм газу в газосховищі, що в період циклічної експлуатації залишається в підземному газовому сховищі до моменту закінчення процесу відбирання.

Буферний об'єм газу газосховища є джерелом механічної енергії, яка необхідна для подачі газу з пласта до заданого пункту транспортування газу.

Завдяки буферному об'єму газу газосховища дебіти свердловин у сховищах перебувають на необхідному рівні функціонування.

При водонапірному режимі в підземному сховищі газу буферний об'єм газу газосховища протидіє руху пластових вод, а також запобігає процесу обводнення експлуатаційних свердловин.

Буферний об'єм газу газосховища залежить від глибини залягання, фізико-геологічних параметрів і потужності пласта-колектора, технологічного режиму експлуатації свердловин.

Буферний об'єм газу газосховища у сховищах, що створені у виснажених газових родовищах, можна формувати з початкових запасів, що залишаються в газоносних пластах недобутими.

Частка буферного об'єму газу в усьому об'ємі газу в водоносних пластах-сховищах – 40–50 %, у виснажених газових родовищах – 30–50 %, а в штучних пустотах – 10–20 %.

Підземне зберігання газу є засобом регулювання постачання газу газотранспортними підприємствами, які експлуатують протяжні системи газопроводів і забезпечують постачання газу не тільки місцевим розподільчим підприємствам, але і пряме постачання великим промисловим підприємствам і електростанціям. Підземні газосховища України характеризуються: активним об'ємом газу обсягом 31,95 млрд куб. м, добовою продуктивністю 250 мл куб. м/добу.

Історично необхідність зберігання газу вперше виникла в другій половині XIX ст. у зв'язку з розвитком виробництва штучних газів. Проблема тоді була вирішена шляхом спорудження металевих сховищ у вигляді плаваючих в циліндрі ковпаків-газгольдерів об'ємом до 100 тис. куб. м.

Газ займає значно більший об'єм, ніж тверде тіло або рідина. Тому знайти для нього герметичні резервуари було б складно, якби природа вже не побудувала їх. Пористі пласти в земній корі, герметично закупорені згори куполом з шару глини, є природними ПСГ. У порах гірських порід може бути вода, але можуть скупчуватися і вуглеводні. В процесі створення ПСГ у водоносному шарі газ, що скупчується під глиняною покрівлею, витісняє воду вниз. А якщо в пласті-колекторі спочатку є нафта або газ, то герметичність такої структури вже доведена тим, що в ній скупчилися вуглеводні. Тому перші відпрацьовані родовища вуглеводнів і стали ПСГ.

У сучасних умовах підземне зберігання газу використовують для:

- регулювання сезонної нерівномірності газоспоживання;
- зберігання резервів газу на випадок аномально холодних зим;
- регулювання нерівномірності експортних поставок газу;
- забезпечення подачі газу в разі нештатних ситуацій;
- створення довгострокових резервів газу на випадок форс-мажорних обставин при видобуванні або транспортуванні газу;
- виснажених вуглеводневих родовищ.

Перше промислове сховище місткістю 62 млн куб. м було створено в 1916 році в США (газове родовище, ПСГ Зоар). Основним недоліком газових сховищ такого типу є віддаленість їх на значні відстані від місця кінцевого споживання газу.

Також перше ПСГ у водоносному пласті було створено в 1946 році в США – ПСГ Doe Run Urrer в штаті Кентуккі.

Перше газосховище у водоносному пласті в СРСР було створене в 1958 році – Калужське ПСГ. Найбільше у світі сховище у водоносному пласті – Касимовське ПСГ (Рязанська область) – було створене в 1977 році.

Також ПСГ створюють в соляних кавернах, твердих гірських породах, відпрацьованих шахтах.

На сьогоднішній день Україна має одну з найпотужніших в Європі мереж підземного зберігання газу. Вона посідає друге місце в Європі за сумарним обсягом підземного зберігання газу.

Молекулярний водень має дуже велику густину енергії за масою, як газ за звичайних умов він має дуже низьку густину енергії за об'ємом. При використанні як палива, що зберігається на борту транспортного засобу, чистий водень повинен бути зрідженим або перебувати під тиском, щоб забезпечити достатню дальність руху.

Підземне зберігання водню – це практика зберігання водню в підземних сховищах з соляним склепінням і в вичерпаних нафтових і газових родовищах. Велика кількість газоподібного водню зберігається в підземних сховищах в Imperial Chemical Industries (ICI) протягом багатьох років без будь-яких труднощів[36]. Велика кількість сховищ для зберігання водню під землею може стати

розгалуженою системою зберігання енергії, що має велике значення для водневої енергетики. Це дає можливість перейти до використання якісно нових, чистих відновлюваних джерел енергії й підвищити енергетичну безпеку та незалежність України.

Спливання і розтікання газу в горизонтальному водоносному шарі під дією сили Архімеда

Математична модель сховища водню описує гідро- й аеродинамічні процеси, які відбуваються в водоносних підземних пластах між воднем і водною масою, яка заповнює порожнини і пори в пласті. Водень як газ може добре стискуватися, зменшуючи об'єм і збільшуючи тиск, вода як рідина має властивість нестискуваності, зберігає об'єм незалежно від тиску. Вважаємо, що при нагнітанні водню за допомогою високого тиску в водоносний пласт через свердловину водень як стискувальний газ витісняє нестискувальну рідину води від свердловини, і вода прямує далі на горизонт сховища, заповнює вільні пористі місця або навіть видавлюється з пласта на земну поверхню.

Для нашої моделі важливі функції зміни потенціалу тиску газу від часу і просторових координат, а також функція зміни границі в часі й просторі між воднем і поверхнею води всередині сховища.

Припускаємо, що в горизонтальному водоносному шарі постійної потужності H з непроникними покрівлю і підшовою формується газова порожнина підземного сховища газу. Внаслідок сили Архімеда газ закачується і буде спливати й розтікатися по покрівлі пласта. Потрібно з'ясувати, як швидко відбувається цей процес і як змінюється при цьому форма газової порожнини.

Вважатимемо рух води осесиметричним (OZ – вісь симетрії; r – радіальна координата), а її швидкість фільтрації задовольняє закон Дарсі:

$$u = -\frac{k}{\mu_\beta} \frac{\partial p}{\partial r} ; \quad v = -\frac{k}{\mu_\beta} \left(\frac{\partial p}{\partial z} + \rho_\beta g \right) \quad (2.19.1)$$

де u , v – відповідно, радіальна і вертикальна складові вектора швидкості фільтрації води.

Схематично це наведено на рис. 1, де схематично показано взаємодію між газом і водою всередині підземного сховища:

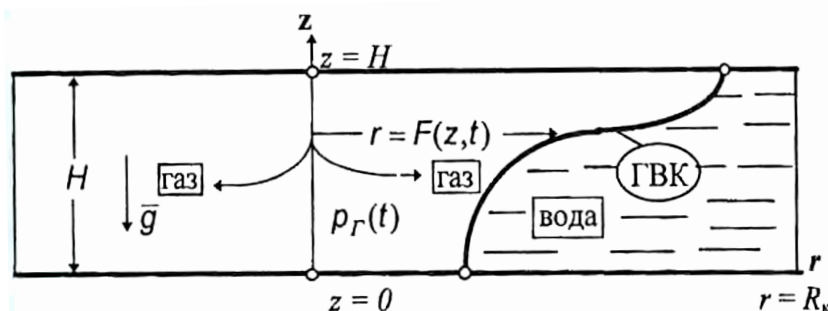


Рис. 1. Схема процесів взаємодії у газовому сховищі між газом і водою

Fig. 1. Scheme of interaction processes in a gas storage between gas and water

Рівняння зміни потенціалу тиску в підземному сховищі з центральною свердловиною

Розглядаємо рівняння в частинних похідних параболічного типу (Фур'є) в циліндричних координатах:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = a \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + a \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + a \frac{\partial^2 p}{\partial z^2}. \quad (1)$$

Воно описує еволюцію зміни тиску підземної газоводяної суміші, яка відбувається при нагнітанні через свердловину газу в сховище. Тут p позначає поле потенціалу тиску в об'ємі сховища, t – час, z – координата по вертикалі, r – відстань від свердловини.

Початкові умови задовольняють виконання постійного градієнта тиску по вертикалі:

$$p(r, z, t = 0) = p_0 + \Gamma z. \quad (2)$$

Межові умови для системи рівнянь (1)-(2) беруться такі:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial r} = 0, r = \infty; \quad \frac{\partial p}{\partial r} p = p_0 + \Gamma z; \quad \frac{\partial p}{\partial z} = 0, z = 0, z = L. \\ p = p_\infty, r = \infty; \quad \frac{\partial p}{\partial r} p = p_0 + \Gamma z; \quad \frac{\partial p}{\partial z} = 0, z = 0, z = L. \end{aligned} \quad (3)$$

Параметри системи позначають:

a – коефіцієнт провідності тиску;

p_0 – тиск на поверхні;

L – глибина свердловини;

Γ – градієнт тиску.

Для чисельного моделювання й отримання наближених чисельних розв'язків проводиться дискретизація системи рівнянь по просторовим координатам на сітці вузлів (r_i, z_i) . Отримаємо систему звичайних диференціальних рівнянь, яку розв'язуємо методами Рунге – Кутта – Мерсона.

Границя газоводяного контакту – умова Кельвіна

Швидкість руху води визначається рівнянням Дарсі:

$$u = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r}; \quad v = -\frac{k}{\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial r} + \rho g \right). \quad (4)$$

Де u, v – радіальна та вертикальна складові швидкості.

Границя контакту водню й води визначається рівняннями, які називаються умовою Кельвіна і представляється в такий спосіб:

$$F(x, y, z, t) = 0 \quad (5)$$

$$m \frac{\partial F}{\partial t} + v^1 \frac{\partial F}{\partial x} + v^2 \frac{\partial F}{\partial y} + v^3 \frac{\partial F}{\partial z} = 0. \quad (6)$$

Неявний функціональний зв'язок $F(x, y, z, t) = 0$ задає координати границі газ-рідина в сховищі водню у водоносному пласті.

У нашому радіально-симетричному випадку ці рівняння газоводяного контакту набувають такого вигляду:

$$r = F(z, t) = 0. \quad (7)$$

І з цього рівняння отримуємо умову Кельвіна:

$$m \frac{\partial F}{\partial t} + v_B \frac{\partial F}{\partial z} = u_B. \quad (8)$$

u_B і v_B – швидкості води на границі вода-газ визначаються з (4) при $r = r_b$, r_b – радіальна координата границі контакту газ-вода.

На межах вгорі та внизу по вертикалі швидкість руху границі нульова $v_B = 0$.

Що стосується руху газу, то в силу відносної малості його в'язкості, розподіл тиску в газовій порожнині вважати мемо залежним тільки від часу t : $\rho_r = \rho_r(t)$.

Величина ρ_r залежить від маси газу в сховищі й темпу закачування. Зокрема, тиск ρ_r можна прийняти постійним (при цьому необхідно звичайно, щоб масова витрата $q_r = q_r(t)$ закачування (або відбирання) газу змінювалася за певним законом, який до речі, може бути знайдений після розв'язання цієї задачі:

$$\rho_r = \text{const} > \rho_K. \quad (9)$$

де ρ_K – тиск на підшві пласта на достатньому віддаленні від газової порожнини, тобто на контурі живлення при $r = R_K$. При цьому саме тиск на контурі живлення вважається розподіленням по гідростатичному закону:

$$\rho(R, z, t) = \rho_K - \rho_\beta g z. \quad (10)$$

На покрівлі ($Z = H$) і підшві ($Z = 0$) пласта повинна виконуватися умова $v = 0$ або

$$\left. \frac{\partial \rho}{\partial Z} \right|_{z=0; z=H} = -\rho_\beta g, \quad (11)$$

що означає непроникність цих границь для частин води.

Таким чином, задача зводиться до розв'язання рівняння Лапласа:

$$\kappa \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \rho}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \rho}{\partial Z^2} \right) = \frac{\partial \rho}{\partial \tau}. \quad (12)$$

Воно описує рух води у водоносній частині горизонтальної області, яка має невідому рухливу границю Γ розділу фаз, на якій підтримується постійний тиск ρ_r . Цю границю потрібно розрахувати. Крім того, функція

$\rho(r, z, t)$ у водоносній частині горизонту повинна задовольняти умові (10) на покрівлі й підшві пласта, а також умові (11) на контурі живлення.

Метод чисельного розв'язання

Маємо таке диференціальне рівняння параболічного типу:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = a \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + a \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + a \frac{\partial^2 p}{\partial z^2}. \quad (13)$$

Для його чисельного розв'язання застосуємо дискретну апроксимацію по простору, залишаючи неперервним час. Тобто зводимо диференціальне рівняння в частинних похідних до звичайних диференціальних рівнянь:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial R^2} \approx \frac{1}{\Delta R} (p_{i-1,j} - 2p_{i,j} + p_{i+1,j}) = \Phi_{ij}(t), \quad (14)$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \approx \frac{1}{\Delta z} (p_{i,j-1} - 2p_{i,j} + p_{i,j+1}) = \Psi_{ij}(t),$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} \approx \frac{1}{2i\Delta R^2} (p_{i+1,j} - p_{i-1,j}) = \Omega_{ij}(t),$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} \approx \frac{1}{2j\Delta R^2} (p_{i,j+1} - p_{i,j-1}) = \Pi_{ij}(t),$$

$$\frac{dp_{ij}}{dt} = a\Phi_{ij}(t) + a\Psi_{ij}(t) + a\Omega_{ij}(t) = \Theta_{ij}(t). \quad (15)$$

А далі до звичайних диференціальних рівнянь застосуємо метод Рунге – Кутта – Мерсона, який реалізова-

ний в стандартних комп'ютерних бібліотеках наукових програм чисельних методів (наприклад програмі MERSON з бібліотеки CERN).

Рівняння умови Кельвіна чисельно розв'язується аналогічно.

$$\frac{\partial F}{\partial t} = (u_B - v_B) \frac{\partial F}{\partial z}$$

Дискретизація рівняння в частинних похідних

$$\frac{\partial F}{\partial z} \approx \frac{1}{2\Delta z} (F_{j+1} - F_{j-1}) = \Omega_j(t)$$

дає систему звичайних диференціальних рівнянь:

$$\frac{dF_j}{dt} = (u_B - v_B \Omega_j(t)) / m$$

Які доповняють нашу систему рівнянь.

Дискретизація в просторі приводить нас до звичайних еволюційних диференціальних рівнянь першого порядку з початковими умовами, ми отримуємо задачу Коші. Метод Мерсона, що базується на методі Рунге – Кутта, дає можливість при чисельних розрахунках слідувати з похибками на кроках по часу, адаптувати крок інтегрування й отримати задану точність розв'язків.

Використовуючи вищенаведений метод, було проведено чисельні розрахунки. Графік одного з них наведено на рис. 2, де відображається залежність тиску водню від часу та відстані від центру свердловини на глибині 1000 м.

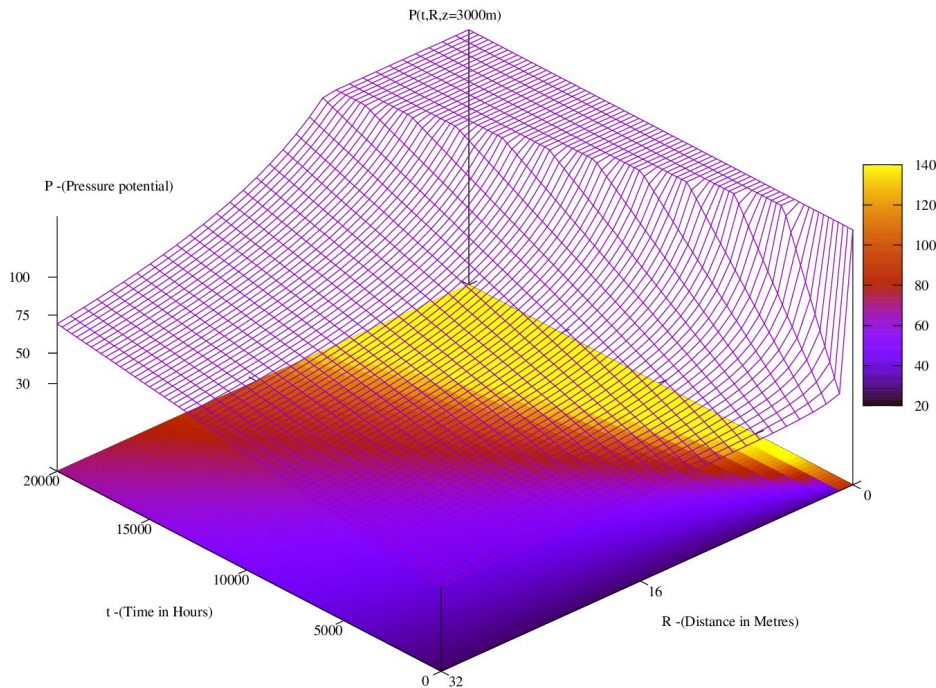


Рис 2. Графік залежності тиску водню в сховищі від часу та відстані від свердловини на глибині $Z = 1000$ м
Fig. 2. Graph of the dependence of hydrogen pressure in the storage on time and distance from the well at a depth of $Z = 1000$ m

Висновок

У статті описано проблему зберігання великих об'ємів водню в підземних газосховищах, їх практичне використання протягом історичного періоду для зберігання природних вуглеводних газів. Наголошено, що водень – це газ, який стискується і має малу щільність, а вода, яка обводнює підземні пласти, – нестислива рідина і має порівняно з воднем велику щільність. За рахунок зовнішнього штучного стиснення водень може мати великий тиск, за рахунок якого він витісняє воду в пласті.

Побудовано математичну модель сховища водню у водоносному пласті, яка описує витіснення рідкої води газом водню в пористому пласті в його периферійну горизонтальну область. Модель являє собою систему еволюційних диференціальних рівнянь в частинних похідних для тиску водню і руху границі між водою і водневим газом. У моделі приймається циліндрична симетрія. Для аналізу часово-просторових процесів у сховищі водню на основі представленої моделі пропонується використовувати скінченно-різницеві чисельні методи, які дають змогу дослідити й проаналізувати з певною точністю процеси нагнітання й викачування водню у водоносних пластах. Оскільки ці процеси відбуваються на глибині під землею і досить складні для спостережень, використання математичної моделі допомагає прогнозувати з деякою точністю ці процеси як якісно, так і кількісно.

ПОСИЛАННЯ

1. Лурье М. В. Механика подземного хранения газа в водоносных пластах. М.: Нефть и Газ. 2001.
2. Чарный И. А. Подземная гидрогазодинамика. М.: Гостехиздат. 1963.
3. Інкін О. В., Дерев'ягіна Н. І., Хрипливець Ю. В. Моделювання показників роботи сховищ газу в водоносних пластах масивного типу <https://doi.org/10.37101/ftpgp22.01.003>
4. Кожевников А. О., Судаков А. К., Ратов Б. Т. 100 років історії розвитку підземних сховищ газу [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://ir.nmu.org.ua/handle/123456789/150608> (дата звернення – 16.08.2019).
5. Марчук Я. С. Розвиток та перспективи підземного зберігання природного газу в УМГ "Київтрансгаз" / Я. С. Марчук, М. П. Андрієшин, М. П. Яцків. Науковий вісник Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу. 2004. № 2 (8). С. 22–27. <http://elar.nung.edu.ua/bitstream/123456789/987/1/1484p.pdf>
6. N. Ford Versypt and R. D. Braat. "Analysis of Finite Difference Discretization Schemes for Diffusion in Spheres

with Variable Diffusivity," Computers and Chemical Engineering. 2014. 71, 241–252.

7. J. Christiansen, "Numerical solution of ordinary simultaneous differential equations of the 1st order using a method for automatic step change" Numer. Math. 14 (1970). Pp. 317–324.
8. J.C. Butcher, "The numerical analysis of ordinary differential equations. Runge–Kutta and general linear methods", Wiley (1987).
9. R.H. Merson, "An operational method for the study of integration processes", Proc. Symp. Data Processing, Weapons Res. Establ. Salisbury, Salisbury (1957). Pp. 110–125.
10. Савків Б. П. Підземне зберігання газу в Україні/ Б. П. Савків. К.: Наукове видання. 2008. 239 с.
11. Федутенко А. М. Проблеми та перспективи розвитку підземного зберігання газу в Україні/ А. М. Федутенко. Науковий вісник Івано-Франківського НТУНГ (спецвипуск). 2004. № 2 (8). С. 9–14.
12. Деркач М. П. Роль підземних сховищ газу в надійності транзитних поставок газу до Європи та газопостачання споживачів України/М. П. Деркач. Нефть і газ 2001. № 4. С. 2–8.
13. Фык М. И., Донской Д. Ф. Основы технологий R&D проектирования и эксплуатации подземных хранилищ нефти и газа. Конспект лекций с базовыми практическими упражнениями и вопросами для тестирования / Под общей редакцией докт. техн. наук., проф. Фык И. М. Для студентов 5 и 6 курсов специальности 7.05030401 и 8.05030401 «Добыча нефти и газа»/ Фык М. И., Донской Д. Ф. Харьков: НТУ «ХПИ»; ТО Эксклюзив. 2014. 164 с.

REFERENCES

1. Lurie M. V. Mechanics of underground gas storage in aquifers. M.: Oil and Gas, M. 2001.
2. Charny I. A. Underground hydrogas dynamics. M.: Gostoptekhizdat. 1963.
3. Inkin O. V., Derevyagin N. I., Khryplyvets Yu. V. Modeling of performance indicators of gas storages in aquifers of massive type <https://doi.org/10.37101/ftpgp22.01.003>
4. Kozhevnikov A. O., Sudakov A. K., Ratov B. T. 100 years of development history underground gas storage facilities [Electronic resource]. -- Access mode: <http://ir.nmu.org.ua/handle/123456789/150608> (date of application - 16.08.2019).
5. Marchuk, Ya. S. Development and prospects of underground storage of natural gas in UMG "Kyivtransgaz" / Ya. S. Marchuk, M. P. Andriyshyn, M. P. Yatskiv. Scientific Bulletin of the Ivano-Frankivsk National Technical

- University of Oil and Gas. 2004. No. 2 (8). pp. 22–27.
<http://elar.nung.edu.ua/bitstream/123456789/987/1/1484p.pdf>
6. A. N. Ford Versypt and R. D. Braatz, "Analysis of Finite Difference Discretization Schemes for Diffusion in Spheres with Variable Diffusivity," *Computers and Chemical Engineering*, 2014. 71, 241–252, 2014.
 7. J. Christiansen, "Numerical solution of ordinary simultaneous differential equations of the 1st order using a method for automatic step change" *Numer. Math.*, 14 (1970). Pp. 317–324.
 8. J. C. Butcher, "The numerical analysis of ordinary differential equations. Runge–Kutta and general linear methods", Wiley (1987).
 9. R. H. Merson, "An operational method for the study of integration processes", *Proc. Symp. Data Processing, Weapons Res. Establ. Salisbury, Salisbury* (1957). Pp. 110–125.
 10. Savkiv B. P. *Underground gas storage in Ukraine/ B. P. Savkiv. K.: Scientific edition. 2008. 239 p.*
 11. Fedutenko A. M. Problems and prospects for the development of underground gas storage in Ukraine/ A. M. Fedutenko.// *Scientific Bulletin of Ivano-Frankivsk NTUNG (special issue)*. 2004. No. 2 (8). P. 9–14.
 12. Derkach M. P. The role of underground gas storage facilities in the reliability of gas transit supplies to Europe and gas supply to consumers of Ukraine/M. P. Derkach. *Oil and gas*, 2001. No. 4. Pp. 2–8.
 13. Fyk M. I., Donskoi D. F. *Fundamentals of R&D technologies for the design and operation of underground oil and gas storage facilities. Synopsis of lectures with basic practical exercises and questions for testing / Edited by Dr. technical science, prof. Fyk I. M. For students of the 5th and 6th courses of the specialty 7.05030401 and 8.05030401 "Oil and gas production"/ Fyk M. I., Donskoi D.F. Kharkiv: NTU; TO Exclusive, 2014. 164 p.*