УДК 620.91

В.Ф.Рєзцов[1], чл.-кор. НАН України, **С.В.Матях**[2], канд техн.наук (Інститут відновлюваної енергетики НАН України, Київ)

Модифікація адаптивного алгоритму для вирішення двовимірної задачі розподілу зарядів у фотоелектричних перетворювачах за умов наявності локалізованих зон з великими значеннями градієнта функції

В роботі представлено модифікований адаптивний алгоритм, який дозволяє оптимізувати витрату часових та обчислювальних ресурсів при чисельному моделюванні процесів переносу зарядів у фотоелектричних перетворювачах енергії для випадку, коли на розрахунковій області виникають локалізовані зони з великими значеннями градієнта шуканої функції. Бібл. 5.

Ключові слова: *фотоелектричні перетворювачі енергії, чисельне моделювання, адаптивний алгоритм.*

Orcid: [1]0000-0003-2926-1733, [2]0000-0002-1707-3519

Вступ. Для розв'язання двовимірної задачі розподілу зарядів при моделюванні фотоелектричних перетворювачів побудовано адаптивний алгоритм, для якого сітка по змінних просторових x та y при фіксованому часі t буде повністю нерівномірною, що дає можливість зменшити розмірність розв'язуваних систем алгебраїчних рівнянь та час розв'язання задачі [1, 2]. Це дозволяє повноцінно враховувати особливості поведінки невідомої функції і скоротити до мінімуму витрати машинного часу.

Однак у випадку наявності виражених зон з великими градієнтами шуканої функції робота адаптивного алгоритму вимагатиме значного згущення сітки для досягнення заданої точності розрахунку в цих зонах, що, відповідно, призведе до значного збільшення кількості вузлів сітки у суміжних зонах через наявність обмеження на відмінність значень сусідніх кроків. При цьому, якщо шукана функція у зонах, суміжних до зон із великими градієнтами, є досить гладкою і з невисокими показниками градієнтів, алгоритму доведеться проводити значно більшу кількість обчислень, ніж необхідно для заданої точності. Зайві витрати часу та обчислювальних ресурсів будуть особливо великими за умов, коли зони з високим градієнтом локалізовані на розрахунковій області та займають незначну її частину.

Постановка задачі. Для такого випадку запропоновано модифікацію адаптивного алгоритму, яка при переході на новий часовий шар визначає наявність локалізованих областей з високими градієнтами шуканої функції, застосовуючи чисельний метод для переходу на новий часовий шар у локальній розрахунковій області окремо для зменшення розмірності глобальної сітки і скорочення машинних витрат [3].

При використанні базового адаптивного алгоритму необхідно на кожному часовому кроці для кожного просторового вузла (x_i, y_j) контролювати точність одержаних результатів, порівнюючи локальну похибку e_{ij} з допустимою $e_{доп}$, і на основі цього обирати величини кроків $h_{1,i}, h_{2,j}$ та величину часового кроку τ так, щоб при максимальній величині кроків похибка знаходилась у заданих межах. Метод змінних напрямків має похибку апроксимації $O(\tau^2 + h_1^2 + h_2^2)$, тобто різницю між точним та наближеним розв'язками на (k+1)-му часовому шарі. Взявши за умову, що значення для k-го шару обчислено точно, для кожного вузла величину можна представити у вигляді [1, 4]:

$$e_{ij} = U_{ij}^{k+1} - u_{ij}^{k+1} = \tau(C_1\tau^2 + C_2h_1^2 + C_3h_2^2). \quad (1)$$

Для оцінки похибки та вибору нової сітки потрібно декілька разів зробити перехід з k-го часового шару на (k+1)-й із різними величинами кроків. Використаємо наступну послідовність зміни кроків:

1) h_1, h_2, τ;

2) $\frac{h_1}{2}, h_2, \tau$;

3) $h_1, \frac{h_2}{2}, \tau$;

4) $h_1, h_2, \frac{\tau}{2}$.

Схема модифікованого чисельного методу розрахунку розподілу зарядів у фотоелектричних перетворювачах. Нехай розв'язок на k-му шарі вже знайдений, визначена нова нерівномірна сітка і треба знайти розв'язок на (k +1)-му шарі. Величини $h_{1,c}$ та $h_{2,c}$ для вузла (x_i , y_j) далі будемо позначати через h_1, h_2. Спочатку за допомогою обраної різницевої схеми другого порядку знайдемо розв'язок $\hat{u}_{ij}$ зі змінними кроками $h_{1,i}$, $h_{2,j}$ та кроком τ. Далі зробимо перехід із k-го на (k+1)-й шар із кроками $\frac{h_1}{2}, h_2, \tau$. Одержаний при цьому в точці (x_i, y_j, t_{k+1}) розв'язок позначимо через $u_{\frac{h_1}{2},h_2,\tau}$, і для нього справедлива рівність:

$$
\begin{gathered}
e_{\frac{h_1}{2},h_2,\tau} = U_{i,j}^{k+1} - u_{\frac{h_1}{2},h_2,\tau} = \\
= \tau(C_1\tau^2 + C_2(\frac{h_1}{2})^2 + C_3 h_2^2)
\end{gathered} \quad (2)
$$

Зробимо такий же перехід, але з кроками $h_1, \frac{h_2}{2}, \tau$. Для одержаного в цьому випадку розв'язку $u_{h_1,\frac{h_2}{2},\tau}$ справедлива рівність:

$$
\begin{gathered}
e_{h_1,\frac{h_2}{2},\tau} = U_{i,j}^{k+1} - u_{h_1,\frac{h_2}{2},\tau} = \\
= \tau(C_1\tau^2 + C_2 h_1^2 + C_3(\frac{h_2}{2})^2)
\end{gathered} \quad (3)
$$

Нарешті зробимо перехід з k-го на (k+1)-й шар із кроками h_1, h_2, $\frac{\tau}{2}$, застосувавши обраний різницевий метод двічі. Одержаний при цьому в точці (x_i, y_j, t_{k+1}) розв'язок позначимо через $u_{h_1,h_2,\frac{\tau}{2}}$, і для нього справедлива рівність:

$$
\begin{gathered}
e_{h_1,h_2,\frac{\tau}{2}} = U_{ij}^{k+1} - u_{h_1,h_2,\frac{\tau}{2}} = \\
= 2\left[\frac{\tau}{2}\left(C_1\frac{\tau^2}{4} + C_2 h_1^2 + C_3 h_2^2\right)\right].
\end{gathered} \quad (4)
$$

Запишемо одержану систему чотирьох рівнянь з чотирма невідомими U, C_1, C_2, C_3:

$$
U - u_{h_1,h_2,\tau} = C_1\tau^3 + C_2 h_1^2\tau + C_3 h_2^2\tau,
$$

$$
U - u_{\frac{h_1}{2},h_2,\tau} = C_1\tau^3 + C_2\frac{h_1^2}{4}\tau + C_3 h_2^2\tau,
$$

$$
U - u_{h_1,\frac{h_2}{2},\tau} = C_1\tau^3 + C_2 h_1^2\tau + C_3\frac{h_2^2}{4}\tau,
$$

$$
U - u_{h_1,h_2,\frac{\tau}{2}} = C_1\frac{\tau^3}{4} + C_2 h_1^2\tau + C_3 h_2^2\tau.
$$

Ця система справедлива для розв'язку в околі конкретної точки x_i, y_j, t_{k+1}. Знайдемо невідомі величини:

$$
C_1 = \frac{4}{3\tau^3}(u_{h_1,h_2,\frac{\tau}{2}} - u_{h_1,h_2,\tau}), \quad (5)
$$

$$
C_2 = \frac{4}{3h_1^2\tau}\left(u_{\frac{h_1}{2},h_2,\tau} - u_{h_1,h_2,\tau}\right), \quad (6)
$$

$$
C_3 = \frac{4}{3h_2^2\tau}\left(u_{h_1,\frac{h_2}{2},\tau} - u_{h_1,h_2,\tau}\right), \quad (7)
$$

$$
\begin{gathered}
U = -3u_{h_1,h_2,\tau} + \frac{4}{3}u_{\frac{h_1}{2},h_2,\tau} + \\
+ \frac{4}{3}u_{h_1,\frac{h_2}{2},\tau} + \frac{4}{3}u_{h_1,h_2,\frac{\tau}{2}}.
\end{gathered} \quad (8)
$$

Контрольовану величину (локальну похибку) одержимо з (1):

$$e_{h_1,h_2,\tau} = \left|U - u_{h_1,h_2,\tau}\right| = \\ = \left|-4u_{h_1,h_2,\tau} + \frac{4}{3}u_{\frac{h_1}{2},h_2,\tau} + \frac{4}{3}u_{h_1,\frac{h_2}{2},\tau} + \frac{4}{3}u_{h_1,h_2,\frac{\tau}{2}}\right| = e. \quad (9)$$

Порівняємо одержану величину похибки e з допустимою. Якщо $e<e_{доп}$, то як остаточний розв'язок на (k+1)-му шарі можна взяти уточнене значення шуканої функції згідно з (8) та отримати нові значення часового та просторових кроків [1, 5].

У випадку, якщо $e > e_{доп}$ та хоча б один із кроків більший за мінімальний, то у базовому адаптивному алгоритмі результати анулюються і виконуються такі дії:

- крок τ ділиться навпіл;
- по просторових координатах будується нова нерівномірна сітка, вузли якої ущільнені в околі вузлів із великим значенням e_{ij};
- повертаємося на шар t_k;
- на шарі t_k створюється опорна функція з новою, більш щільною сіткою за допомогою інтерполяції.

У модифікованому алгоритмі буде інша послідовність дій; якщо $e > e_{доп}$, то проводиться аналіз результатів на виявлення локалізації зон із перевищенням похибки та їх розміру відносно глобальної розрахункової області. Якщо вузли з перевищенням похибки не мають вираженої локалізації, а також займають суттєву частину глобальної розрахункової області, то проводиться та ж сама послідовність дій, що й у базовому алгоритмі. Проте у випадку, коли результати аналізу визначають наявність локалізованих областей із перевищенням значень локальної похибки, які займають незначну частину розрахункової області, то виконуються наступні дії:

- визначені області виокремлюються, і для них визначаються крайові умови на основі суміжного шару глобальної сітки;
- по просторових координатах для кожної локальної зони будується ущільнена сітка;
- на шарі t_k локальної області створюється опорна функція з новою, більш щільною сіткою за допомогою інтерполяції;
- виконується перехід чисельним методом з k на (k+1)-й часовий шар;
- отримані значення шуканої функції переносяться за допомогою інтерполяції на глобальну нерівномірну сітку для нового (k+1)-го часового шару шуканої функції.

Висновки. Таким чином, модифікований варіант адаптивного алгоритму виділяє зони високого градієнту як окремі, бере для них крайові умови з отриманих результатів, де похибка є прийнятною, та провадить рекурсивний запуск методу окремо для виділеної підзони, що дає можливість значного ущільнення сітки для розрахунку з високою точністю там, де це необхідно, але без впливу на розподіл вузлів у сусідніх зонах глобальної сітки. Це дозволяє оптимізувати витрату часових та обчислювальних ресурсів при чисельному моделюванні процесів переносу зарядів у фотоелектричних перетворювачах енергії.

1. *Матях С.В., Лук'яненко С.О.* Програмне забезпечення для моделювання процесів у фотоелектричних та електрохімічних перетворювачах. // Відновлювана енергетика. – 2007. – №1. – С. 27–33.

2. *Лук'яненко С.О.* Адаптивні обчислювальні методи моделювання об'єктів з розподіленими параметрами. – К.: ІВЦ "Політехніка", 2004. – 236 с.

3. *Матях С.В.* Нестійкості процесів переносу заряду в фотоелектричних і електрохімічних перетворювачах з нелінійними параметрами переносу // Відновлювана енергетика. – 2010. – №1 (20). – С. 41–43.

4. *Лук'яненко С.О., Матях С.В., Рєзцов В.Ф., Яценко Л.В.* Моделювання двовимірних процесів перетворення енергії у відновлюваній енергетиці // Відновлювана енергетика XXI століття : VIII-а міжнар. конф., 17-21 вересня 2007 р. : тези доп. – АР Крим, смт. Миколаївка, 2007. – С. 87–91.

5. *Матях С.В.* Особливості вирішення двовимірної задачі розподілу зарядів при моделюванні фотоелектричних і електрохімічних перетворювачів // Відновлювана енергетика XXI століття: XV-а ювілейна міжнар. конф., 16-17 вересня 2014 р. : тези доп. – Київ, 2014. – С. 223 –225.

REFERENCES

1. *Matyakh S., Lukyanenko S.* Software for modeling processes in photovoltaic and electrochemical converters // Renevable energetics. – 2007. – №1. – P. 27-33.

2. *Lukyanenko S.* Adaptive computational methods of modeling objects with distributed parameters. – K.: IVC "Politechnic", 2004. – 236p.

3. *Matyakh S.*Instability of charge transport in photovoltaic and electrochemical converters with nonlinear transfer parameters. // Renevable energetics. – 2010. – №1 (20). – P. 41 – 43.

4. *Lukyanenko S., Matyakh S., Reztsov V., Yatsenko L.* Two-dimensional modeling of energy conversion process in renewable

energy // Materials of International scientific conference Renevable Energy of XXI Century, 2007. – P. 87 – 91.

5. *Matyakh S.* Features of solving two-dimensional problem of charge distribution in modeling photovoltaic and electrochemical converters. // Materials of International scientific conference Renevable Energy of XXI Century, Kyiv, 2014. – P. 223 – 225.

В.Ф.Резцов, чл.-корр. НАНУ, **С.В.Матях,** канд.техн.наук (Институт возобновляемой энергетики НАН Украины, Киев)

Модификация адаптивного алгоритма для решения двумерной задачи распределения зарядов в фотоэлектрических преобразователях при существовании локализирoованных зон с большими значениями градиента функции

В работе представлен модифицированный адаптивный алгоритм, который позволяет оптимизировать затрату временных и вычислительных ресурсов при численном моделировании процессов переноса зарядов в фотоэлектрических преобразователях энергии для случая, когда на расчетной области возникают локализованные зоны с большими значениями градиента искомой функции. Библ. 5.

Ключові слова: *фотоэлектрические преобразователи энергии, численное моделирование, адаптивный алгоритм.*

Reztsov V., Matyakh S. (Institute of Renewable Energy National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv)

Modification of the adaptive algorithm for solving the two-dimensional problem of charge distribution in photovoltaic converters with the existence of localized bands with large values of target function gradient

The paper presents a modified adaptive algorithm that allows to optimize the expenditure of time and computing resources in the numerical modeling of charge transfer processes in photovoltaic energy converters for the case when localized bands with large gradient values of the target function appear in the calculated region. References 5.

Keywords: *photovoltaic energy converters, чисельне моделювання, адаптивний алгоритм.*

SYNOPSES

The aim is to build a modified adaptive algorithm for solving two-dimensional problems in modeling the charge distribution of photovoltaic energy converters. In case of the existence of localized bands with large values of target function gradient adaptive algorithm work will require significant thickening of the grid to achieve a given accuracy of calculation in these areas, which will significantly increase the number of grid nodes in neighboring areas because of restrictions on the difference between the values of neighboring steps. However, if the target function in areas adjacent to areas with large gradients are pretty smooth and has low gradient values, the algorithm will have to spend considerably more computing resources than necessary for a given accuracy. The extra amount of time and computing resources will be particularly great in a situation where a high gradient areas are localized in the calculation area and occupy a small part of it.

For this case modification of an adaptive algorithm is proposed. During the transition to a new time layer algorithm determines the presence of localized areas with high gradients of target function, using a numerical method for transition to a new time layer calculation in every localized area separately to reduce the dimension of the global grid and reduce computing costs.

A modified version of the adaptive algorithm identifies areas of high gradient, defines the boundary conditions for these areas from the results, where the error is acceptable and leads numerical method recursive launch separately for every selected area, which allows significant thickening of the grid to calculate with high accuracy, where necessary, but without affecting the distribution of nodes in neighboring areas of the global grid. This modification allows to optimize the spend of time and computational resources in numerical simulation of charge transport in photovoltaic energy converters.

Стаття надійшла до редакції 18.07.17
Остаточна версія 04.08.17